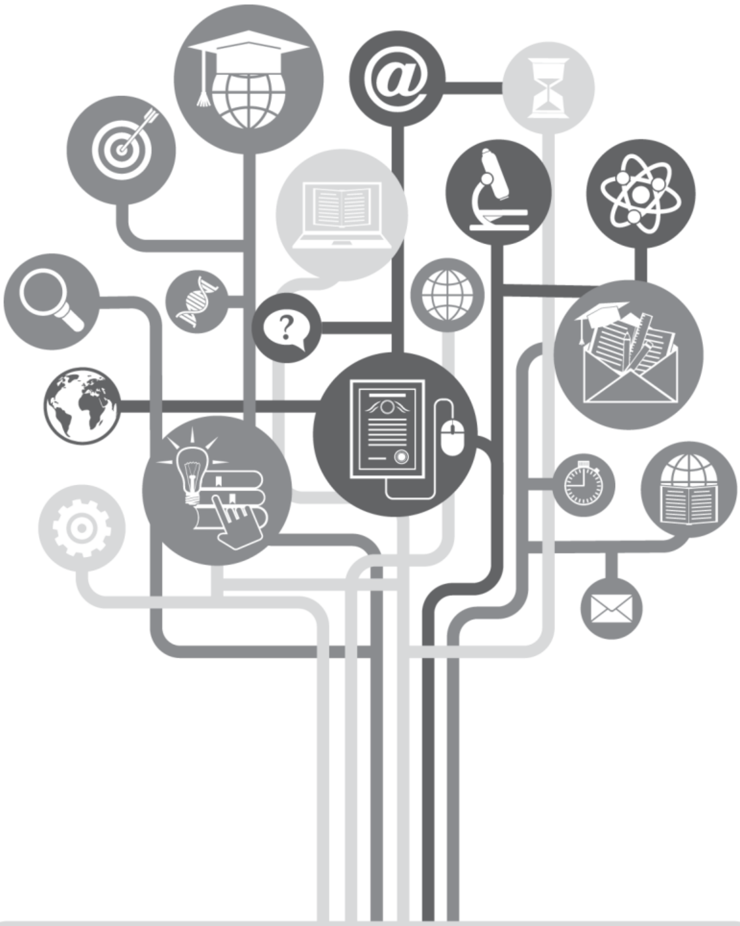
ŠIFRA UČENIKA

MATURSKI I STRUČNI ISPIT
ŠKOLSKA 2023/2024.

MATEMATIKA

OSNOVNI NIVO



VAŽNO!

„KANDIDAT GUBI PRAVO POLAGANJA ISPITA, U TOM ISPITNOM ROKU, KADA SE U TOKU ISPITA, ODNOSNO OCJENJIVANJA, UTVRDI DA SE SLUŽIO NEDOZVOLJENIM SREDSTVIMA, DA JE PREPISAO TUĐI ZADATAK ILI DA JE DAO SVOJ ZADATAK DRUGIMA.“

(*Pravilnik o načinu, postupku i vremenu polaganja maturskog ispita u gimnaziji, član 24; Pravilnik o načinu i postupku polaganja stručnog ispita za učenike koji nastavljaju obrazovanje, član 27*)

UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Pribor: grafitna olovka, gumica i hemijska olovka.
Grafitna olovka se može koristiti samo za koncept, crtanje grafika i geometrijskih slika.
Upotreba elektronskih uređaja nije dozvoljena.

Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 5, 6 i 7.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih osam zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja i to hemijskom olovkom. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata.

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

→ netačan
→ izabrano više ponuđenih odgovora
→ nečitko i nejasno napisan
→ rješenje napisano grafitnom olovkom

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Strane koje slijede poslije dvadesetog zadatka su rezervne. Možete ih koristiti ako vam nedostaje prostora. Jasno označite ukoliko ste na rezervnim stranama rješavali zadatke.

Kad završite sa radom, provjerite svoja rješenja.
Želimo vam puno uspjeha!

FORMULE

- $i^2 = -1, \quad z = a + bi,\ \overline{z} = a - bi$, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in R$ (i - imaginarna jedinica)
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2, \quad a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3, \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $(a+b)^n = \sum_{m=0}^{n} \binom{n}{m} a^{n-m} b^m$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}, (a \neq 0)$, $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}, (a > 0)$

Kvadratna jednačina: $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$,
- $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$, $(a > 0, a \neq 1, d \neq 1, b, c, d > 0)$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

a, b, c – dužine stranica trougla; α, β, γ – odgovarajući unutrašnji uglovi trougla
r – poluprečnik upisane kružnice, R – poluprečnik opisane kružnice

- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Površina trougla: $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$, $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$,

  $P = r \cdot s$, $\quad P = \frac{abc}{4R}$

- Površina paralelograma: $P = a \cdot h_a$, (a – dužina stranice, h_a – dužina visine)

- Površina romba: $P=\frac{d_1 \cdot d_2}{2}$, (d_1 i d_2 – dužine dijagonala)
- Površina trapeza: $P=\frac{a+b}{2}\cdot h$, (a i b – dužine osnovica, *h* – dužina visine)
- Obim kruga: $O=2r\pi$; Površina kruga: $P=r^2\pi$ (r – dužina poluprečnika)

B – površina baze, *M* – površina omotača i *H* – dužina visine

- Površina prizme: $P=2B+M$, Zapremina prizme: $V=B\cdot H$
- Površina piramide: $P=B+M$, Zapremina piramide: $V=\frac{1}{3}B\cdot H$
- Površina zarubljene piramide: $P=B_1+B_2+M$
- Zapremina zarubljene piramide: $V=\frac{H}{3}(B_1+\sqrt{B_1B_2}+B_2)$
- Površina valjka: $P=2B+M=2r\pi(r+H)$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Zapremina valjka: $V=B\cdot H=r^2\pi H$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Površina kupe: $P=B+M=r\pi(r+s)$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove i **s** – dužina izvodnice)
- Zapremina kupe: $V=\frac{1}{3}B\cdot H=\frac{1}{3}r^2\pi H$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Površina zarubljene kupe: $P=\pi(r_1^2+r_2^2+(r_1+r_2)s)$,

  (r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova i ***s*** – dužina izvodnice)
- Zapremina zarubljene kupe: $V=\frac{1}{3}\pi H(r_1^2+r_1r_2+r_2^2)$

  (r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova)
- Površina sfere: $P=4r^2\pi$ (***r*** – dužina poluprečnika)
- Zapremina lopte: $V=\frac{4}{3}r^3\pi$ (***r*** – dužina poluprečnika)

- Rastojanje između tačaka $A(x_1,y_1)$ i $B(x_2,y_2)$: $|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- Površina trougla $\Delta ABC, \left(A(x_1,y_1), B(x_2,y_2), C(x_3,y_3)\right)$:

  $$P=\frac{1}{2}\left|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right|$$
- Jednačina prave kroz tačke (x_1,y_1) i (x_2,y_2): $y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$
- Ugao između pravih $y=k_1x+n_1$ i $y=k_2x+n_2$: $tg\varphi=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke (x_0,y_0) i prave $Ax+By+C=0$: $d=\left|\frac{Ax_0+By_0+C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right|$

- Kružna linija sa centrom u tački (a,b) i poluprečnikom r: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

  Uslov dodira kružne linije i prave $y=kx+n$: $r^2(1+k^2)=(ka-b+n)^2$

- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2-b^2},0)$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i elipse: $a^2k^2+b^2=n^2$

- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2+b^2},0)$,

  asimptote hiperbole $y=\pm\frac{b}{a}x$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i hiperbole: $a^2k^2-b^2=n^2$

- Parabola: $y^2=2px$, fokus (žiže): $F(\frac{p}{2},0)$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i parabole: $p=2kn$

- Aritmetički niz: $a_n=a_1+(n-1)d$, $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}n$

- Geometrijski niz: $b_n=b_1\cdot q^{n-1}$, $S_n=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q\neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Recipročna vrijednost broja $5 \cdot 10^2$ je:

A. $\frac{1}{5} \cdot 10^2$

B. $\frac{1}{2} \cdot 10^{-3}$

C. $2 \cdot 10^{-3}$

D. $5 \cdot 10^{-2}$

2 boda

2. Ako je broj $\overline{23a9a}$ djeljiv sa 9, tada je cifra a jednaka:

A. 1

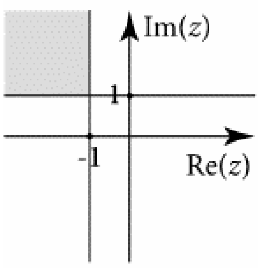
B. 2

C. 7

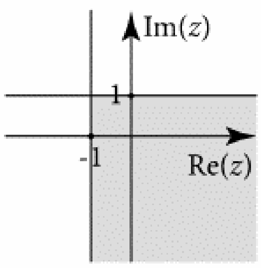
D. 9

2 boda

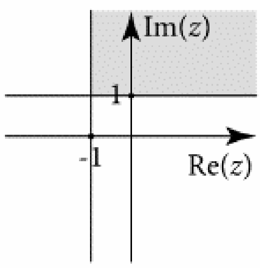
3. Na kojoj slici je prikazan skup kompleksnih brojeva z takvih da je $Re(z) \leq -1$ i $Im(z) \geq 1$?



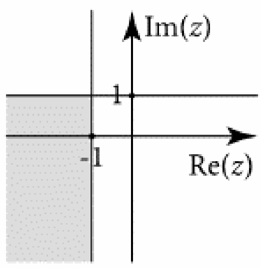
A.



B.



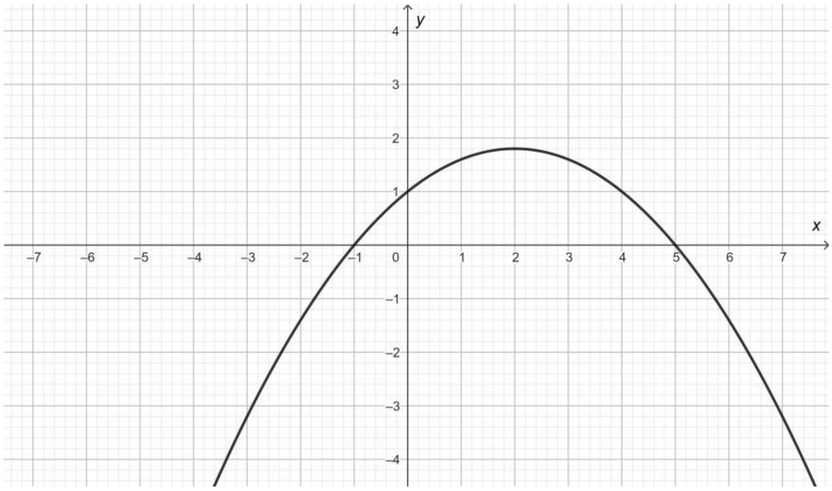
C.



D.

2 boda

4. Ako je na slici dat grafik funkcije $f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + bx + c$, onda je:



A. $b = -\frac{4}{5} \wedge c = -1$

B. $b = -\frac{6}{5} \wedge c = -1$

C. $b = \frac{6}{5} \wedge c = 1$

D. $b = \frac{4}{5} \wedge c = 1$

2 boda

5. Čemu je jednako $log_{125} \frac{1}{5}$?

A. -3

B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. 3

2 boda

6. Koje tvrđenje je tačno?

A. $sin70^o < sin50^o$

B. $sin5^o > sin60^o$

C. $cos80^o > cos15^o$

D. $cos70^o < cos5^o$

2 boda

7. Koliko je $tg\alpha$, ako je α ugao koji dijagonala kocke obrazuje sa ravni njene osnove?

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. $\sqrt{2}$

2 boda

8. Koliko je $\lim_{x\to 0}\frac{sin2x}{sin3x}$?

A. 0

B. $\frac{2}{3}$

C. 1

D. $\frac{3}{2}$

2 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9.

a) Izračunajte koliko procenata od broja 25 je broj 4?

1 bod

b) Izračunajte $\left(3+\sqrt{2}\right)^2-\left(3-\sqrt{2}\right)^2=$

1 bod

c) Uprostite $\left(\frac{36a^4}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

1 bod

Rješenje:

10. Beton se dobija miješanjem cementa, šljunka i vode u odnosu $1:3:5$. Potrebno je 180 kilograma betona. Prije nabavke materijala, konstatovano je da već ima 15 kg cementa, 85 kilograma šljunka i 100 litara vode. Izračunajte koliko još materijala treba nabaviti za datu količinu betona.

Rješenje:

3 boda

11. Uprostite izraz $\frac{2x+5}{2x^2+7x+5}-\frac{1}{x}, \left(x \in R \setminus \left\{-\frac{5}{2}, -1, 0\right\}\right).$

Rješenje:

3 boda

12. Data je kvadratna jednačina $x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}=0$ čija su rješenja x_1 i x_2. Ne rješavajući ovu jednačinu odredite vrijednost izraza $x_1^{\,3}x_2+2x_1^{\,2}x_2^{\,2}+x_1x_2^{\,3}$.

Rješenje:

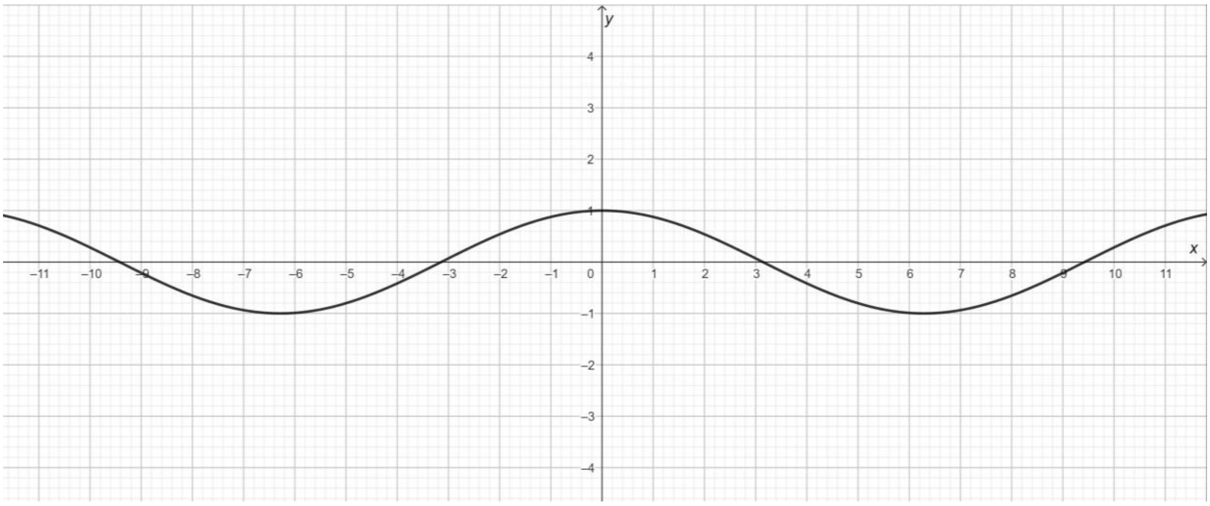
3 boda

13. Riješite sistem jednačina $\begin{cases} 3x - y - 2 = 0 \\ xy + x^2 - 2 = 0 \end{cases}$.

Rješenje:

4 boda

14. Dat je grafik funkcije $f\left(x\right)=cos\frac{x}{2}$.



Za datu funkciju:

a) zapišite skup vrijednosti (kodomen);

1 bod

b) odredite osnovni period;

1 bod

c) izračunajte nule koje pripadaju intervalu $\left(0,10\right)$.

1 bod

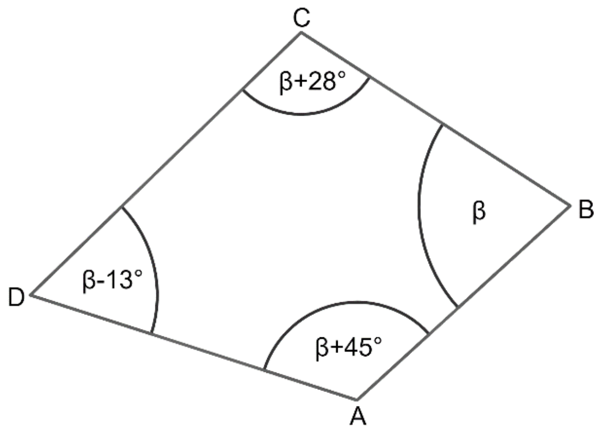
Rješenje:

15. Riješite jednačinu $log\,x + log\left(x-1\right) = log\left(4x\right)$.

Rješenje:

4 boda

16. Odredite mjeru ugla β četvorougla ABCD datog na slici:



Rješenje:

2 boda

17. Ako se poluprečnik lopte poveća za $1cm$, njena površina se poveća za $12\pi cm^2$. Za koliko se povećala zapremina lopte?

Rješenje:

3 boda

18. Odredite vrijednosti realnog parametra m tako da se tačke $A(-1,-2), B(-5,m)$ i $C(m,-7)$ nalaze u trećem kvadrantu i pripadaju istoj pravoj.

Rješenje:

4 boda

19. Izračunajte dužinu tetive kružne linije $(x+3)^2 + y^2 = 5$ koja je određena simetralom drugog i četvrtog kvadranta.

Rješenje:

5 bodova

20. Odredite tačku lokalnog maksimuma funkcije $y = x^3 - 3x^2$.

Rješenje:

4 boda

25

T1 ON