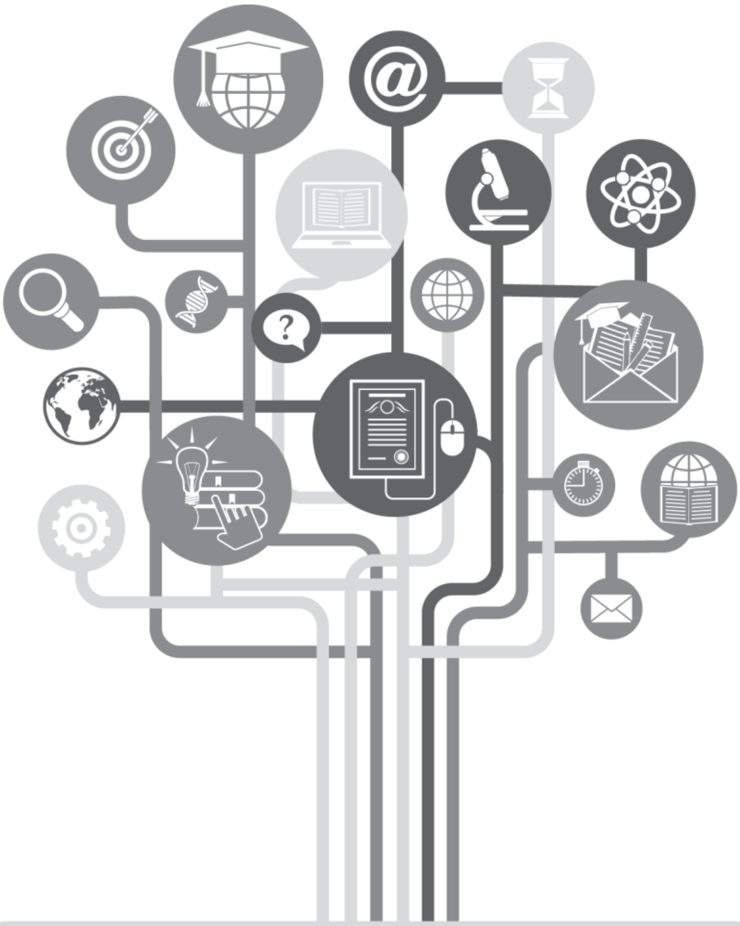
ŠIFRA
UČENIKA

MATURSKI I STRUČNI ISPIT
ŠKOLSKA 2023/2024.

MATEMATIKA

OSNOVNI NIVO

M1291560



VAŽNO!

„KANDIDAT GUBI PRAVO POLAGANJA ISPITA, U TOM ISPITNOM ROKU, KADA SE U TOKU ISPITA, ODNOSNO OCJENJIVANJA, UTVRDI DA SE SLUŽIO NEDOZVOLJENIM SREDSTVIMA, DA JE PREPISAO TUĐI ZADATAK ILI DA JE DAO SVOJ ZADATAK DRUGIMA.“

(*Pravilnik o načinu, postupku i vremenu polaganja maturskog ispita u gimnaziji, član 24; Pravilnik o načinu i postupku polaganja stručnog ispita za učenike koji nastavljaju obrazovanje, član 27*)

UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Pribor: grafitna olovka, gumica i hemijska olovka.
Grafitna olovka se može koristiti samo za koncept, crtanje grafika i geometrijskih slika.
Upotreba elektronskih uređaja nije dozvoljena.

Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 5, 6 i 7.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih osam zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja i to hemijskom olovkom. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata.

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

→ netačan
→ izabrano više ponuđenih odgovora
→ nečitko i nejasno napisan
→ rješenje napisano grafitnom olovkom

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Strane koje slijede poslije dvadesetog zadatka su rezervne. Možete ih koristiti ako vam nedostaje prostora. Jasno označite ukoliko ste na rezervnim stranama rješavali zadatke.

Kad završite sa radom, provjerite svoja rješenja.
Želimo vam puno uspjeha!

FORMULE

- $i^2=-1,\quad z=a+bi,\ \bar{z}=a-bi$, $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$, $a,b\in R$ (i - imaginarna jedinica)
- $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2,\quad a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
- $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3,\quad a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$
- $(a+b)^n=\sum_{m=0}^{n}\binom{n}{m}a^{n-m}b^m$
- $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$, $a^m:a^n=a^{m-n}$, $a^{-m}=\frac{1}{a^m},(a\neq 0)$, $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}},(a>0)$

Kvadratna jednačina: $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1+x_2=-\frac{b}{a},\quad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$
- Tjeme parabole $f(x)=ax^2+bx+c, a\neq 0$: $T(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$
- $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$, $\log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$, $\log_a b^r=r\log_a b$,
- $\log_a b=\frac{\log_d b}{\log_d a}$, $\log_{a^k} b=\frac{1}{k}\log_a b$, $(a>0, a\neq 1, d\neq 1, b,c,d>0)$
- $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$, $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$,
- $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\beta\sin\alpha$
- $tg(\alpha\pm\beta)=\frac{tg\alpha\pm tg\beta}{1\mp tg\alpha\cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$, $\quad\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$, $\quad\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

a,b,c – dužine stranica trougla; α,β,γ – odgovarajući unutrašnji uglovi trougla
r – poluprečnik upisane kružnice, R – poluprečnik opisane kružnice

- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$
- Kosinusna teorema: $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$
- Površina trougla: $P=\frac{ab\sin\gamma}{2}$, $P=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$,

$P=r\cdot s$, $\quad P=\frac{abc}{4R}$

- Površina paralelograma: $P = a \cdot h_a$, (a – dužina stranice, h_a – dužina visine)
- Površina romba: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$, (d_1 i d_2 – dužine dijagonala)
- Površina trapeza: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$, (a i b – dužine osnovica, h – dužina visine)
- Obim kruga: $O = 2r\pi$; Površina kruga: $P = r^2\pi$ (r – dužina poluprečnika)

B – površina baze, M – površina omotača i H – dužina visine

- Površina prizme: $P = 2B + M$, Zapremina prizme: $V = B \cdot H$
- Površina piramide: $P = B + M$, Zapremina piramide: $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Površina zarubljene piramide: $P = B_1 + B_2 + M$
- Zapremina zarubljene piramide: $V = \frac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$
- Površina valjka: $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Zapremina valjka: $V = B \cdot H = r^2\pi H$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Površina kupe: $P = B + M = r\pi(r + s)$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove i **s** – dužina izvodnice)
- Zapremina kupe: $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} r^2 \pi H$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Površina zarubljene kupe: $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$,
  (r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova i ***s*** – dužina izvodnice)
- Zapremina zarubljene kupe: $V = \frac{1}{3}\pi H(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$
  (r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova)
- Površina sfere: $P = 4r^2\pi$ (***r*** – dužina poluprečnika)
- Zapremina lopte: $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$ (***r*** – dužina poluprečnika)

- Rastojanje između tačaka $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla $\Delta ABC, \left(A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)\right)$:

$$P = \frac{1}{2}\left|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right|$$

- Jednačina prave kroz tačke (x_1, y_1) i (x_2, y_2) : $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$
- Ugao između pravih $y = k_1 x + n_1$ i $y = k_2 x + n_2$: $tg\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke (x_0, y_0) i prave $Ax + By + C = 0$: $d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$

- Kružna linija sa centrom u tački (a,b) i poluprečnikom r: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

  Uslov dodira kružne linije i prave $y=kx+n$: $r^2(1+k^2)=(ka-b+n)^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2-b^2},0)$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i elipse: $a^2k^2+b^2=n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2+b^2},0)$,

  asimptote hiperbole $y=\pm\frac{b}{a}x$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i hiperbole: $a^2k^2-b^2=n^2$
- Parabola: $y^2=2px$, fokus (žiže): $F(\frac{p}{2},0)$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i parabole: $p=2kn$
- Aritmetički niz: $a_n=a_1+(n-1)d$, $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n=b_1\cdot q^{n-1}$, $S_n=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, $q\neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Koliko racionalnih brojeva ima u skupu $A=\left\{-2,\frac{1}{4},0,\sqrt{5},\sqrt[3]{-64},3i\right\}$?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

2 boda

2. Koja od ponuđenih nejednakosti je **TAČNA** ako je $a<b$?

A. $\frac{a}{2}>\frac{b}{2}$

B. $5a-1>5b-1$

C. $-2a+3>-2b+3$

D. $-\frac{a}{3}<-\frac{b}{3}$

2 boda

3. Na izborima je glasalo $46\,000$ birača. Nevažećih glasačkih listića je bilo 15%, a kandidat X je dobio 75% važećih glasova.
Koliko je važećih glasačkih listića bilo za kandidata X?

A. $24\,000$

B. $29\,325$

C. $34\,500$

D. $39\,125$

2 boda

4. Za koju vrijednost prirodnog broja n važi jednakost $2^4 \cdot 3^8 = 9^n \cdot 6^4$?

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

2 boda

5. U kojem od datih skupova su sva zajednička rješenja nejednačina $\frac{x-3}{4}-1<0$ i $x(x-2)+1 \leq x^2$?

A. $\left[\frac{1}{2},7\right)$

B. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$

C. $(7,+\infty)$

D. $\left(-7,\frac{1}{2}\right)$

2 boda

6. Čemu je jednako $-\log_2 \sqrt{\sqrt{2}}$?

A. -4

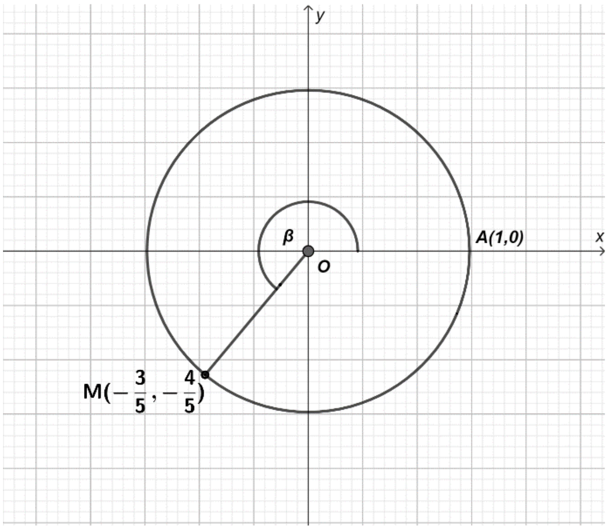
B. -2

C. $-\frac{1}{4}$

D. $-\frac{1}{2}$

2 boda

7. Na trigonometrijskoj kružnici prikazan je ugao $\beta = \measuredangle(OA, OM)$.



Koliko iznosi $ctg\beta$?

A. $-\frac{4}{5}$

B. $-\frac{3}{5}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{3}$

2 boda

8. Kolika je visina romba ako je kraća dijagonala dužine $4cm$, a oštar ugao je 60^o?

A. $\sqrt{3}$

B. $2\sqrt{3}$

C. $4\sqrt{3}$

D. $8\sqrt{3}$

2 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Skratite razlomak $\frac{2x^2+12x+18}{2x^2-18}, \left(x \neq \pm 3\right)$.

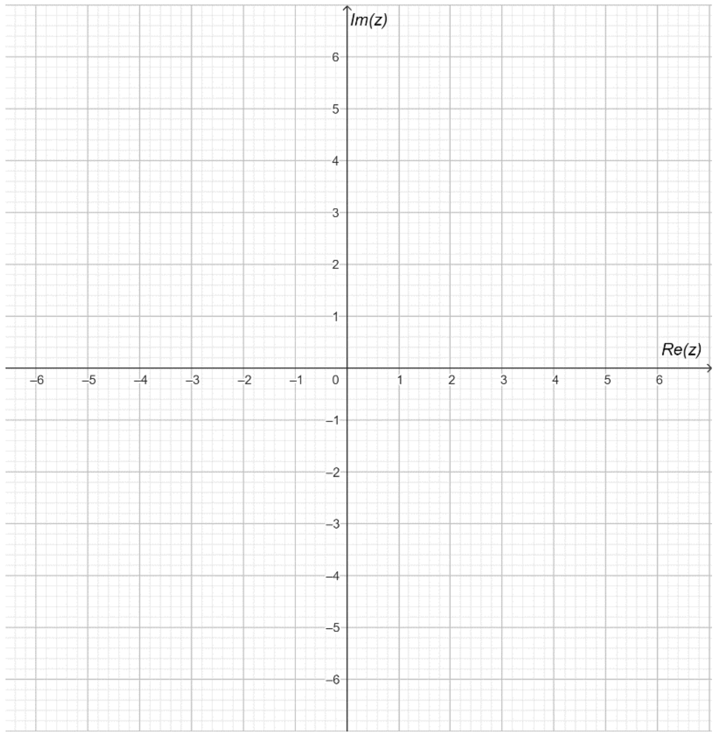
Rješenje:

2 boda

10. U datom koordinatnom sistemu predstavite kompleksan broj $z = \dfrac{3+2i}{i}$.

Rješenje:

3 boda



11. Riješite sistem jednačina $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 3y - 2 = 0 \\ -2x + y + 2 = 0 \end{cases}$.

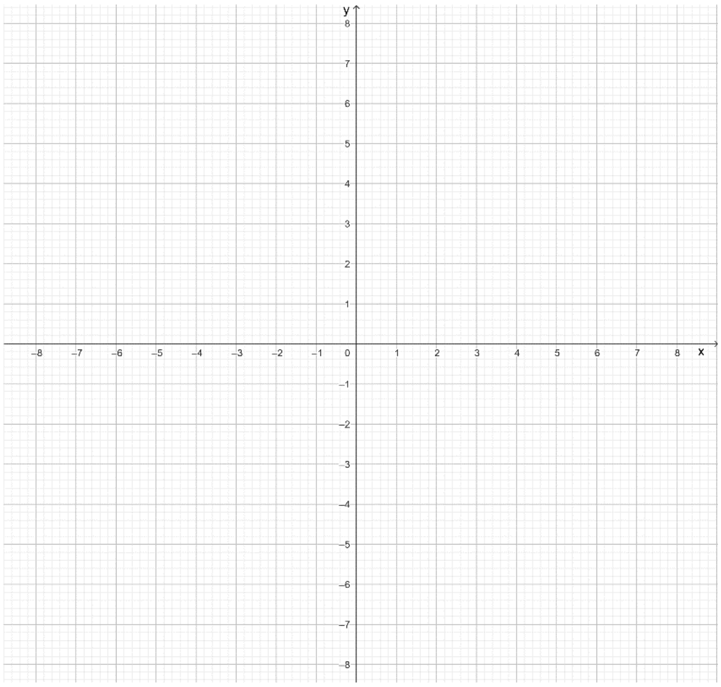
Rješenje:

4 boda

12. Odredite koeficijent k tako da tjeme kvadratne funkcije $y = 2kx^2 + x(1-k) + 3 - k, (k \neq 0)$ bude na $y-$osi, a zatim u koordinatnom sistemu skicirajte grafik dobijene funkcije.

Rješenje:

3 boda



13. Riješite jednačinu $\log 200 - \log 2 + 98 = 10^{x}$.

Rješenje:

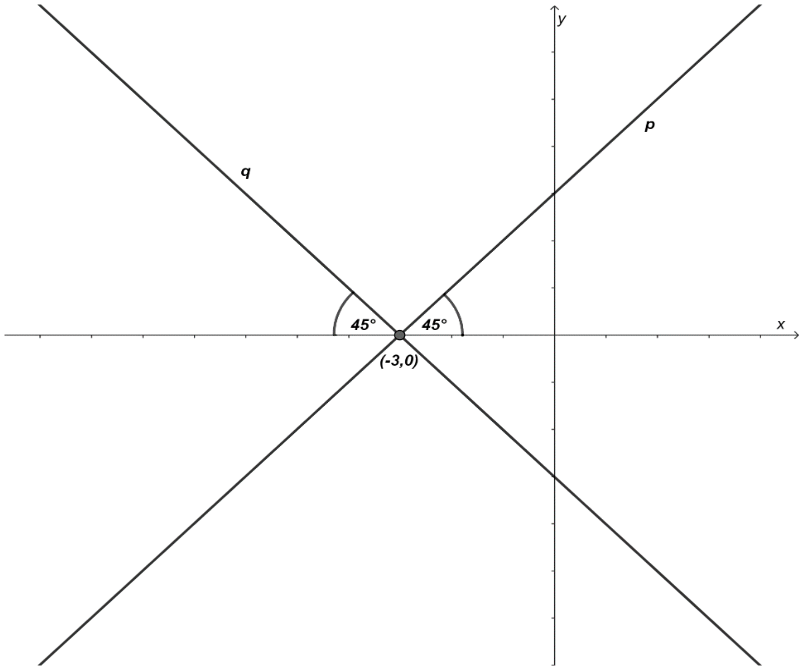
3 boda

14. Uprostite izraz $\dfrac{\sin 4\alpha}{\cos^4\alpha - \sin^4\alpha}$.

Rješenje:

3 boda

15. Na osnovu podataka sa slike odredite jednačine pravih p i q.



Rješenje:

2 boda

16. Metalna kocka osnovne ivice $4cm$ pretopljena je u kvadar čije su ivice u odnosu $1:2:4$. Za koliko je površina kvadra veća od površine kocke?

Rješenje:

4 boda

17. Tačke $A(-2,6)$, $B\left(-\frac{3}{2},2\right)$ i $C(0,0)$ su tjemena paralelograma $ABCD$. Odredite ugao između dijagonala paralelograma.

Rješenje:

5 bodova

18. Odredite jednačinu kružnice sa centrom u koordinatnom početku kojoj je prava $x-2y-5=0$ tangenta.

Rješenje:

3 boda

19. Prva tri člana aritmetičkog niza su $5p, 20, 3p$, gdje je p konstanta. Odredite vrijednost konstante p i razliku ovog niza.

Rješenje:

3 boda

20. Pokažite da je funkcija $f(x)=x^3-3x^2+15x-1$ rastuća na skupu R.

Rješenje:

3 boda

T4 ON

www.iccg.co.me