

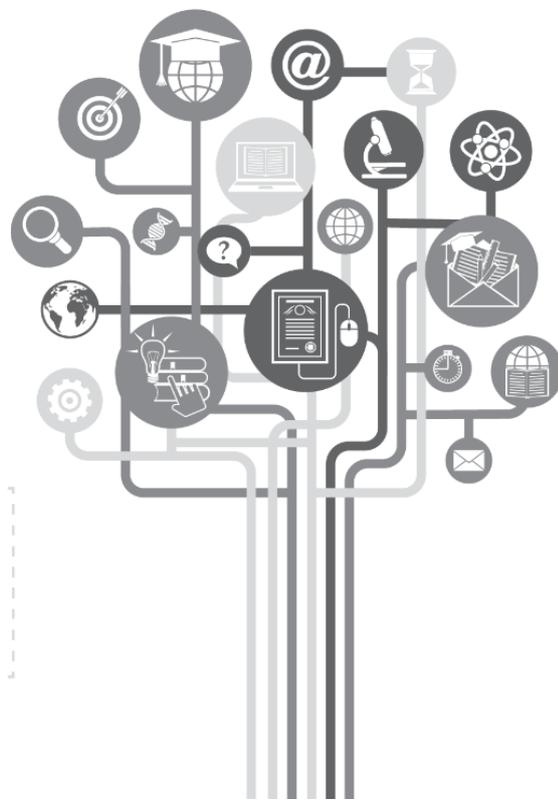


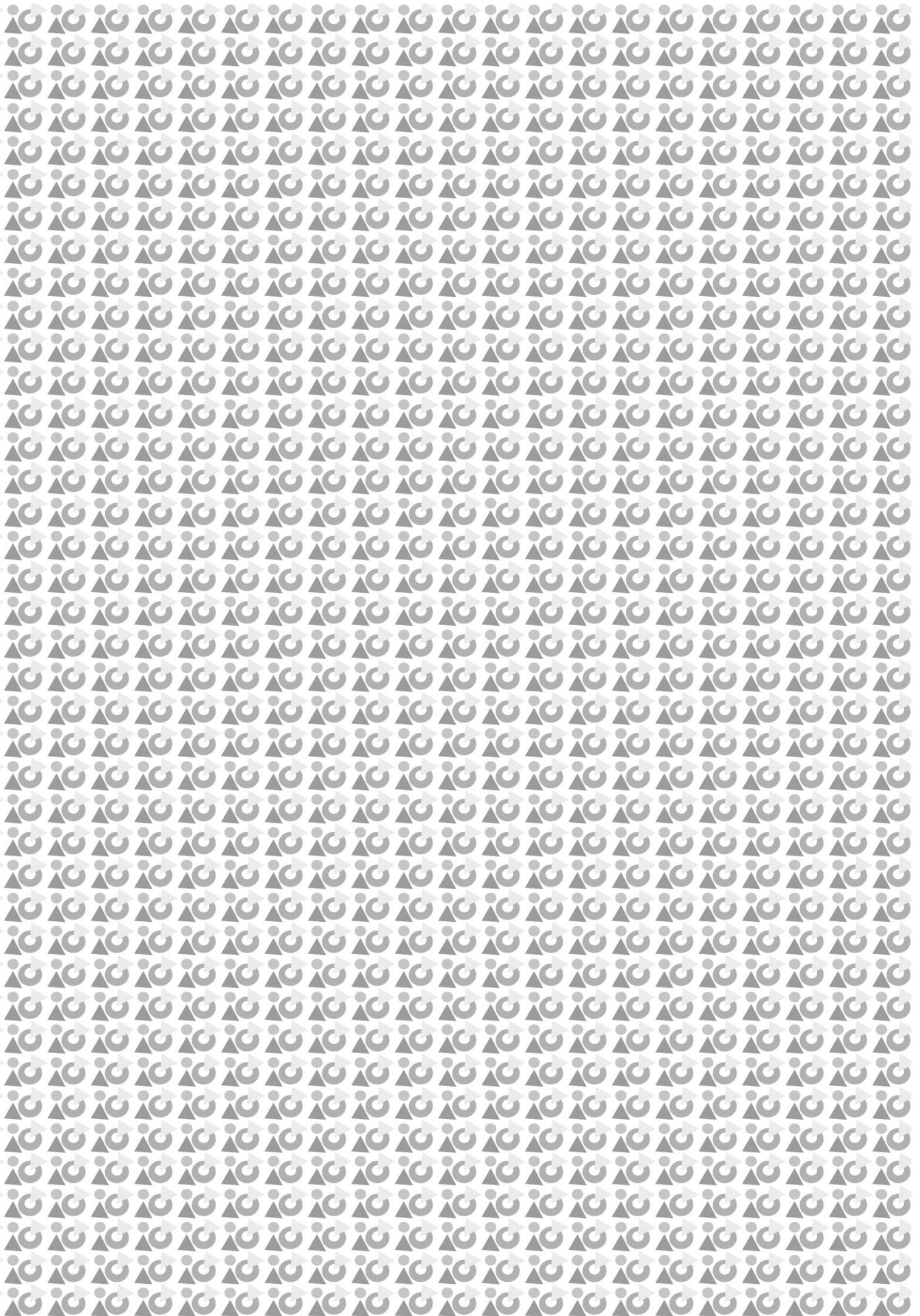
ŠIFRA
UČENIKA

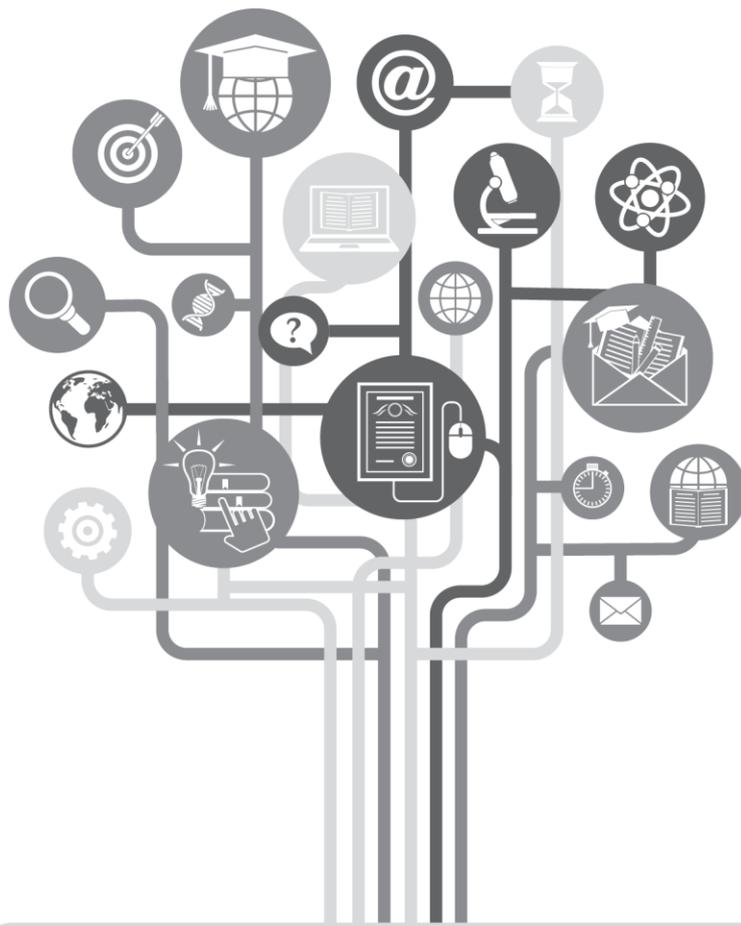
MATURSKI I STRUČNI ISPIT
ŠKOLSKA 2023/2024.

MATEMATIKA

OSNOVNI NIVO







VAŽNO!

„KANDIDAT GUBI PRAVO
POLAGANJA ISPITA, U TOM
ISPITNOM ROKU, KADA SE U
TOKU ISPITA, ODNOSNO
OCJENJIVANJA, UTVRDI DA SE
SLUŽIO NEDOZVOLJENIM
SREDSTVIMA, DA JE PREPISAO
TUĐI ZADATAK ILI DA JE DAO
SVOJ ZADATAK DRUGIMA.“

*(Pravilnik o načinu, postupku i vremenu
polaganja maturalnog ispita u gimnaziji,
član 24; Pravilnik o načinu i postupku
polaganja stručnog ispita za učenike koji
nastavljaju obrazovanje, član 27)*



UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Pribor: grafitna olovka, gumica i hemijska olovka.

Grafitna olovka se može koristiti samo za koncept, crtanje grafika i geometrijskih slika.

Upotreba elektronskih uređaja nije dozvoljena.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 5, 6 i 7.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih osam zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja i to hemijskom olovkom. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata.

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- izabrano više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Strane koje slijede poslije dvadesetog zadatka su rezervne. Možete ih koristiti ako vam nedostaje prostora. Jasno označite ukoliko ste na rezervnim stranama rješavali zadatke.

Kad završite sa radom, provjerite svoja rješenja.
Želimo vam puno uspjeha!

FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in \mathbb{R}$ (i - imaginarna jedinica)
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $(a + b)^n = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} a^{n-m} b^m$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, ($a \neq 0$), $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$, ($a > 0$)

Kvadratna jednačina: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$

- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$,
- $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$, ($a > 0$, $a \neq 1$, $d \neq 1$, $b, c, d > 0$)

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$

$$\text{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{tg} \alpha \pm \text{tg} \beta}{1 \mp \text{tg} \alpha \cdot \text{tg} \beta}$$

- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

a, b, c - dužine stranica trougla; α, β, γ - odgovarajući unutrašnji uglovi trougla
 r - poluprečnik upisane kružnice, R - poluprečnik opisane kružnice

- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Površina trougla: $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$, $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$,

$$P = r \cdot s, \quad P = \frac{abc}{4R}$$

- Površina paralelograma: $P = a \cdot h_a$, (a – dužina stranice, h_a – dužina visine)
- Površina romba: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$, (d_1 i d_2 – dužine dijagonala)
- Površina trapeza: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$, (a i b – dužine osnovica, h – dužina visine)
- Obim kruga: $O = 2r\pi$; Površina kruga: $P = r^2\pi$ (r – dužina poluprečnika)

B – površina baze, M – površina omotača i H – dužina visine

- Površina prizme: $P = 2B + M$, Zapremina prizme: $V = B \cdot H$
- Površina piramide: $P = B + M$, Zapremina piramide: $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Površina zarubljene piramide: $P = B_1 + B_2 + M$
- Zapremina zarubljene piramide: $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$
- Površina valjka: $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$, (r – dužina poluprečnika osnove)
- Zapremina valjka: $V = B \cdot H = r^2\pi H$, (r – dužina poluprečnika osnove)
- Površina kupe: $P = B + M = r\pi(r + s)$, (r – dužina poluprečnika osnove i s – dužina izvodnice)
- Zapremina kupe: $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} r^2\pi H$, (r – dužina poluprečnika osnove)
- Površina zarubljene kupe: $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$,
(r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova i s – dužina izvodnice)
- Zapremina zarubljene kupe: $V = \frac{1}{3} \pi H (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$
(r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova)
- Površina sfere: $P = 4r^2\pi$ (r – dužina poluprečnika)
- Zapremina lopte: $V = \frac{4}{3} r^3\pi$ (r – dužina poluprečnika)

- Rastojanje između tačaka $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

- Površina trougla ΔABC , ($A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$):

$$P = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

- Jednačina prave kroz tačke (x_1, y_1) i (x_2, y_2) : $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$

- Ugao između pravih $y = k_1x + n_1$ i $y = k_2x + n_2$: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

- Rastojanje između tačke (x_0, y_0) i prave $Ax + By + C = 0$: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

- Kružna linija sa centrom u tački (a, b) i poluprečnikom r : $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$
Uslov dodira kružne linije i prave $y = kx + n$: $r^2(1+k^2) = (ka - b + n)^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Uslov dodira prave $y = kx + n$ i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$,
asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$
Uslov dodira prave $y = kx + n$ i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, fokus (žiže): $F(\frac{p}{2}, 0)$
Uslov dodira prave $y = kx + n$ i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Koji broj ima najveću vrijednost?

A. $0,0023 \cdot 10^3$

B. $\left(\frac{100}{127}\right)^{-1}$

C. $\sqrt[3]{\frac{125}{64}}$

D. $\sqrt{10}$

2 boda

2. Dati su polinomi $P(x) = x^2 + 6x + 10$ i $Q(x) = (x+a)^2 + b$.
Koliko je $a \cdot b$ ako je $P(x) = Q(x)$?

A. -9

B. -3

C. 3

D. 9

2 boda

3. Maturski ispit iz matematike polagalo je 400 učenika. Ispit je položilo njih 85%, od kojih je 15% dobilo ocjenu pet. Koliko je učenika dobilo ocjenu pet?

A. 39

B. 51

C. 60

D. 69

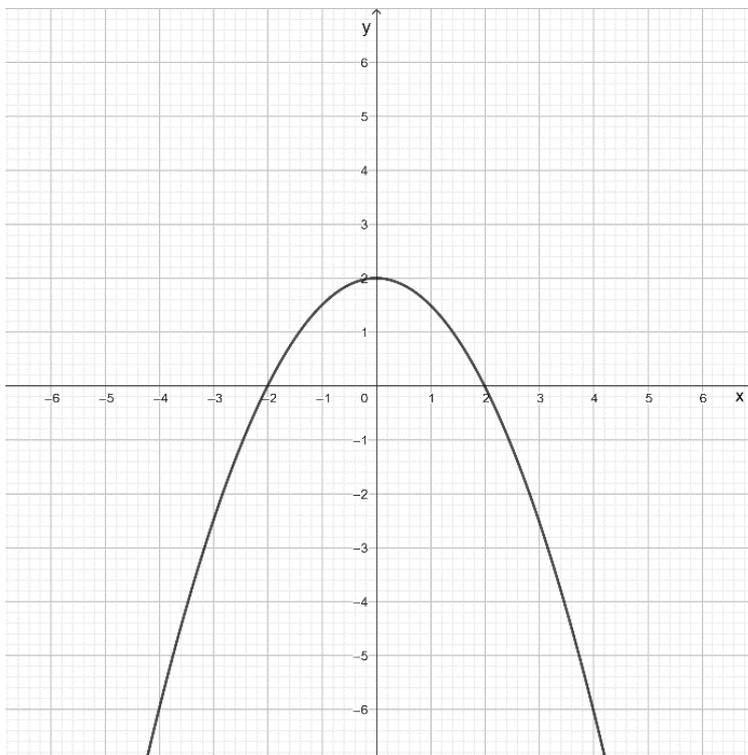
2 boda

4. Koliko rješenja u skupu realnih brojeva ima jednačina $(x^2 + 1)^2 = 100$?

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 4

2 boda

5. Na slici je prikazan grafik funkcije $f(x) = ax^2 + c$, $a, c \in \mathbb{R}$ i $a \neq 0$.



Kolika je vrijednost koeficijenta a ?

- A. -2
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. 2

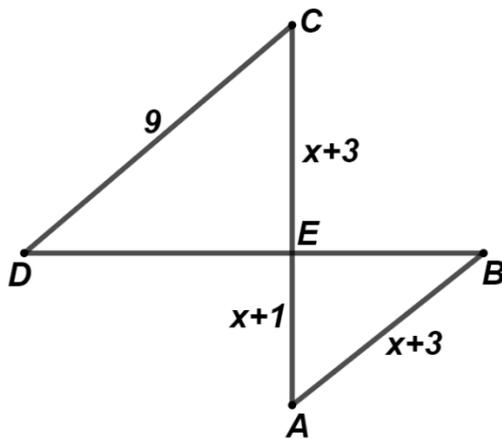
2 boda

6. Čemu je jednako $\log_a a^3 + \log_a \frac{1}{a}$, ($a > 0, a \neq 1$)?

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

2 boda

7. Dužine stranica trouglova ABE i CDE izražene su preko pozitivnog broja x . Koliko je x , ako je $AB \parallel CD$?



- A. $\frac{3}{2}$
- B. 2
- C. 3
- D. 8

2 boda

8. Dužina poluprečnika kružnice $x^2 + y^2 - 8x + 8y + 31 = 0$ je:

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

2 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Izračunajte:

a) $(\sqrt{12} - \sqrt{-3})(3 + \sqrt{-4})$

2 boda

b) $\frac{24^{27} : 8^{27}}{9^{11} + 9^{11} + 9^{11}}$

2 boda

Rješenje:

10. Rastavite na proizvod prostih činilaca polinom $4x^4 - y^2x^2 + 24x^3 - 6xy^2$.

Rješenje:

3 boda

11. Riješite jednačinu $\frac{1-5x}{1+5x} + \frac{1+5x}{5x-1} = \frac{20}{1-25x^2}$, $\left(x \neq \pm \frac{1}{5}\right)$.

Rješenje:

4 boda

12. Odredite interval na kome je definisana funkcija $f(x) = \log(-x^2 - x + 6)$.

Rješenje:

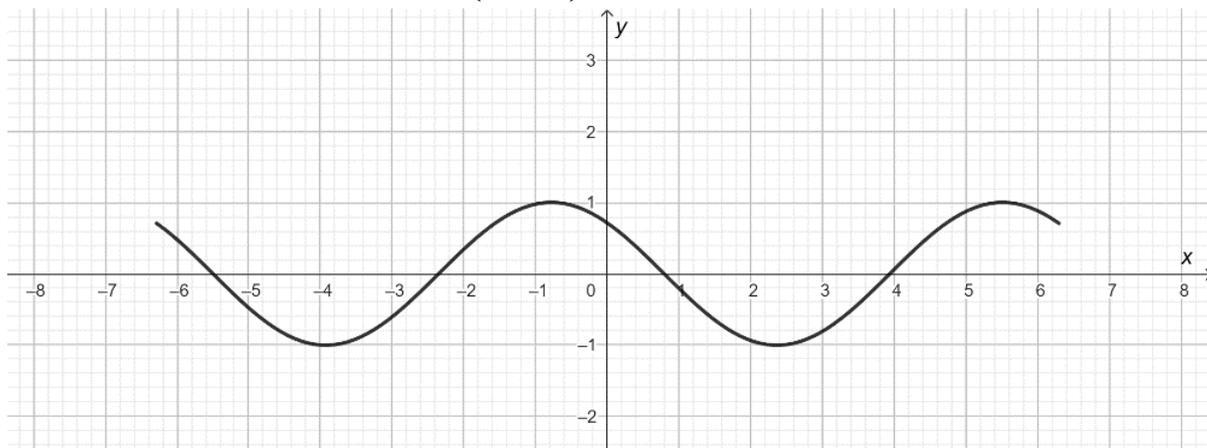
3 boda

13. Riješite jednačinu $\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{x^2-2x}{x^2}} = 1$.

Rješenje:

4 boda

14. Dat je grafik funkcije $f(x) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$, $(-2\pi < x < 2\pi)$.



Odredite tačke presjeka funkcije sa x -osom, na posmatranom intervalu.

Rješenje:

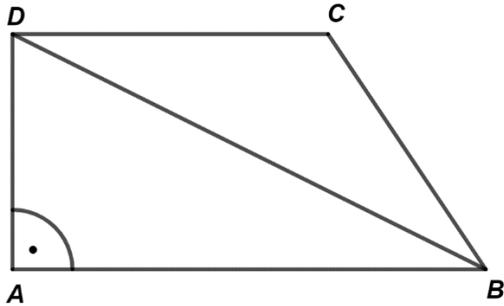
3 boda

- 15.** Odredite vrijednost realnog broja a ako je prava koja prolazi kroz tačke $A(2, -3)$ i $B(5, a)$ normalna na pravu $3x + 4y = 12$.

Rješenje:

3 boda

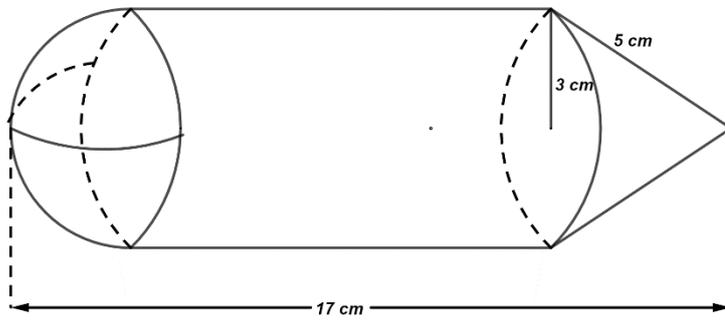
- 16.** Dat je pravougli trapez $ABCD$ (slika). Odredite mjeru tupog ugla tog trapeza ako dijagonala BD obrazuje sa kraćim krakom ugao od 64° i ako je $|CD| = |BC|$.



Rješenje:

2 boda

- 17.** Na slici je dato tijelo sa prikazanim dimenzijama, koje je sastavljeno od kupe, valjka i polulopte. Odredite zapreminu datog tijela.



Rješenje:

5 bodova

18. Izračunajte zbir prvih 2024 članova aritmetičkog niza $\frac{2023}{2024}, \frac{2022}{2024}, \frac{2021}{2024}, \frac{2020}{2024}, \dots$

Rješenje:

3 boda

19. Odredite $f'(x)$ ako je $f(x) = e^x(4x^3 - 12x)$.

Rješenje:

2 boda

20. Izračunajte $\lim_{x \rightarrow 1} \left(1 - \frac{1}{x}\right) \left(\frac{3}{1-x^2}\right)$.

Rješenje:

2 boda

T2 ON

