

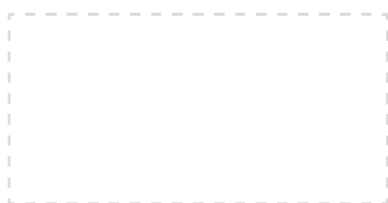
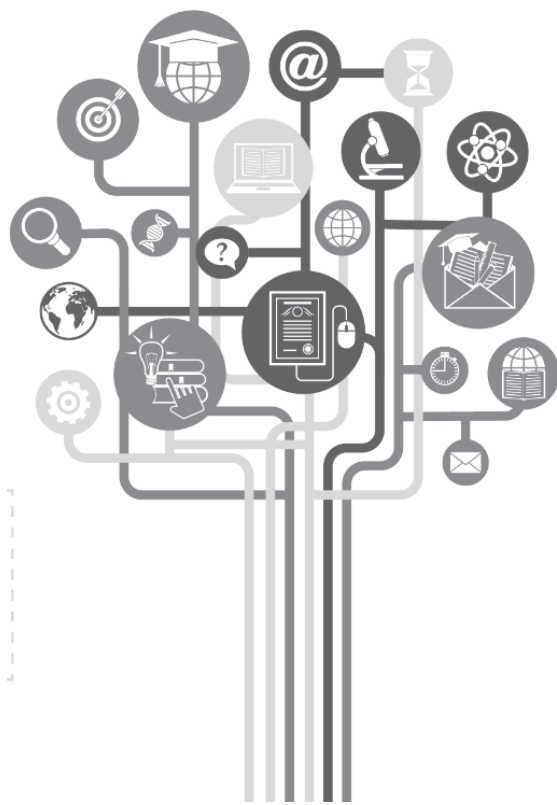


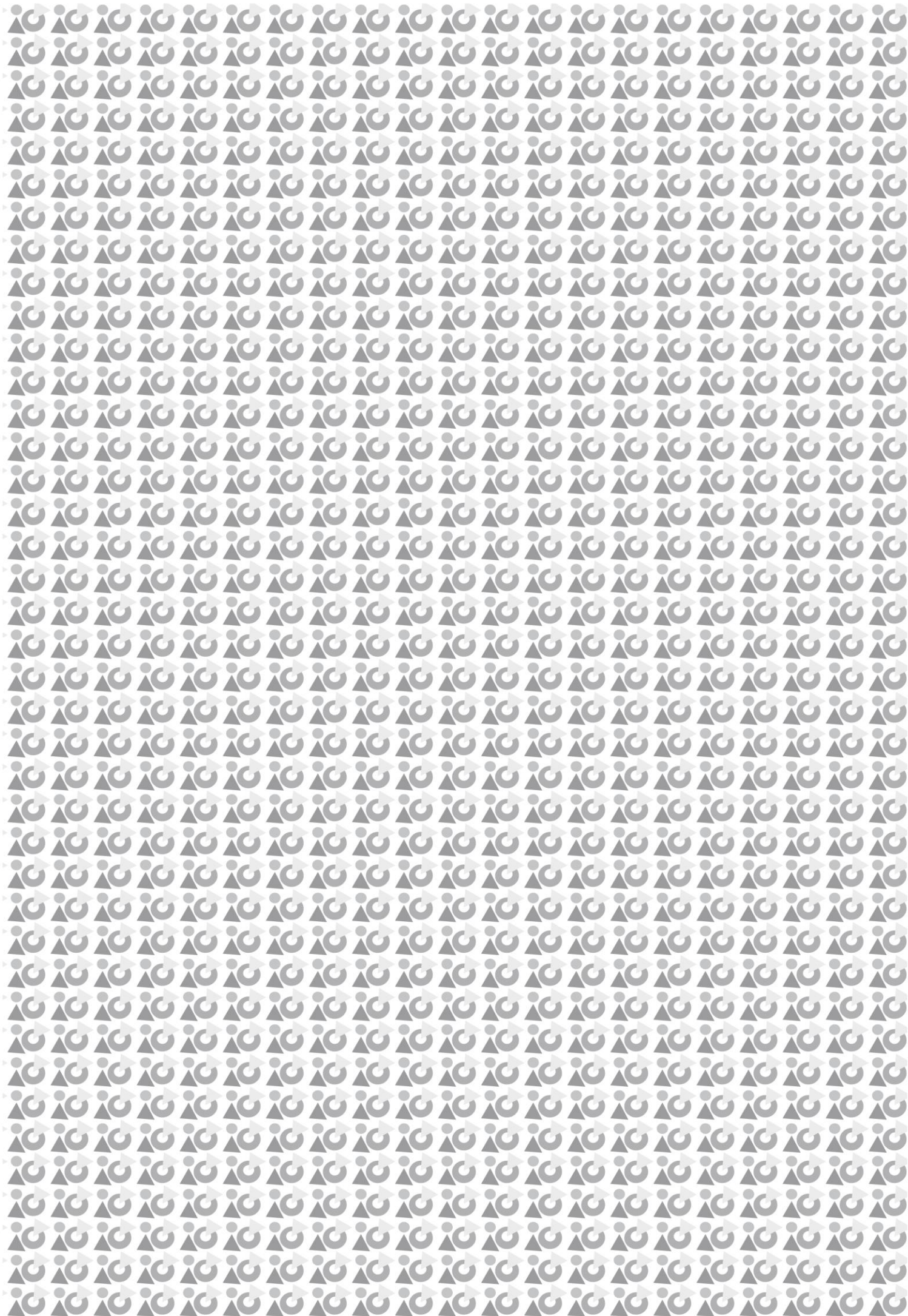
ŠIFRA
UČENIKA

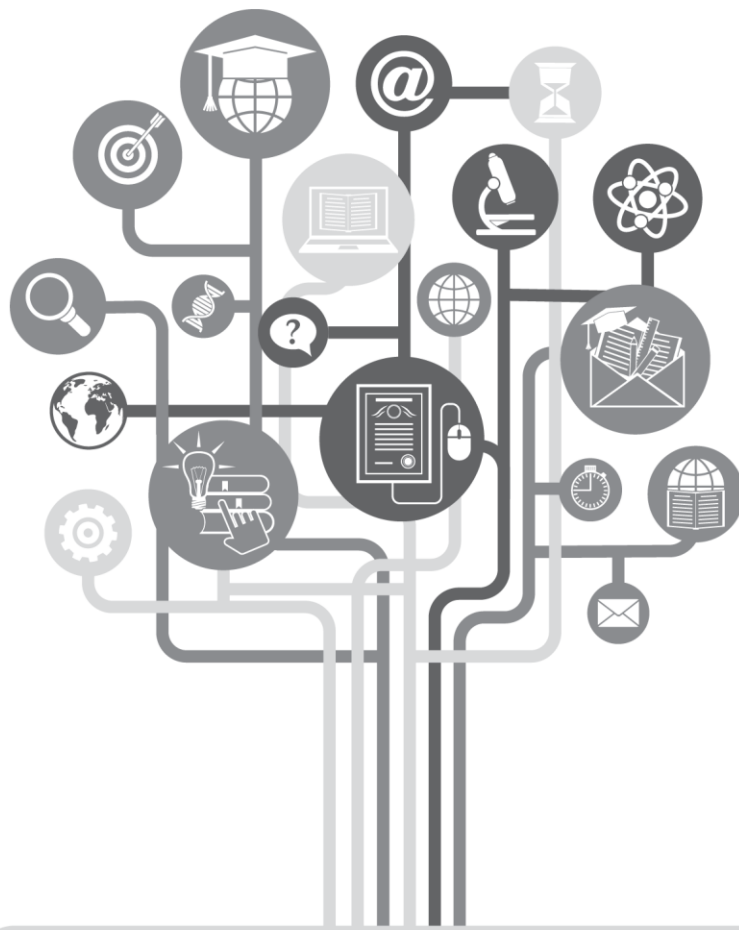
MATURSKI I STRUČNI ISPIT
ŠKOLSKA 2023/2024.

MATEMATIKA

OSNOVNI NIVO







VAŽNO!

„KANDIDAT GUBI PRAVO
POLAGANJA ISPITA, U TOM
ISPITNOM ROKU, KADA SE U
TOKU ISPITA, ODNOSNO
OCJENJIVANJA, UTVRDI DA SE
SLUŽIO NEDOZVOLJENIM
SREDSTVIMA, DA JE PREPISAO
TUĐI ZADATAK ILI DA JE DAO
SVOJ ZADATAK DRUGIMA.“

*(Pravilnik o načinu, postupku i vremenu
polaganja maturalnog ispita u gimnaziji,
član 24; Pravilnik o načinu i postupku
polaganja stručnog ispita za učenike koji
nastavljaju obrazovanje, član 27)*



UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Pribor: grafitna olovka, gumica i hemijska olovka.

Grafitna olovka se može koristiti samo za koncept, crtanje grafika i geometrijskih slika.

Upotreba elektronskih uređaja nije dozvoljena.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 5, 6 i 7.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih osam zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja i to hemijskom olovkom. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata.

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- izabrano više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Strane koje slijede poslije dvadesetog zadatka su rezervne. Možete ih koristiti ako vam nedostaje prostora. Jasno označite ukoliko ste na rezervnim stranama rješavali zadatke.

Kad završite sa radom, provjerite svoja rješenja.
Želimo vam puno uspjeha!

FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in \mathbb{R}$ (i - imaginarna jedinica)
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $(a + b)^n = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} a^{n-m} b^m$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, $(a \neq 0)$, $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$, $(a > 0)$

Kvadratna jednačina: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$

- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$,
- $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$, $(a > 0, a \neq 1, d \neq 1, b, c, d > 0)$

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$

$$\text{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{tg} \alpha \pm \text{tg} \beta}{1 \mp \text{tg} \alpha \cdot \text{tg} \beta}$$

- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

a, b, c - dužine stranica trougla; α, β, γ - odgovarajući unutrašnji uglovi trougla
 r - poluprečnik upisane kružnice, R - poluprečnik opisane kružnice

- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Površina trougla: $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$, $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$,

$$P = r \cdot s, \quad P = \frac{abc}{4R}$$

- Površina paralelograma: $P = a \cdot h_a$, (a – dužina stranice, h_a – dužina visine)
- Površina romba: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$, (d_1 i d_2 – dužine dijagonala)
- Površina trapeza: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$, (a i b – dužine osnovica, h – dužina visine)
- Obim kruga: $O = 2r\pi$; Površina kruga: $P = r^2\pi$ (r – dužina poluprečnika)

- B – površina baze, M – površina omotača i H – dužina visine
- Površina prizme: $P = 2B + M$, Zapremina prizme: $V = B \cdot H$
 - Površina piramide: $P = B + M$, Zapremina piramide: $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
 - Površina zarubljene piramide: $P = B_1 + B_2 + M$
 - Zapremina zarubljene piramide: $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$
 - Površina valjka: $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$, (r – dužina poluprečnika osnove)
 - Zapremina valjka: $V = B \cdot H = r^2\pi H$, (r – dužina poluprečnika osnove)
 - Površina kupe: $P = B + M = r\pi(r + s)$, (r – dužina poluprečnika osnove i s – dužina izvodnice)
 - Zapremina kupe: $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} r^2\pi H$, (r – dužina poluprečnika osnove)
 - Površina zarubljene kupe: $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$,
(r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova i s – dužina izvodnice)
 - Zapremina zarubljene kupe: $V = \frac{1}{3} \pi H (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$
(r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova)
 - Površina sfere: $P = 4r^2\pi$ (r – dužina poluprečnika)
 - Zapremina lopte: $V = \frac{4}{3} r^3\pi$ (r – dužina poluprečnika)

- Rastojanje između tačaka $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

- Površina trougla ΔABC , ($A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$):

$$P = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

- Jednačina prave kroz tačke (x_1, y_1) i (x_2, y_2) : $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$

- Ugao između pravih $y = k_1x + n_1$ i $y = k_2x + n_2$: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

- Rastojanje između tačke (x_0, y_0) i prave $Ax + By + C = 0$: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

- Kružna linija sa centrom u tački (a, b) i poluprečnikom r : $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$
Uslov dodira kružne linije i prave $y = kx + n$: $r^2(1+k^2) = (ka - b + n)^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Uslov dodira prave $y = kx + n$ i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$,
asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$
Uslov dodira prave $y = kx + n$ i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, fokus (žiže): $F(\frac{p}{2}, 0)$
Uslov dodira prave $y = kx + n$ i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Koji od ponuđenih brojeva je racionalan?

- A. $\sqrt{3}$
- B. 4π
- C. $5e$
- D. 0,2

2 boda

2. Kolika je vrijednost izraza $\left(\frac{1}{5}\right)^{-4} \cdot 25^{-2} - 32^{\frac{1}{5}}$?

- A. -3
- B. -1
- C. 1
- D. 3

2 boda

3. Kolika je apsolutna vrijednost (moduo) kompleksnog broja $\frac{i}{i-1}$?

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\sqrt{2}$
- D. 2

2 boda

4. Koliko cjelobrojnih rješenja ima nejednačina $x^2 - 8x < 6 - 13x$?

- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. beskonačno mnogo

2 boda

5. Funkcija $f(x) = -\log_{\frac{1}{2}} x$ je:

- A. opadajuća i negativna za $x > 1$
- B. rastuća i pozitivna za $x > 1$
- C. rastuća i negativna za $x > 1$
- D. opadajuća i pozitivna za $x > 1$

2 boda

6. Za koju vrijednost promjenljive x **nije** definisana funkcija $y = \operatorname{tg} x$?

- A. 0
- B. $\frac{\pi}{6}$
- C. $\frac{\pi}{2}$
- D. $\frac{\pi}{3}$

2 boda

7. Kolika je površina kocke čija je dijagonala dužine D ?

- A. $2D^2$
- B. $3D^2$
- C. $\frac{1}{2}D^2$
- D. $\frac{1}{3}D^2$

2 boda

8. Koeficijent pravca prave koja je normalna na pravu $2x + 3y + 5 = 0$ je:

- A. $-\frac{3}{2}$
- B. $-\frac{2}{3}$
- C. $\frac{2}{3}$
- D. $\frac{3}{2}$

2 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Uprostite izraz $\frac{\frac{64}{a^3}-1}{\frac{16}{a^2}+\frac{4}{a}+1}$, $a \neq 0$.

Rješenje:

3 boda

10. Cijena nekog proizvoda je prvo poskupila 20% , pa zatim pojeftinila 20% . Razlika između početne i krajnje cijene je 1,6 eura. Kolika je početna, a kolika krajnja cijena tog proizvoda?

Rješenje:

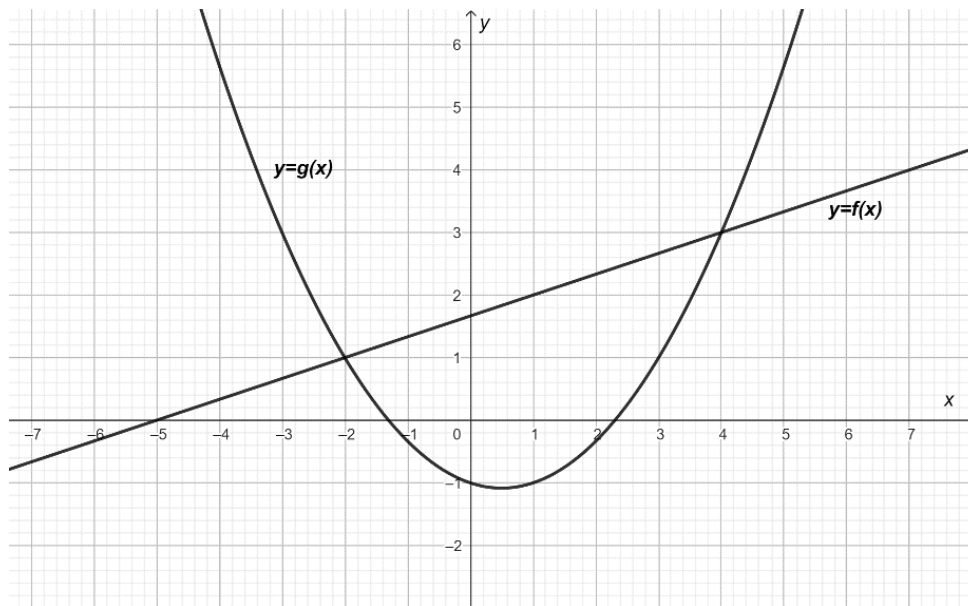
4 boda

- 11.** U kvadratnoj jednačini $x^2 - 10x + q = 0$, odredite vrijednost realnog parametra q , tako da rješenja date jednačine zadovoljavaju relaciju $4x_1 = x_2$.

Rješenje:

3 boda

12. Na slici su prikazani grafici linearne funkcije $y = f(x)$ i kvadratne funkcije $y = g(x)$.



Odgovorite na sljedeća pitanja koristeći date grafike.

a) Za koje vrijednosti $x \in \mathbb{R}$ važi $g(x) < 3$?

1 bod

b) Za koje vrijednosti $x \in \mathbb{R}$ važi $f(x) = g(x)$?

1 bod

c) Za koje vrijednosti $x \in \mathbb{R}$ je $f(x) < g(x)$?

1 bod

Rješenje:

13. Riješite jednačinu $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 28\sqrt{5}$.

Rješenje:

3 boda

14. Izračunajte $\frac{1}{\log_5 2} - \log_2 1,25 + \log_{16} 2$.

Rješenje:

3 boda

15. Uprostite izraz $\sin^2 \alpha \cdot (2\operatorname{ctg} \alpha + 1)(2 + \operatorname{ctg} \alpha) - \frac{5}{2} \sin 2\alpha$.

Rješenje:

4 boda

16. Najveći dijagonalni presjek pravilne šestostrane piramide je jednakostraničan trougao. Ako je dužina visine bočne strane $\sqrt{15}$ cm, izračunajte zapreminu piramide.

Napomena: Nacrtajte skicu koja odgovara tekstu zadatka.

Rješenje:

5 bodova

17. Izračunajte vrijednost parametra n , tako da prava $3x - y = n$ bude tangenta kružnice $x^2 + y^2 = 5$.

Rješenje:

2 boda

- 18.** Odredite jednačinu hiperbole kod koje je rastojanje između žiža $6\sqrt{2}$, a jedna asimptota sa pozitivnim dijelom x -ose zaklapa ugao od 45° .

Rješenje:

4 boda

19. Odredite opšti član i zbir prvih 30 članova aritmetičkog niza (a_n) : 15, 7, -1, -9, ...

Rješenje:

3 boda

20. Izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{5x}$.

Rješenje:

3 boda

T3 ON

