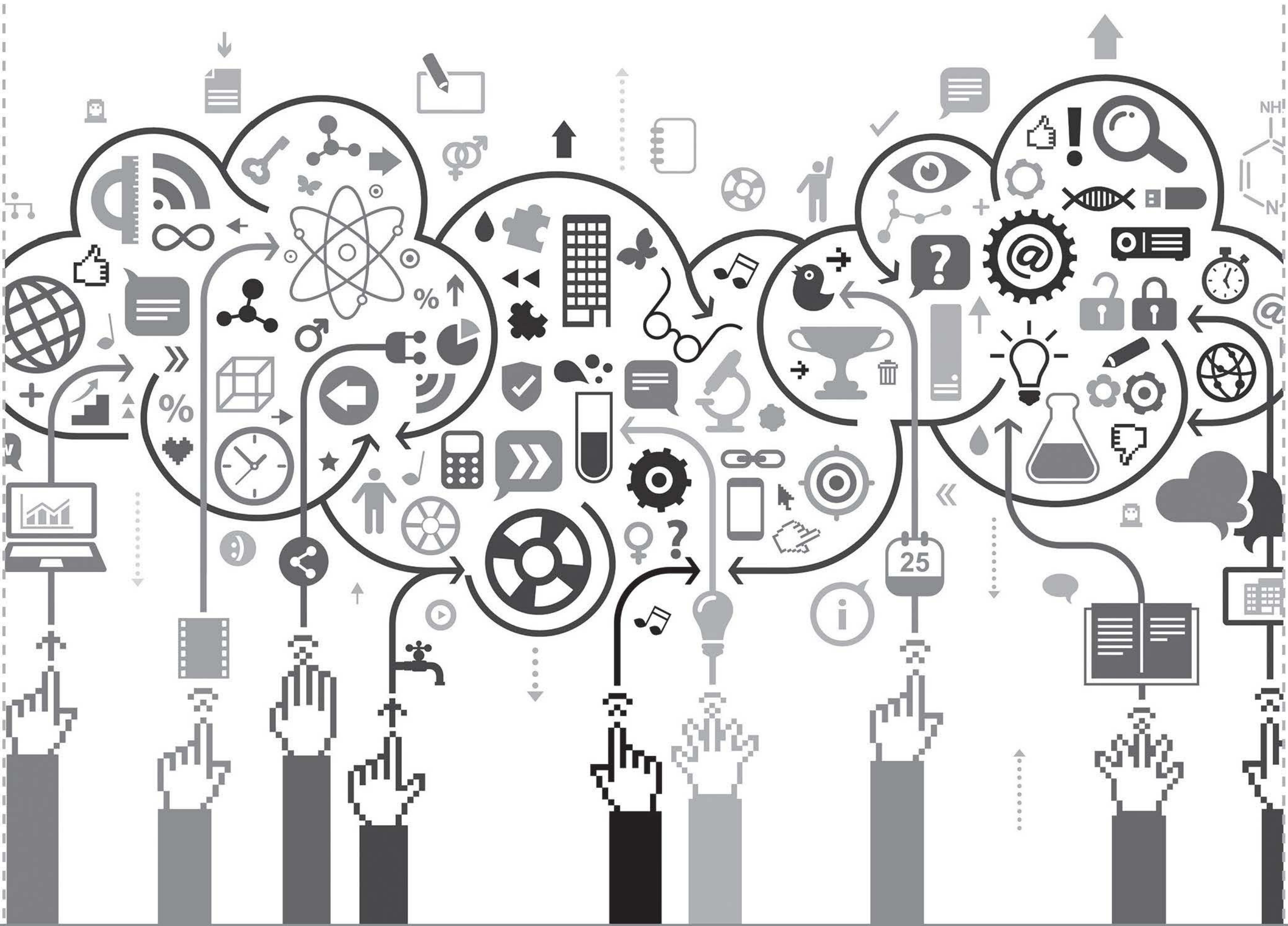
ispitni centar

ŠIFRA
UČENIKA

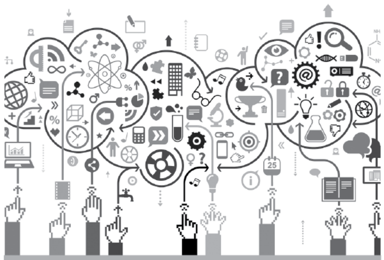


MATURSKI/STRUČNI ISPIT

MATEMATIKA – osnovni nivo

ŠKOLSKA 2022/2023.

M1231406



UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pažljivo pročitajte uputstvo.
Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Pribor: grafitna olovka, gumica i hemijska olovka.
Grafitna olovka se može koristiti samo za koncept, crtanje grafika i geometrijskih slika.
Upotreba elektronskih uređaja nije dozvoljena.

Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 3, 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih osam zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja i to hemijskom olovkom. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata.

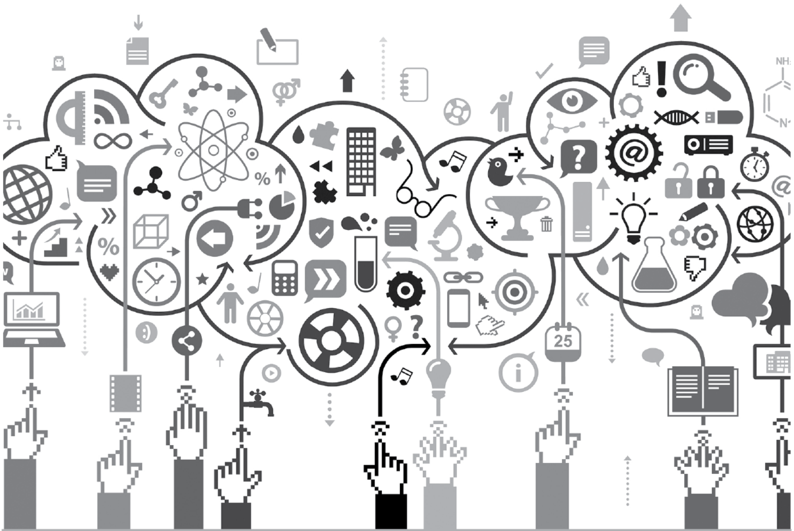
Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

→ netačan
→ zaokruženo više ponuđenih odgovora
→ nečitko i nejasno napisan
→ rješenje napisano grafitnom olovkom

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Strane koje slijede poslije dvadesetog zadatka su rezervne. Možete ih koristiti ako vam nedostaje prostora. Jasno označite ukoliko ste na rezervnim stranama rješavali zadatke.

Kad završite sa radom, provjerite svoja rješenja.
Želimo vam puno uspjeha!



VAŽNO!

„KANDIDAT GUBI PRAVO POLAGANJA ISPITA, U TOM ISPITNOM ROKU, KADA SE U TOKU, ODNOSNO POSLIJE ISPITA, UTVRDI DA SE SLUŽIO NEDOZVOLJENIM SREDSTVIMA, DA JE PREPISAO TUĐI ZADATAK ILI DA JE DAO SVOJ ZADATAK DRUGOM.“

(član 24 Pravilnika o načinu, postupku i vremenu polaganja maturskog ispita u gimnaziji, odnosno član 27 Pravilnika o načinu i postupku polaganja stručnog ispita za učenike koji nastavljaju obrazovanje)

FORMULE

- $i^2 = -1, \quad z = a + bi, \bar{z} = a - bi, |z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \; a, b \in R$ (i - imaginarna jedinica)
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2, \quad a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3, \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $(a+b)^n = \sum_{m=0}^{n} \binom{n}{m} a^{n-m} b^m$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}, (a \neq 0)$, $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}, (a > 0)$

Kvadratna jednačina: $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$: $T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$,
- $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$, $(a > 0, a \neq 1, d \neq 1, b, c, d > 0)$

- $\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \sin\beta \cos\alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\beta \sin\alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha + \sin\beta = 2 \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$, $\sin\alpha - \sin\beta = 2 \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$, $\cos\alpha - \cos\beta = -2 \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

a, b, c – dužine stranica trougla; α, β, γ – odgovarajući unutrašnji uglovi trougla
r – poluprečnik upisane kružnice, R – poluprečnik opisane kružnice

- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\,cos\alpha$
- Površina trougla: $P = \frac{ab\sin\gamma}{2}$, $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $P = r \cdot s$, $P = \frac{abc}{4R}$

- Površina paralelograma: $P = a \cdot h_a$, (*a* – dužina stranice, h_a – dužina visine)
- Površina romba: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$, ($d_1$ i d_2 – dužine dijagonala)
- Površina trapeza: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$, (*a* i *b* – dužine osnovica, *h* – dužina visine)
- Obim kruga: $O = 2r\pi$; Površina kruga: $P = r^2\pi$ (*r* – dužina poluprečnika)

B – površina baze, *M* – površina omotača i *H* – dužina visine

- Površina prizme: $P = 2B + M$, Zapremina prizme: $V = B \cdot H$
- Površina piramide: $P = B + M$, Zapremina piramide: $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Površina zarubljene piramide: $P = B_1 + B_2 + M$
- Zapremina zarubljene piramide: $V = \frac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$
- Površina valjka: $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Zapremina valjka: $V = B \cdot H = r^2 \pi H$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Površina kupe: $P = B + M = r\pi(r + s)$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove i **s** – dužina izvodnice)
- Zapremina kupe: $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} r^2 \pi H$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Površina zarubljene kupe: $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$,
  (r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova i ***s*** – dužina izvodnice)
- Zapremina zarubljene kupe: $V = \frac{1}{3} \pi H (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$
  (r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova)
- Površina sfere: $P = 4r^2\pi$ (***r*** – dužina poluprečnika)
- Zapremina lopte: $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$ (***r*** – dužina poluprečnika)

- Rastojanje između tačaka $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla $\Delta ABC, \left(A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)\right)$:
  $P = \frac{1}{2} \left| x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) \right|$
- Jednačina prave kroz tačke (x_1, y_1) i (x_2, y_2): $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$
- Ugao između pravih $y = k_1 x + n_1$ i $y = k_2 x + n_2$: $tg\varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$
- Rastojanje između tačke (x_0, y_0) i prave $Ax + By + C = 0$: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

- Kružna linija sa centrom u tački (a,b) i poluprečnikom r : $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

  Uslov dodira kružne linije i prave $y=kx+n$: $r^2(1+k^2)=(ka-b+n)^2$

- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2-b^2},0)$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i elipse: $a^2k^2+b^2=n^2$

- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2+b^2},0)$,

  asimptote hiperbole $y=\pm\frac{b}{a}x$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i hiperbole: $a^2k^2-b^2=n^2$

- Parabola: $y^2=2px$, fokus (žiže): $F(\frac{p}{2},0)$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i parabole: $p=2kn$

- Aritmetički niz: $a_n=a_1+(n-1)d$, $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}n$

- Geometrijski niz: $b_n=b_1\cdot q^{n-1}$, $S_n=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q\neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Ako su $a = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ i $b = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, čemu je jednaka vrijednost izraza $a^2 - b^2$?

A. $\sqrt{5}$

B. 10

C. $5\sqrt{5}$

D. 5

2 boda

2. U kom kvadrantu se nalazi konjugovano kompleksan broj za $z = 1 + i$?

A. I

B. II

C. III

D. IV

2 boda

3. Ako je 40% od x jednako 50% od y, za koliko procenata je x veće od y?

A. 10%

B. 15%

C. 25%

D. 30%

2 boda

4. Data je funkcija $y = (x+5)(-2-2x)$. Koje od sljedećih tvrđenja je tačno?

A. $y_{\min} = -28$

B. $y_{\min} = -8$

C. $y_{\max} = 8$

D. $y_{\max} = 28$

2 boda

5. Eksponencijalna funkcija $f(x) = a^x, a > 1$ na skupu R je:

A. opadajuća

B. pozitivna

C. negativna

D. periodična

2 boda

6. Vrijednost izraza $27^{\log_3 2} - 2\log_{10} 2 - \log_{10} 25$ je:

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

2 boda

7. Koje su koordinate tačke sa y-ose ako je jednako udaljena od koordinatnog početka i od tačke $A\,(8,-4)$?

A. $(0,-20)$

B. $(0,-10)$

C. $(0,10)$

D. $(0,20)$

2 boda

8. Jednačina prave koja sadrži tačku $B\,(-4,-1)$ i normalna je na pravu $y = 4x + 2023$ je:

A. $y=-\frac{1}{4}x-2$

B. $y=-\frac{1}{4}x+6$

C. $y=\frac{1}{4}x-6$

D. $y=\frac{1}{4}x+2$

2 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. **A.** Izračunajte $\frac{\frac{3}{4}}{5}-\frac{3}{\frac{4}{5}}$.

1 bod

B. Neka je $A=\left\{x\in Z\,|\,x^2\leq 9\right\}$, $B=\left\{x\in N\,|\,8-x>3\right\}$ i
$C=\{x\,|\,x$ je neparan, jednocifren prirodan broj$\}$

Navedite zajedničke elemente datih skupova.

2 boda

Rješenje:

10. Ako je prirodan broj b djeljiv sa 12 i prirodan broj c djeljiv sa 8, pokažite da je broj $2b + 3c$ djeljiv sa 24.

Rješenje:

2 boda

11. Uprostite izraz $\frac{1}{2x-1}:\frac{x^2}{x-2x^2}+\frac{3}{x-3},\left(x\neq 0, x\neq 3, x\neq \frac{1}{2}\right).$

Rješenje:

3 boda

12. Riješite sistem jednačina $\begin{cases} x\sqrt{5}+5y=\sqrt{5} \\ x-\sqrt{5}y=5 \end{cases}$.

Rješenje:

3 boda

13. Neka su x_1 i x_2 rješenja jednačine $x^2 - 8x + 2 = 0$. Sastavite kvadratnu jednačinu čija su rješenja $\frac{2}{x_1^2}$ i $\frac{2}{x_2^2}$.

Rješenje:

4 boda

14. Riješite jednačinu $0,25^{x^2} \cdot 4^{7x+4} \cdot 256 = 1$.

Rješenje:

4 boda

15. Riješite jednačinu $4sinx = \frac{1}{cosx}, \left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right)$.

Rješenje:

3 boda

16. Odredite mjeru oštrog ugla romba, ako se dužine njegovih dijagonala odnose kao $1:\sqrt{3}$.

Napomena: neophodno je nacrtati skicu koja odgovara tekstu zadatka.

Rješenje:

3 boda

17. Kvadrat stranice a rotira oko svoje dijagonale. Izračunajte površinu tako nastalog rotacionog tijela.

Napomena: neophodno je nacrtati skicu koja odgovara tekstu zadatka.

Rješenje:

3 boda

18. Odredite jednačinu tangente na parabolu $y^2 = x$ u onoj presječnoj tački sa pravom $y + x - 2 = 0$ koja se nalazi u prvom kvadrantu.

Rješenje:

5 bodova

19. Odredite oblast definisanosti (domen) funkcije $y=\sqrt{\frac{2-x}{1+x}}$.

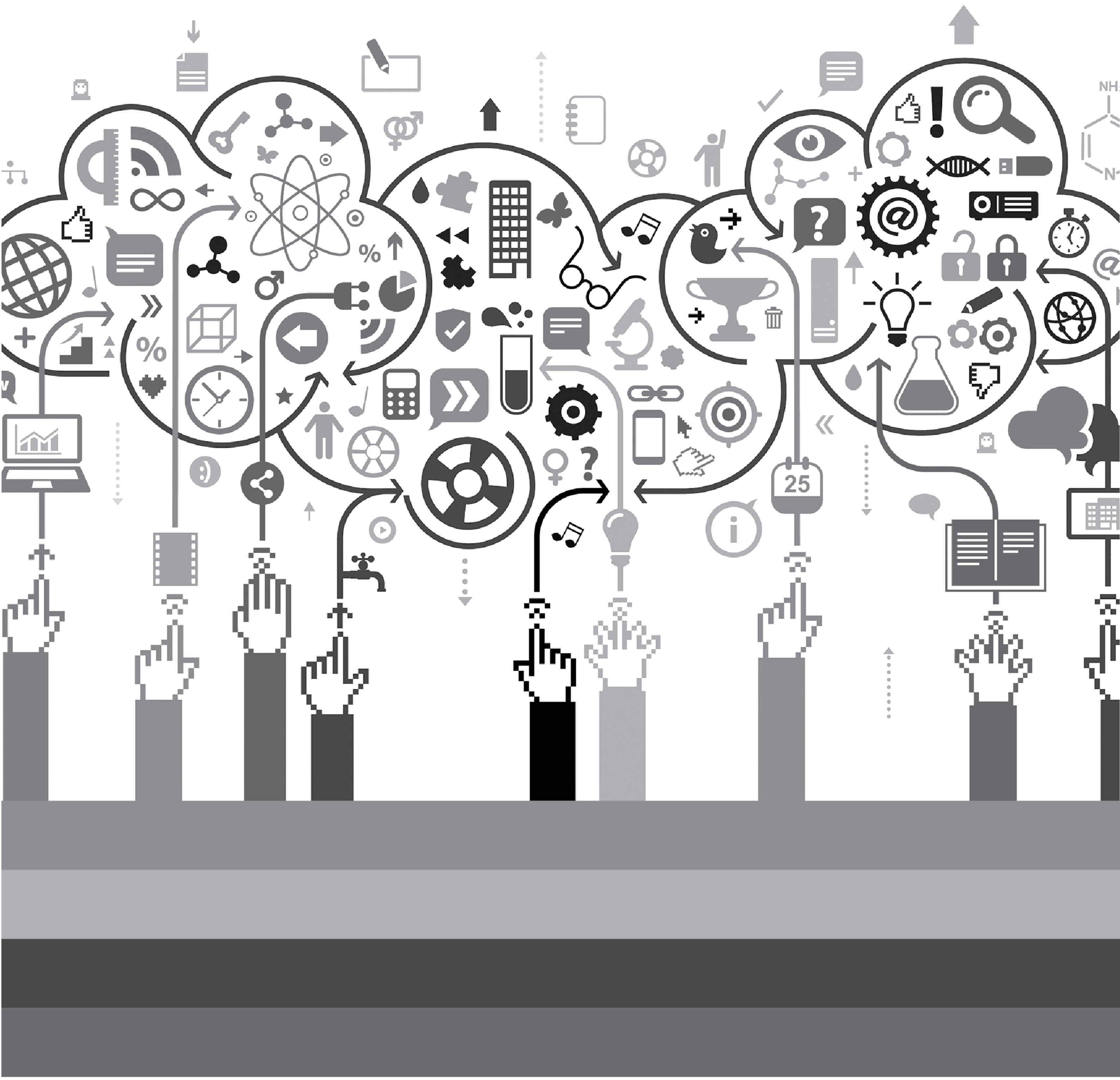
Rješenje:

3 boda

20. Izračunajte $\lim_{x \to 0} 2x\,ctgx$.

Rješenje:

2 boda



25