



SHIFRA  
E NXËNËSIT

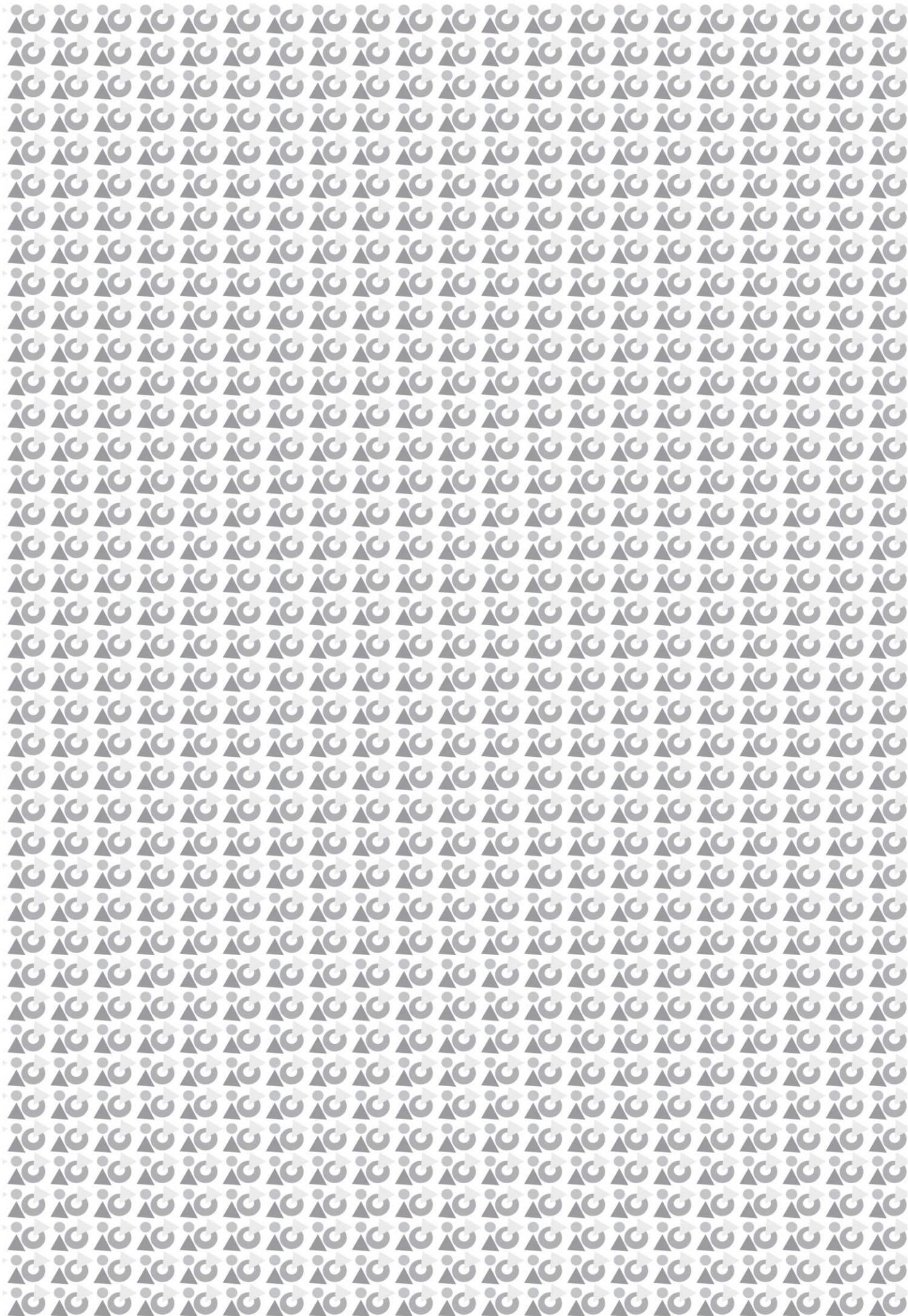
PROVIMI I MATURËS DHE  
PROVIMI PROFESIONAL

VITI SHKOLLOR 2023-2024

**MATEMATIKË**

NIVELI I LARTË









## UDHËZIM

### KOHA PËR ZGJIDHJE TË TESTIT ËSHTË 150 MINUTA

#### Lexoni me kujdes udhëzimin.

**Mjetet:** lapsi i thjeshtë (grafit), goma dhe lapsi kimik.

Lapsi kimik mund të përdoret vetëm për koncept, vizatimin e grafikëve dhe figurave gjeometrike.

Përdorimi i mjeteve elektronike nuk lejohet.

Testi përmban 26 detyra.

Gjatë punës tuaj mund të shfrytëzoni formulat të cilat janë dhënë në faqet 5, 6 dhe 7.

Me test është dhënë edhe lista e përgjigjeve për detyrat me zgjedhje të shumëfishtë. Është e nevojshme që në vendin përkatës me kujdes t'i përshkruani përgjigjet tuaja për dhjetë detyrat e para.

Pritet që tek detyrat e tipit të hapur të shkruhet në mënyrë të hollësishme ecuria e zgjidhjes dhe ajo të bëhet me stilolaps. Zgjidhja duhet të ketë të gjithë hapat që çojnë deri te rezultati.

#### Detyra do të vlerësohet me 0 pikë nëse:

- zgjidhja është e pasaktë
- janë rrethuar më shumë përgjigje të ofruara
- zgjidhja është e palexueshme dhe nuk është shkruar qartë
- zgjidhja është shkruar me laps të thjeshtë

Nëse gaboni, vendosni një vijë të kryqëzuar mbi atë zgjidhje dhe detyrën zgjidheni përsëri. Nëse detyrën e keni zgjidhur në disa mënyra, duhet saktësisht të theksoni zgjidhjen që duhet ta vlerësojë vlerësuesi.

Faqet të cilat pasojnë pas detyrës së njëzet e gjashtë janë rezervë. Mund t'i shfrytëzoni nëse ju mungon hapësira. Shënoni qartë nëse i keni zgjidhur detyrat në faqet rezervë.

Kur të përfundoni me punë, kontrolloni përgjigjet tuaja.  
Ju dëshirojmë sukses të plotë!

## FORMULAT

- $i^2 = -1$ ,  $z = a + bi$ ,  $\bar{z} = a - bi$ ,  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  ( $i$  - njësia imagjinare)
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ,  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $(a + b)^n = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} a^{n-m} b^m$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ,  $a^m : a^n = a^{m-n}$ ,  $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ ,  $(a \neq 0)$ ,  $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ ,  $(a > 0)$

Ekuacioni kuadratik:  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$

- Zgjidhjet e ekuacionit kuadratik:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Rregullat e Vietit:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Kulmi i parabolës  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ :  $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$

- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ ,  $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ ,  $\log_a b^r = r \log_a b$ ,
- $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$ ,  $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$ ,  $(a > 0, a \neq 1, d \neq 1, b, c, d > 0)$

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ ,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

$a, b, c$  - gjatësitë e brinjëve të trekëndëshit;  $\alpha, \beta, \gamma$  - këndet e brendshme të trekëndëshit;

$r$  - rrezja e rrethit të brendashkruar,  $R$  - rrezja e rrethit të jashtëshkruar

- Teorema e Sinusit:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
- Teorema e Kosinusit:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Syprina (sipërfaqja) e trekëndëshit:  $S = \frac{ab \sin \gamma}{2}$ ,  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,

$$s = \frac{a+b+c}{2}, \quad S = r \cdot s, \quad S = \frac{abc}{4R}$$

- Syprina e paralelogramit:  $S = a \cdot h_a$ , ( $a$  – gjatësia e brinjës,  $h_a$  – gjatësia e lartësisë)
- Syprina e rombit:  $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ , ( $d_1$  dhe  $d_2$  – gjatësitë e diagonaleve)
- Syprina e trapezit:  $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ , ( $a$  dhe  $b$  – gjatësitë e bazave,  $h$  – gjatësia e lartësisë)
- Perimetri i rrethit:  $P = 2r\pi$ ; Syprina e rrethit:  $S = r^2\pi$  ( $r$  – gjatësia e rrezes)

- $B$  – syprina e bazës,  $M$  – syprina e mbështjellësit dhe  $H$  – gjatësia e lartësisë
- Syprina e prizmit:  $S = 2B + M$ , Vëllimi i prizmit:  $V = B \cdot H$
  - Syprina e piramidës:  $S = B + M$ , Vëllimi i piramidës:  $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
  - Syprina e piramidës së cinguar:  $S = B_1 + B_2 + M$ ,
  - Vëllimi i piramidës së cinguar:  $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$
  - Syprina e cilindrit:  $S = 2B + M = 2r\pi(r + H)$ , ( $r$  – gjatësia e rrezes së bazës)
  - Vëllimi i cilindrit:  $V = B \cdot H = r^2\pi H$ , ( $r$  – gjatësia e rrezes së bazës)
  - Syprina e konit:  $S = B + M = r\pi(r + s)$ , ( $r$  – gjatësia e rrezes së bazës dhe  $s$  – gjatësia e apotemës)
  - Vëllimi i konit:  $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} r^2\pi H$ , ( $r$  – gjatësia e rrezes së bazës)
  - Syprina e konit të cinguar:  $S = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$ ,  
( $r_1, r_2$  – gjatësitë e rrezeve të bazave dhe  $s$  – gjatësia e apotemës)
  - Vëllimi i konit të cinguar:  $V = \frac{1}{3} \pi H (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$   
( $r_1, r_2$  – gjatësitë e rrezeve të bazave)
  - Sipërfaqja e sferës:  $S = 4r^2\pi$  ( $r$  – gjatësia e rrezes)
  - Vëllimi i topit:  $V = \frac{4}{3} r^3\pi$  ( $r$  – gjatësia e rrezes)
  - Distanca ndërmjet pikave  $A(x_1, y_1)$  i  $B(x_2, y_2)$ :  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
  - Syprina e trekëndëshit  $\Delta ABC$ , ( $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ ):  
$$S = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$
  - Ekuacioni i drejtëzës që kalon përmes pikave  $(x_1, y_1)$  dhe  $(x_2, y_2)$ :  
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$
  - Këndi ndërmjet drejtëzave  $y = k_1x + n_1$  i  $y = k_2x + n_2$ :  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

- Distanca ndërmjet pikës  $(x_0, y_0)$  dhe drejtëzës  $Ax + By + C = 0$  :

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

- Vija rrethore me qendër në pikën  $(a, b)$  dhe me rreze  $r$  :  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$   
Kushti i prekjes së vijës rrethore dhe drejtëzës  $y = kx + n$  :  $r^2(1 + k^2) = (ka - b + n)^2$

- Elipsa:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , vatrë:  $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$

Kushti i prekjes së drejtëzës  $y = kx + n$  dhe elipsës:  $a^2k^2 + b^2 = n^2$

- Hiperbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , vatrë:  $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ ,

Asimptotat e hiperbolës  $y = \pm \frac{b}{a}x$

Kushti i prekjes së drejtëzës  $y = kx + n$  dhe hiperbolës:  $a^2k^2 - b^2 = n^2$

- Parabola:  $y^2 = 2px$ , vatrë:  $F(\frac{p}{2}, 0)$

Kushti i prekjes së drejtëzës  $y = kx + n$  dhe parabolës:  $p = 2kn$

- Vargu aritmetik:  $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$

- Vargu gjeometrik:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ ,  $q \neq 1$

**Në detyrat në vijim rrethoni shkronjën para përgjigjes së saktë.**

**1.** Sa numra racionalë ka në bashkësinë  $A = \left\{-2, \frac{1}{4}, 0, \sqrt{5}, \sqrt[3]{-64}, 3i\right\}$  ?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

2 pikë

**2.** Cili nga pabarazimet e dhëna është **I SAKTË** nëse vlen  $a < b$  ?

- A.  $\frac{a}{2} > \frac{b}{2}$
- B.  $5a - 1 > 5b - 1$
- C.  $-2a + 3 > -2b + 3$
- D.  $-\frac{a}{3} < -\frac{b}{3}$

2 pikë

**3.** Në zgjedhje kanë votuar 46000 votues. Fletëvotime të pavlefshme ka pasur 15% , ndërsa kandidati  $X$  ka fituar 75% të votave të vlefshme. Sa vota të vlefshme ka pasur për kandidatin  $X$  ?

- A. 24000
- B. 29325
- C. 34500
- D. 39125

2 pikë

**4.** Për cilën vlerë të numrit natyror  $n$  vlen barazimi  $2^4 \cdot 3^8 = 9^n \cdot 6^4$ ?

- A.  $-2$
- B.  $-1$
- C.  $1$
- D.  $2$

2 pikë

**5.** Në cilën nga bashkësitë e dhëna gjinden të gjitha zgjidhjet e përbashkëta të inekuacioneve  $\frac{x-3}{4} - 1 < 0$  dhe  $x(x-2) + 1 \leq x^2$ ?

- A.  $\left[\frac{1}{2}, 7\right)$
- B.  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$
- C.  $(7, +\infty)$
- D.  $\left(-7, \frac{1}{2}\right)$

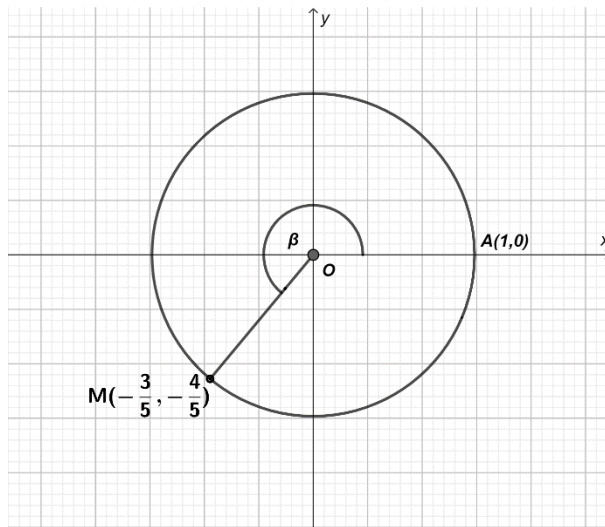
2 pikë

**6.** Me çka është e barabartë  $-\log_2 \sqrt{\sqrt{2}}$ ?

- A.  $-4$
- B.  $-2$
- C.  $-\frac{1}{4}$
- D.  $-\frac{1}{2}$

2 pikë

7. Në vijën rrethore trigonometrike është paraqitur këndi  $\beta = \sphericalangle (OA, OM)$ .



Sa është  $\text{ctg } \beta$  ?

- A.  $-\frac{4}{5}$
- B.  $-\frac{3}{5}$
- C.  $\frac{3}{4}$
- D.  $\frac{4}{3}$

2 pikë

8. Sa është lartësia e rombit, nëse diagonalja e shkurtë e tij ka gjatësinë  $4\text{ cm}$ , ndërsa këndi i ngushtë i tij është  $60^\circ$  ?

- A.  $\sqrt{3}$
- B.  $2\sqrt{3}$
- C.  $4\sqrt{3}$
- D.  $8\sqrt{3}$

2 pikë

**9.** Cili nga numrat e dhënë është i pjesëtueshëm me 5 ?

- A.  $3 \cdot 2021 + 5 \cdot 2021$
- B.  $3^{2022} + 3^{2020}$
- C.  $2^{2022} - 2^{2020}$
- D.  $10 \cdot 2021 - 3 \cdot 2021$

2 pikë

**10.** Është dhënë bashkësia  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, a, b, c, d\}$ . Sa ka nënbashkësi të bashkësisë  $A$  që kanë pesë elementë dhe përmbajnë së paku 3 shkronja?

- A. 21
- B. 33
- C. 84
- D. 91

2 pikë

**Detyrat në vazhdim të zgjidhen me ecuri.**

**11.** Thjeshtoni thyesin  $\frac{2x^2 + 12x + 18}{2x^2 - 18}$ , ( $x \neq \pm 3$ ).

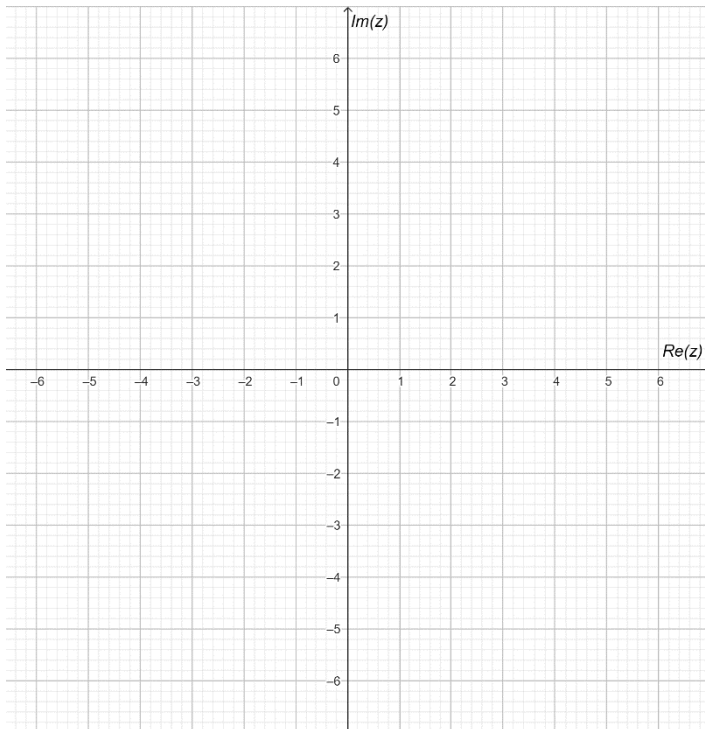
**Zgjidhje:**

2 pikë

**12.** Në sistemin e dhënë koordinativ paraqitni numrin kompleks  $z = \frac{3+2i}{i}$ .

**Zgjidhje:**

3 pikë



**13.** Zgjidhni sistemin e ekuacioneve  $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 3y - 2 = 0 \\ -2x + y + 2 = 0 \end{cases}$ .

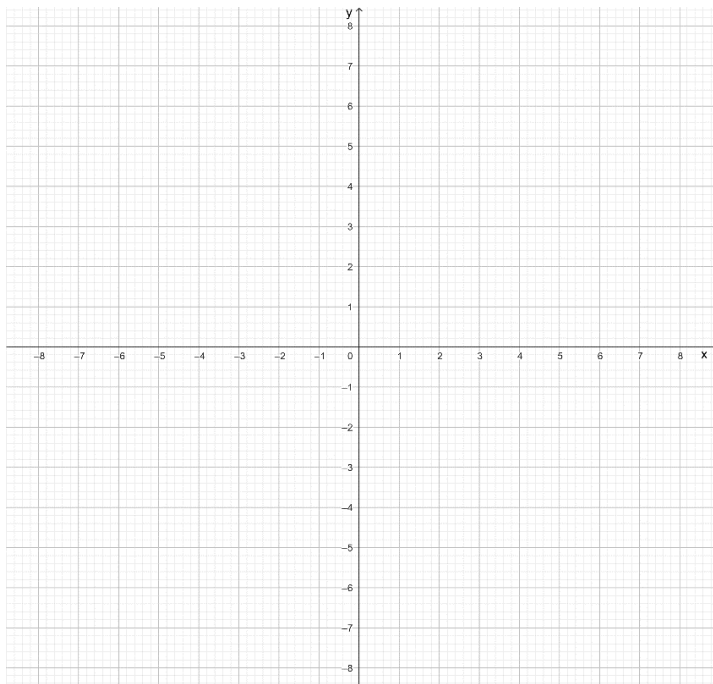
**Zgjidhje:**

4 pikë

- 14.** Përcaktoni koeficientin  $k$  ashtu që kulmi i funksionit kuadratik  $y = 2kx^2 + x(1-k) + 3 - k, (k \neq 0)$  të jetë në boshtin  $y$ , e pastaj në sistemin koordinativ skiconi grafikun e funksionit të fituar.

**Zgjidhje:**

3 pikë



**15.** Zgjidhni ekuacionin  $\log 200 - \log 2 + 98 = 10^x$ .

**Zgjidhje:**

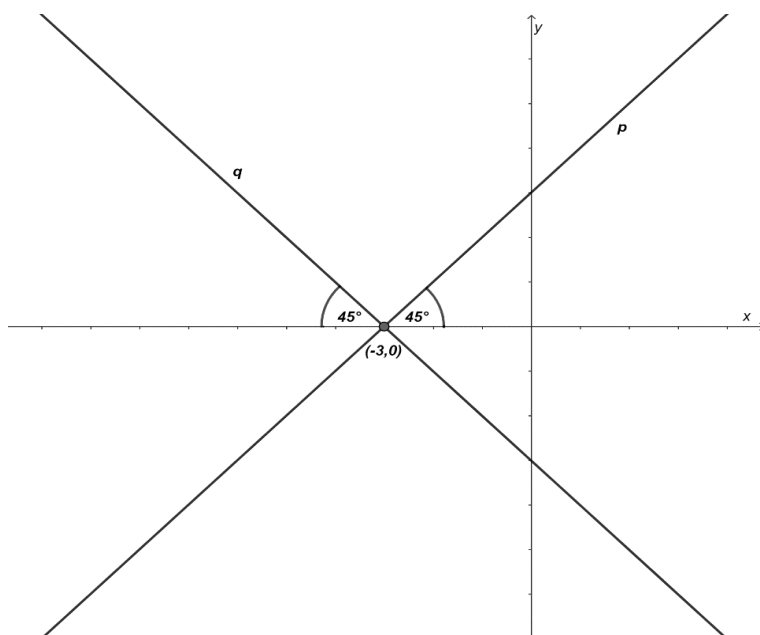
3 pikë

**16.** Thjeshtoni shprehjen  $\frac{\sin 4\alpha}{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha}$ .

**Zgjidhje:**

3 pikë

**17.** Nga të dhënat nga figura përcaktoni ekuacionet e drejtëzave  $p$  dhe  $q$ .



**Zgjidhje:**

2 pikë

**18.** Kubi metalik me brinjë  $4\text{ cm}$  është shkrirë në kuadër brinjët e të cilit janë në raport  $1:2:4$ . Për sa është sipërfaqja e kuadrit më e madhe se sipërfaqja e kubit?

**Zgjidhje:**

4 pikë

**19.** Pikat  $A(-2,6)$ ,  $B\left(-\frac{3}{2},2\right)$  dhe  $C(0,0)$  janë kulme të paralelogramit  $ABCD$ .

Përcaktoni këndin ndërmjet diagonaleve të paralelogramit.

**Zgjidhje:**

5 pikë

**20.** Përcaktoni ekuacionin e vijës rrethore me qendër në origjinën koordinative (qendrën e koordinatave) e cila ka për tangjentë drejtëzën  $x - 2y - 5 = 0$ .

**Zgjidhje:**

3 pikë

- 21.** Tre anëtarët e parë të vargut aritmetik janë  $5p, 20, 3p$ , ku  $p$  është konstantë. Përcaktoni vlerën e konstantës  $p$  dhe diferencën (ndryshesën) e këtij vargu.

**Zgjidhje:**

3 pikë

**22.** Vërtetoni se funksioni  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 15x - 1$  është rritës në bashkësinë  $R$ .

**Zgjidhje:**

3 pikë

**23.** Për cilat vlera të parametrin real  $m$  zgjidhjet  $x_1, x_2$  të ekuacionit  $x^2 + 2(m-5)x + m^2 - 6 = 0$  plotësojnë kushtin  $x_1^2 + x_2^2 > 10$ ?

**Zgjidhje:**

5 pikë

- 24.** Janë dhënë pikat  $A(1,0)$  dhe  $B(0,5)$ . Në drejtëzën  $x - y - 2 = 0$  përcaktoni pikën  $C$  nga kuadranti i parë ashtu që sipërfaqja e trekëndëshit  $ABC$  të jetë e barabartë me  $\frac{11}{2}$ .

**Zgjidhje:**

5 pikë

**25.** Llogaritni  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{2x}}{x^2 - 3x}$ .

**Zgjidhje:**

3 pikë

**26.** Sa është  $n$ , nëse numri i permutacioneve të bashkësisë prej  $n + 2$  elementëve është 90 herë më i madh se numri i permutacioneve të bashkësisë prej  $n$  elementëve?

**Zgjidhje:**

3 pikë







T4VN

