



ŠIFRA  
UČENIKA

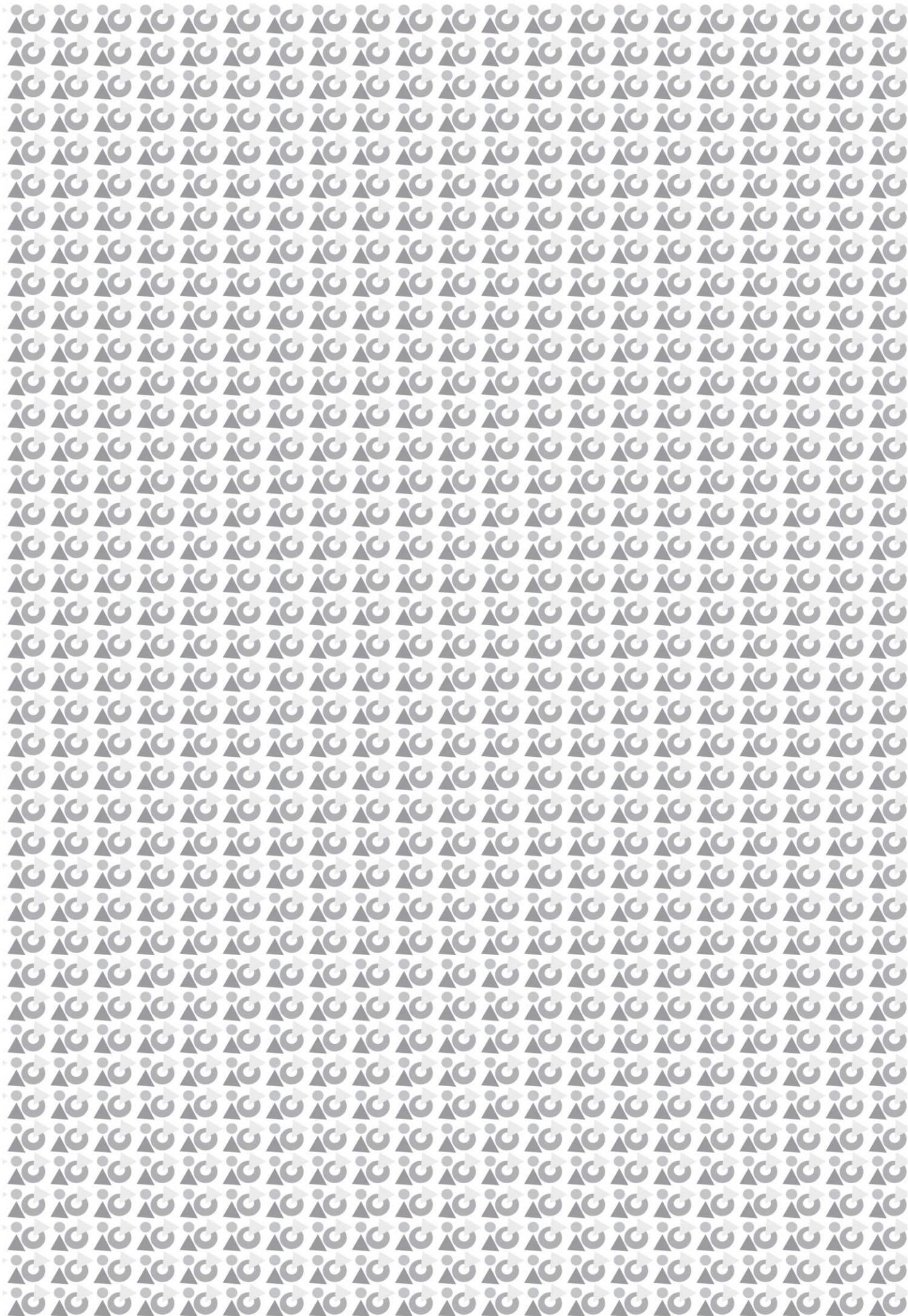
MATURSKI I STRUČNI ISPIT  
ŠKOLSKA 2023/2024.

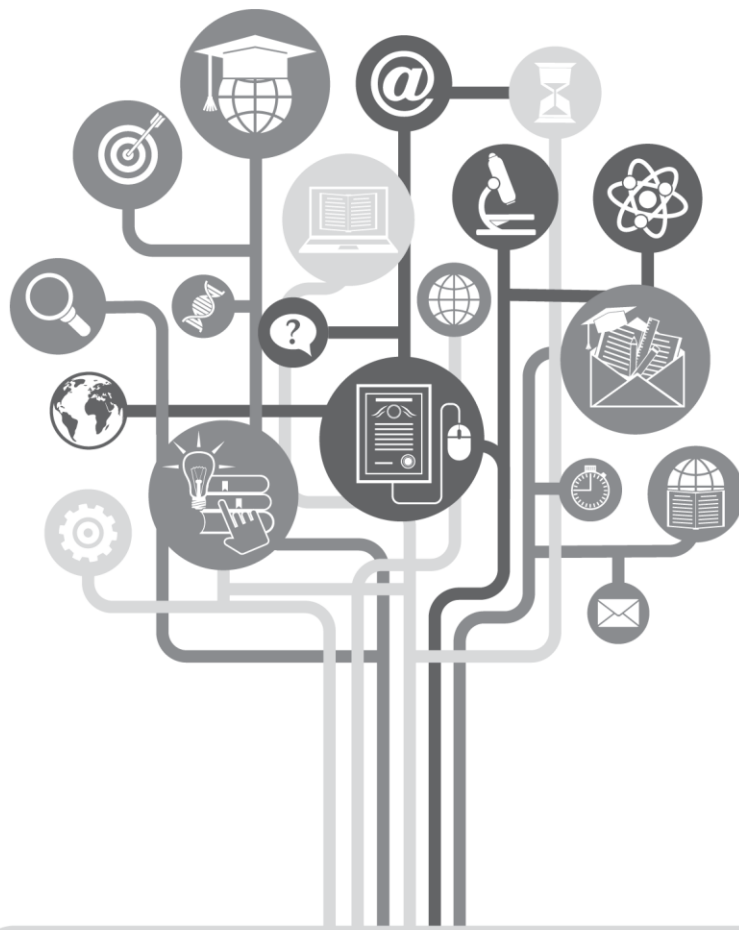
# MATEMATIKA

VIŠI NIVO



\* M 1 2 9 1 5 7 0 \*





# VAŽNO!

„KANDIDAT GUBI PRAVO  
POLAGANJA ISPITA, U TOM  
ISPITNOM ROKU, KADA SE U  
TOKU ISPITA, ODNOSNO  
OCJENJIVANJA, UTVRDI DA SE  
SLUŽIO NEDOZVOLJENIM  
SREDSTVIMA, DA JE PREPISAO  
TUĐI ZADATAK ILI DA JE DAO  
SVOJ ZADATAK DRUGIMA.“

*(Pravilnik o načinu, postupku i vremenu  
polaganja maturalnog ispita u gimnaziji,  
član 24; Pravilnik o načinu i postupku  
polaganja stručnog ispita za učenike koji  
nastavljaju obrazovanje, član 27)*



## UPUTSTVO

**VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA**

**Pažljivo pročitajte uputstvo.**

**Pribor:** grafitna olovka, gumica i hemijska olovka.

Grafitna olovka se može koristiti samo za koncept, crtanje grafika i geometrijskih slika.

Upotreba elektronskih uređaja nije dozvoljena.

Test sadrži 26 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 5, 6 i 7.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih deset zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja i to hemijskom olovkom. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata.

**Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:**

- netačan
- izabrano više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Strane koje slijede poslije dvadeset šestog zadatka su rezervne. Možete ih koristiti ako vam nedostaje prostora. Jasno označite ukoliko ste na rezervnim stranama rješavali zadatke.

Kad završite sa radom, provjerite svoja rješenja.

Želimo vam puno uspjeha!

## FORMULE

- $i^2 = -1$ ,  $z = a + bi$ ,  $\bar{z} = a - bi$ ,  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  ( $i$  - imaginarna jedinica)
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ,  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $(a + b)^n = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} a^{n-m} b^m$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ,  $a^m : a^n = a^{m-n}$ ,  $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ , ( $a \neq 0$ ),  $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ , ( $a > 0$ )

Kvadratna jednačina:  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ :  $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$

- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ ,  $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ ,  $\log_a b^r = r \log_a b$ ,
- $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$ ,  $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$ , ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $d \neq 1$ ,  $b, c, d > 0$ )

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ ,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$

$$\text{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{tg} \alpha \pm \text{tg} \beta}{1 \mp \text{tg} \alpha \cdot \text{tg} \beta}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$a, b, c$  - dužine stranica trougla;  $\alpha, \beta, \gamma$  - odgovarajući unutrašnji uglovi trougla  
 $r$  - poluprečnik upisane kružnice,  $R$  - poluprečnik opisane kružnice

$$\text{Sinusna teorema: } \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\text{Kosinusna teorema: } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\text{Površina trougla: } P = \frac{ab \sin \gamma}{2}, P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, s = \frac{a+b+c}{2},$$

$$P = r \cdot s, \quad P = \frac{abc}{4R}$$

- Površina paralelograma:  $P = a \cdot h_a$ , ( $a$  - dužina stranice,  $h_a$  - dužina visine)
- Površina romba:  $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ , ( $d_1$  i  $d_2$  - dužine dijagonala)
- Površina trapeza:  $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$ , ( $a$  i  $b$  - dužine osnovica,  $h$  - dužina visine)
- Obim kruga:  $O = 2r\pi$ ;      Površina kruga:  $P = r^2\pi$  ( $r$  - dužina poluprečnika)

$B$  - površina baze,  $M$  - površina omotača i  $H$  - dužina visine

- Površina prizme:  $P = 2B + M$ ,      Zapremina prizme:  $V = B \cdot H$
- Površina piramide:  $P = B + M$ ,      Zapremina piramide:  $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Površina zarubljene piramide:  $P = B_1 + B_2 + M$
- Zapremina zarubljene piramide:  $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$
- Površina valjka:  $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$ , ( $r$  - dužina poluprečnika osnove)
- Zapremina valjka:  $V = B \cdot H = r^2\pi H$ , ( $r$  - dužina poluprečnika osnove)
- Površina kupe:  $P = B + M = r\pi(r + s)$ , ( $r$  - dužina poluprečnika osnove i  $s$  - dužina izvodnice)
- Zapremina kupe:  $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} r^2\pi H$ , ( $r$  - dužina poluprečnika osnove)
- Površina zarubljene kupe:  $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$ ,  
( $r_1, r_2$  - dužina poluprečnika osnova i  $s$  - dužina izvodnice)
- Zapremina zarubljene kupe:  $V = \frac{1}{3} \pi H (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$   
( $r_1, r_2$  - dužina poluprečnika osnova)
- Površina sfere:  $P = 4r^2\pi$       ( $r$  - dužina poluprečnika)
- Zapremina lopte:  $V = \frac{4}{3} r^3\pi$  ( $r$  - dužina poluprečnika)

- Rastojanje između tačaka  $A(x_1, y_1)$  i  $B(x_2, y_2)$ :  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

- Površina trougla  $\Delta ABC$ , ( $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ ):

$$P = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

- Jednačina prave kroz tačke  $(x_1, y_1)$  i  $(x_2, y_2)$ :  $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$

- Ugao između pravih  $y = k_1x + n_1$  i  $y = k_2x + n_2$ :  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

- Rastojanje između tačke  $(x_0, y_0)$  i prave  $Ax + By + C = 0$ :  $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

- Kružna linija sa centrom u tački  $(a, b)$  i poluprečnikom  $r$ :  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$   
Uslov dodira kružne linije i prave  $y = kx + n$ :  $r^2(1+k^2) = (ka - b + n)^2$
- Elipsa:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , fokusi (žiže):  $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$   
Uslov dodira prave  $y = kx + n$  i elipse:  $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , fokusi (žiže):  $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ ,  
asimptote hiperbole  $y = \pm\frac{b}{a}x$   
Uslov dodira prave  $y = kx + n$  i hiperbole:  $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , fokus (žiže):  $F(\frac{p}{2}, 0)$   
Uslov dodira prave  $y = kx + n$  i parabole:  $p = 2kn$
- Aritmetički niz:  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ ,  $q \neq 1$

**U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.**

**1.** Koliko racionalnih brojeva ima u skupu  $A = \left\{-2, \frac{1}{4}, 0, \sqrt{5}, \sqrt[3]{-64}, 3i\right\}$ ?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

2 boda

**2.** Koja od ponuđenih nejednakosti je **TAČNA** ako je  $a < b$ ?

- A.  $\frac{a}{2} > \frac{b}{2}$
- B.  $5a - 1 > 5b - 1$
- C.  $-2a + 3 > -2b + 3$
- D.  $-\frac{a}{3} < -\frac{b}{3}$

2 boda

**3.** Na izborima je glasalo 46000 birača. Nevažjećih glasačkih listića je bilo 15% , a kandidat  $X$  je dobio 75% važjećih glasova.  
Koliko je važjećih glasačkih listića bilo za kandidata  $X$  ?

- A. 24000
- B. 29325
- C. 34500
- D. 39125

2 boda

**4.** Za koju vrijednost prirodnog broja  $n$  važi jednakost  $2^4 \cdot 3^8 = 9^n \cdot 6^4$ ?

- A.  $-2$
- B.  $-1$
- C.  $1$
- D.  $2$

2 boda

**5.** U kojem od datih skupova su sva zajednička rješenja nejednačina  $\frac{x-3}{4} - 1 < 0$  i  $x(x-2) + 1 \leq x^2$ ?

- A.  $\left[\frac{1}{2}, 7\right)$
- B.  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$
- C.  $(7, +\infty)$
- D.  $\left(-7, \frac{1}{2}\right)$

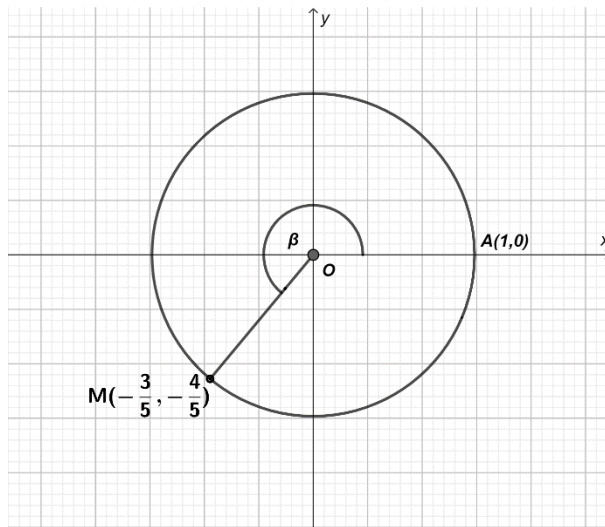
2 boda

**6.** Čemu je jednako  $-\log_2 \sqrt{\sqrt{2}}$ ?

- A.  $-4$
- B.  $-2$
- C.  $-\frac{1}{4}$
- D.  $-\frac{1}{2}$

2 boda

7. Na trigonometrijskoj kružnici prikazan je ugao  $\beta = \sphericalangle(OA, OM)$ .



Koliko iznosi  $\text{ctg } \beta$  ?

- A.  $-\frac{4}{5}$
- B.  $-\frac{3}{5}$
- C.  $\frac{3}{4}$
- D.  $\frac{4}{3}$

2 boda

8. Kolika je visina romba ako je kraća dijagonala dužine  $4\text{ cm}$ , a oštar ugao je  $60^\circ$  ?

- A.  $\sqrt{3}$
- B.  $2\sqrt{3}$
- C.  $4\sqrt{3}$
- D.  $8\sqrt{3}$

2 boda

**9.** Koji od datih brojeva je djeljiv sa 5?

- A.  $3 \cdot 2021 + 5 \cdot 2021$
- B.  $3^{2022} + 3^{2020}$
- C.  $2^{2022} - 2^{2020}$
- D.  $10 \cdot 2021 - 3 \cdot 2021$

2 boda

**10.** Neka je dat skup  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, a, b, c, d\}$ . Koliko ima petoelementnih podskupova skupa  $A$  koji sadrže bar 3 slova?

- A. 21
- B. 33
- C. 84
- D. 91

2 boda

**Zadatke koji slijede rješavajte postupno.**

**11.** Skratite razlomak  $\frac{2x^2+12x+18}{2x^2-18}$ , ( $x \neq \pm 3$ ).

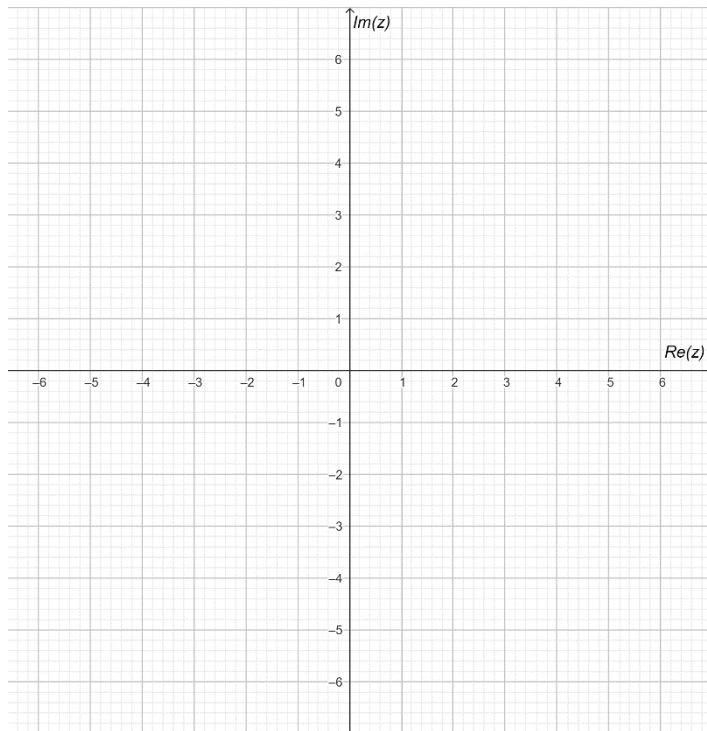
**Rješenje:**

2 boda

**12.** U datom koordinatnom sistemu predstavite kompleksan broj  $z = \frac{3+2i}{i}$ .

**Rješenje:**

3 boda



**13.** Riješite sistem jednačina  $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 3y - 2 = 0 \\ -2x + y + 2 = 0 \end{cases}$ .

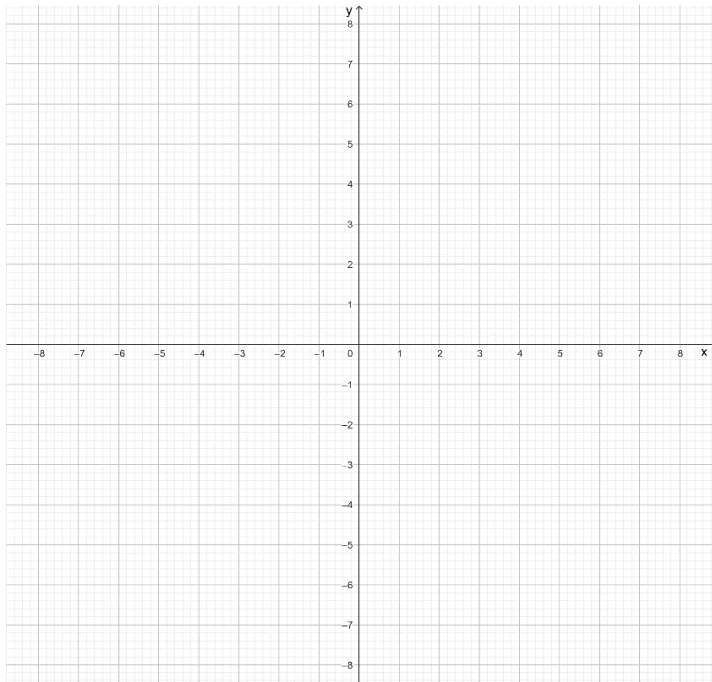
**Rješenje:**

4 boda

- 14.** Odredite koeficijent  $k$  tako da tjeme kvadratne funkcije  $y = 2kx^2 + x(1-k) + 3 - k$ , ( $k \neq 0$ ) bude na  $y$ -osi, a zatim u koordinatnom sistemu skicirajte grafik dobijene funkcije.

**Rješenje:**

3 boda



**15.** Riješite jednačinu  $\log 200 - \log 2 + 98 = 10^x$ .

**Rješenje:**

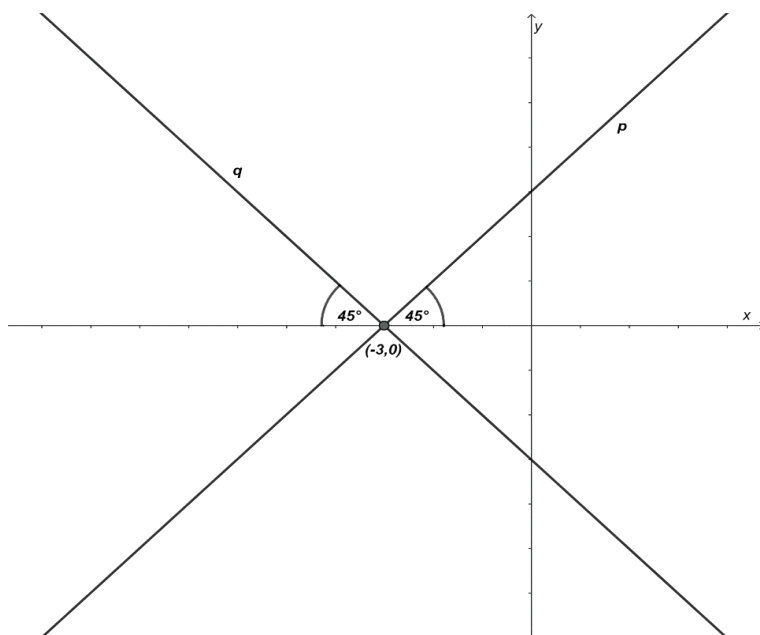
3 boda

**16.** Uprostite izraz  $\frac{\sin 4\alpha}{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha}$ .

**Rješenje:**

3 boda

**17.** Na osnovu podataka sa slike odredite jednačine pravih  $p$  i  $q$ .



**Rješenje:**

2 boda

- 18.** Metalna kocka osnovne ivice  $4\text{ cm}$  pretopljena je u kvadar čije su ivice u odnosu  $1:2:4$ . Za koliko je površina kvadra veća od površine kocke?

**Rješenje:**

*4 boda*

**19.** Tačke  $A(-2,6)$ ,  $B\left(-\frac{3}{2},2\right)$  i  $C(0,0)$  su tjemena paralelograma  $ABCD$ . Odredite ugao između dijagonala paralelograma.

**Rješenje:**

5 bodova

- 20.** Odredite jednačinu kružnice sa centrom u koordinatnom početku kojoj je prava  $x - 2y - 5 = 0$  tangenta.

**Rješenje:**

3 boda

**21.** Prva tri člana aritmetičkog niza su  $5p, 20, 3p$ , gdje je  $p$  konstanta. Odredite vrijednost konstante  $p$  i razliku ovog niza.

**Rješenje:**

3 boda

**22.** Pokažite da je funkcija  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 15x - 1$  rastuća na skupu  $R$ .

**Rješenje:**

3 boda

**23.** Za koje vrijednosti realnog parametra  $m$  rješenja  $x_1, x_2$  jednačine  $x^2 + 2(m-5)x + m^2 - 6 = 0$  zadovoljavaju uslov  $x_1^2 + x_2^2 > 10$ ?

**Rješenje:**

5 bodova

**24.** Date su tačke  $A(1,0)$  i  $B(0,5)$ . Na pravoj  $x - y - 2 = 0$  odredite tačku  $C$  iz prvog kvadranta tako da površina trougla  $ABC$  bude jednaka  $\frac{11}{2}$ .

**Rješenje:**

5 bodova

25. Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{2x}}{x^2 - 3x}$ .

**Rješenje:**

3 boda

**26.** Koliko je  $n$ , ako je broj permutacija skupa od  $n+2$  elemenata 90 puta veći od broja permutacija skupa od  $n$  elemenata?

**Rješenje:**

3 boda







T4VN

