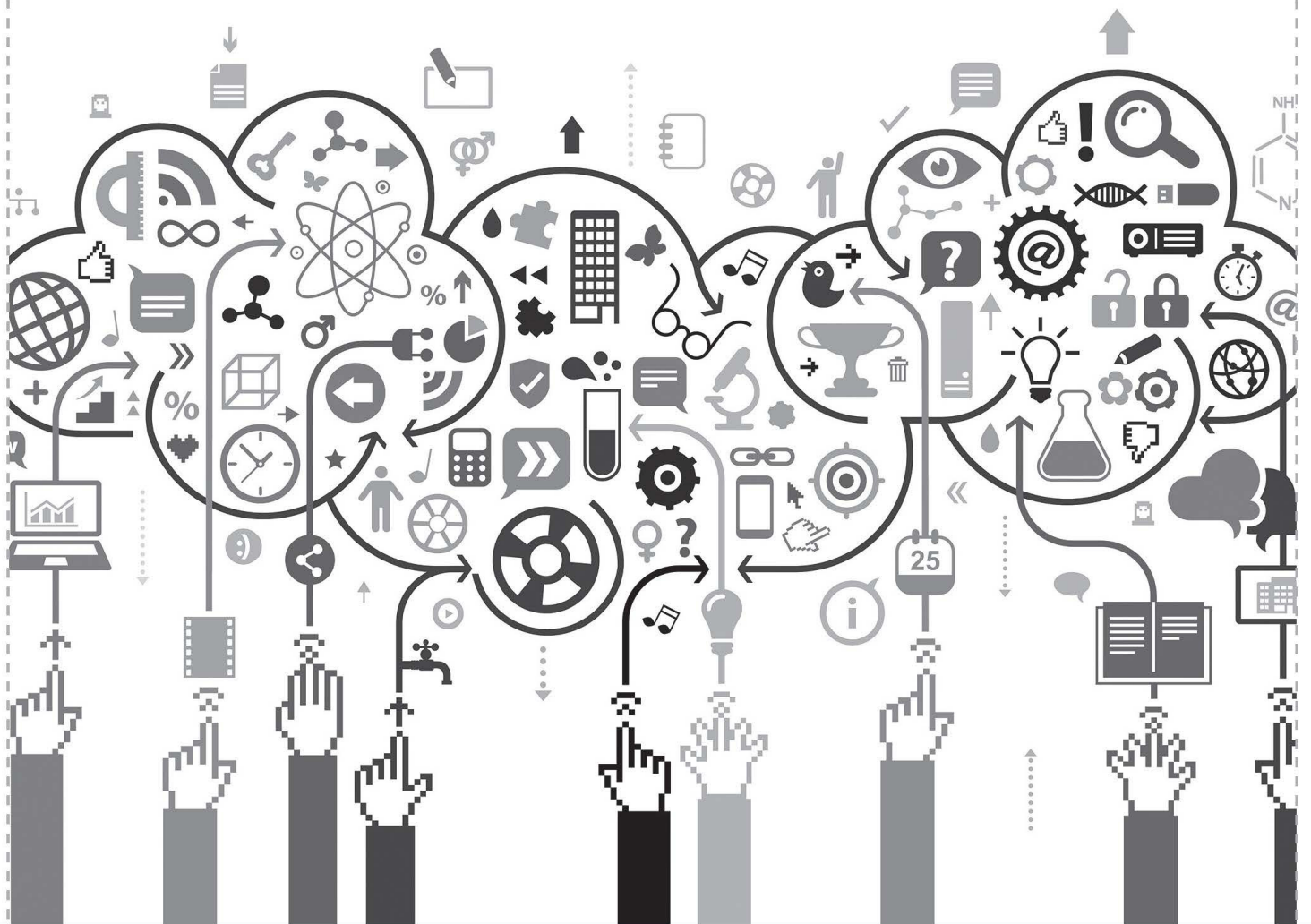


ŠIFRA  
UČENIKA



MATURSKI/STRUČNI ISPIT  
**MATEMATIKA – osnovni nivo**  
ŠKOLSKA 2022/2023.



\* M 1 2 3 1 4 0 6 \*



## **VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA**

### **Pažljivo pročitajte uputstvo.**

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

**Pribor:** grafitna olovka, guma i hemijska olovka.

Grafitna olovka se može koristiti samo za koncept, crtanje grafika i geometrijskih slika.

Upotreba elektronskih uređaja nije dozvoljena.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4, 5 i 6.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih osam zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja i to hemijskom olovkom. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata.

### **Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:**

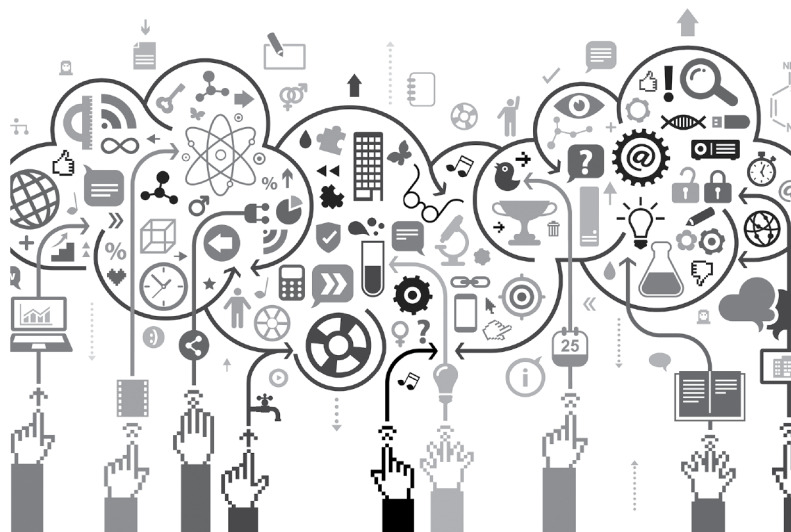
- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Strane koje slijede poslije dvadesetog zadatka su rezervne. Možete ih koristiti ako vam nedostaje prostora. Jasno označite ukoliko ste na rezervnim stranama rješavali zadatke.

Kad završite sa radom, provjerite svoja rješenja.

Želimo vam puno uspjeha!



# VAŽNO!

**„KANDIDAT GUBI PRAVO  
POLAGANJA ISPITA,  
U TOM ISPITNOM ROKU,  
KADA SE U TOKU, ODNOSNO  
POSILIJE ISPITA, UTVRDI DA SE  
SLUŽIO NEDOZVOLJENIM  
SREDSTVIMA, DA JE PREPISAO  
TUĐI ZADATAK ILI DA JE DAO  
SVOJ ZADATAK DRUGOM.“**

*(član 24 Pravilnika o načinu, postupku i vremenu  
polaganja maturalnog ispita u gimnaziji,  
odnosno član 27 Pravilnika o načinu i postupku  
polaganja stručnog ispita za učenike  
koji nastavljaju obrazovanje)*

## FORMULE

- $i^2 = -1$ ,  $z = a + bi$ ,  $\bar{z} = a - bi$ ,  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  ( $i$  - imaginarna jedinica)
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ,  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $(a + b)^n = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} a^{n-m} b^m$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ,  $a^m : a^n = a^{m-n}$ ,  $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ , ( $a \neq 0$ ),  $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ , ( $a > 0$ )

Kvadratna jednačina:  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ :  $T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ ,  $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ ,  $\log_a b^r = r \log_a b$ ,
- $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$ ,  $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$ , ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $d \neq 1$ ,  $b, c, d > 0$ )

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ ,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

$a, b, c$  – dužine stranica trougla;  $\alpha, \beta, \gamma$  – odgovarajući unutrašnji uglovi trougla  
 $r$  – poluprečnik upisane kružnice,  $R$  – poluprečnik opisane kružnice

- Sinusna teorema:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
- Kosinusna teorema:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Površina trougla:  $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$ ,  $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ,  $P = r \cdot s$ ,  $P = \frac{abc}{4R}$
- Površina paralelograma:  $P = a \cdot h_a$ , ( $a$  – dužina stranice,  $h_a$  – dužina visine)
- Površina romba:  $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ , ( $d_1$  i  $d_2$  – dužine dijagonala)
- Površina trapeza:  $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$ , ( $a$  i  $b$  – dužine osnovica,  $h$  – dužina visine)
- Obim kruga:  $O = 2r\pi$ ; Površina kruga:  $P = r^2\pi$  ( $r$  – dužina poluprečnika)

$B$  – površina baze,  $M$  – površina omotača i  $H$  – dužina visine

- Površina prizme:  $P = 2B + M$ , Zapremina prizme:  $V = B \cdot H$
- Površina piramide:  $P = B + M$ , Zapremina piramide:  $V = \frac{1}{3}B \cdot H$
- Površina zarubljene piramide:  $P = B_1 + B_2 + M$
- Zapremina zarubljene piramide:  $V = \frac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$
- Površina valjka:  $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$ , ( $r$  – dužina poluprečnika osnove)
- Zapremina valjka:  $V = B \cdot H = r^2\pi H$ , ( $r$  – dužina poluprečnika osnove)
- Površina kupe:  $P = B + M = r\pi(r + s)$ , ( $r$  – dužina poluprečnika osnove i  $s$  – dužina izvodnice)
- Zapremina kupe:  $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}r^2\pi H$ , ( $r$  – dužina poluprečnika osnove)
- Površina zarubljene kupe:  $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$ ,  
( $r_1, r_2$  – dužina poluprečnika osnova i  $s$  – dužina izvodnice)
- Zapremina zarubljene kupe:  $V = \frac{1}{3}\pi H(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$   
( $r_1, r_2$  – dužina poluprečnika osnova)
- Površina sfere:  $P = 4r^2\pi$  ( $r$  – dužina poluprečnika)
- Zapremina lopte:  $V = \frac{4}{3}r^3\pi$  ( $r$  – dužina poluprečnika)

- Rastojanje između tačaka  $A(x_1, y_1)$  i  $B(x_2, y_2)$ :  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla  $\Delta ABC$ , ( $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ ):  
$$P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$
- Jednačina prave kroz tačke  $(x_1, y_1)$  i  $(x_2, y_2)$ :  $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$
- Ugao između pravih  $y = k_1x + n_1$  i  $y = k_2x + n_2$ :  $\text{tg } \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$
- Rastojanje između tačke  $(x_0, y_0)$  i prave  $Ax + By + C = 0$ :  $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

- Kružna linija sa centrom u tački  $(a, b)$  i poluprečnikom  $r$ :  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

Uslov dodira kružne linije i prave  $y = kx + n$ :  $r^2(1+k^2) = (ka - b + n)^2$

- Elipsa:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , fokusi (žiže):  $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$

Uslov dodira prave  $y = kx + n$  i elipse:  $a^2k^2 + b^2 = n^2$

- Hiperbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , fokusi (žiže):  $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ ,

asimptote hiperbole  $y = \pm\frac{b}{a}x$

Uslov dodira prave  $y = kx + n$  i hiperbole:  $a^2k^2 - b^2 = n^2$

- Parabola:  $y^2 = 2px$ , fokus (žiže):  $F(\frac{p}{2}, 0)$

Uslov dodira prave  $y = kx + n$  i parabole:  $p = 2kn$

- Aritmetički niz:  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$

- Geometrijski niz:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ ,  $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Čemu je jednako  $\left(\frac{2+\frac{1}{a}}{2-\frac{1}{a}}\right)^{-1}$ ,  $\left(a \neq 0, a \neq -\frac{1}{2}\right)$ ?

A.  $\frac{2a-1}{2a+1}$

B.  $\frac{2a+1}{2a-1}$

C.  $a$

D.  $-1$

2 boda

2. Koliko iznosi imaginarni dio kompleksnog broja  $z = \frac{1}{2-i}$ ?

A.  $-\frac{1}{3}$

B.  $-\frac{1}{5}$

C.  $\frac{1}{5}$

D.  $\frac{1}{3}$

2 boda

3. Za koliko je broj  $A = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{7^7}}}{\sqrt[6]{7}}$  veći od broja  $B = \frac{\sqrt{(-1)^2} - \sqrt[3]{(-1)^3} + \sqrt[4]{(-1)^4}}{(-1)^0}$ ?

A. 3

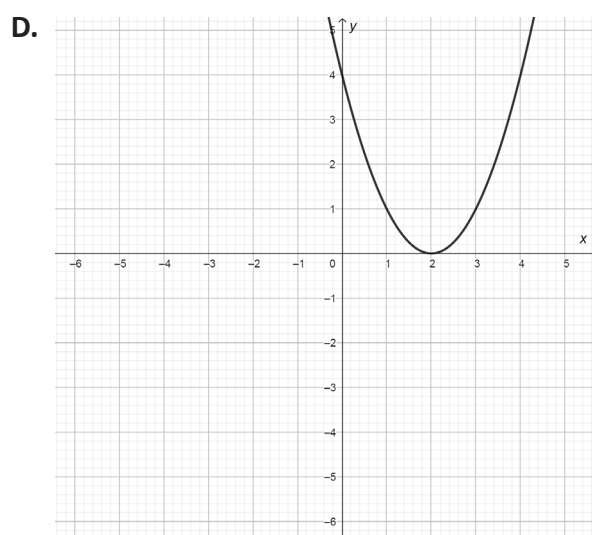
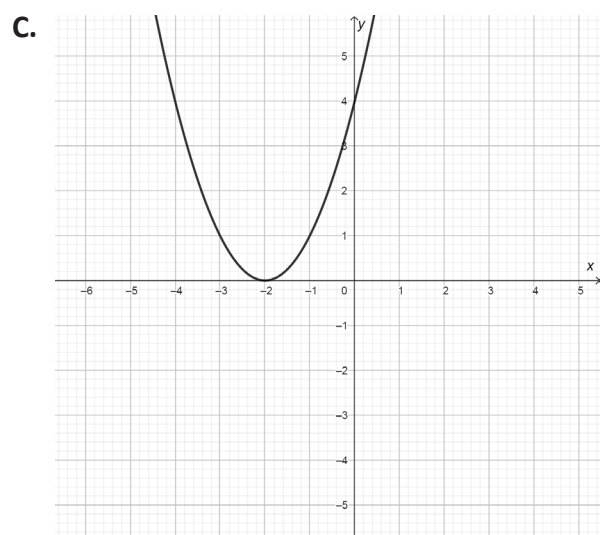
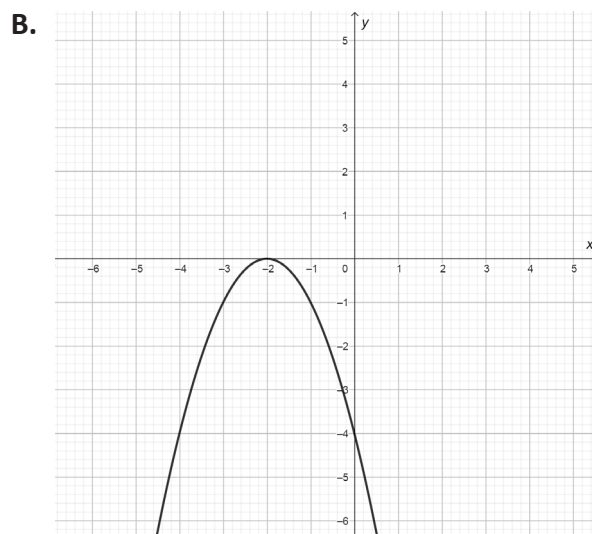
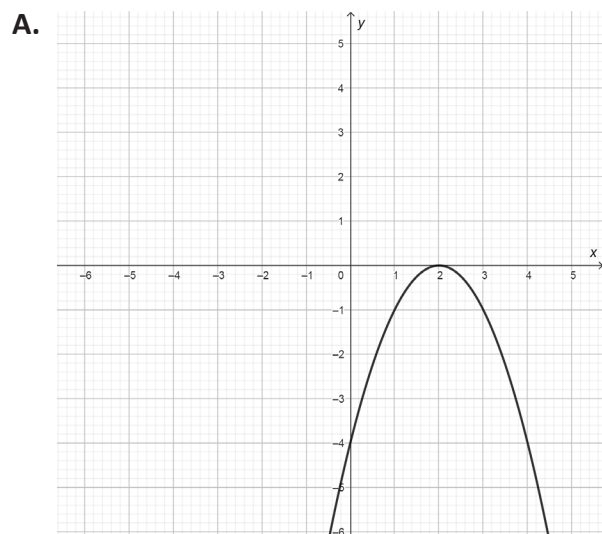
B. 4

C. 6

D. 7

2 boda

4. Koji od grafika odgovara kvadratnoj funkciji  $f(x) = x^2 - 4x + 4$ ?



2 boda

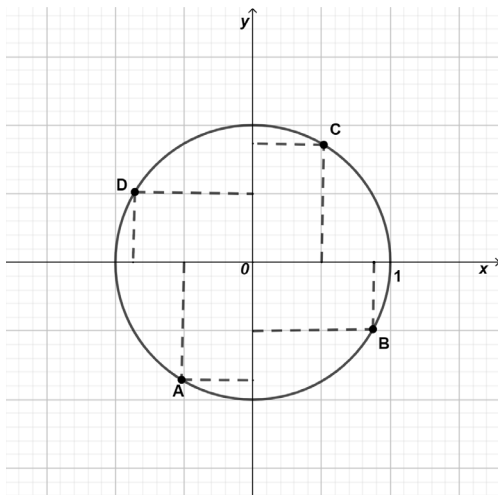
5. Za koju vrijednost parametra  $n \in \mathbb{N}$  je  $2^{x+3} - 2^x = n \cdot 2^x$ ?

- A. 3
- B. 5
- C. 7
- D. 8

2 boda



6. Za koju od datih tačaka na trigonometrijskoj kružnici je  $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$  i  $\sin \alpha < 0$ ?



- A. A
- B. B
- C. C
- D. D

2 boda

7. Prava koja prolazi kroz tačke  $(1, -4)$  i  $(7, 2)$ , sa pozitivnim dijelom  $x$ -ose zaklapa ugao od:

- A.  $30^\circ$
- B.  $45^\circ$
- C.  $60^\circ$
- D.  $75^\circ$

2 boda

8. Koja od datih jednačina parabole sadrži tačku  $\left(\frac{4}{3}, -4\right)$ ?

- A.  $y^2 = -6x$
- B.  $y^2 = 6x$
- C.  $y^2 = -12x$
- D.  $y^2 = 12x$

2 boda

**Zadatke koji slijede rješavajte postupno.**

9. Pojednostavite izraz  $\left(\frac{a}{a+3} - \frac{3a}{a^2-3a+9}\right) : \frac{a^2}{a^3+27}$ ,  $a \neq -3$ ,  $a \neq 0$ .

**Rješenje:**

3 boda

- 10.** Firma je angažovala 15 zidara. Polovina ugovorenog posla je završena za 20 dana, nakon čega su 3 zidara napustila posao. Koliko je dana potrebno preostalim radnicima da završe posao?

**Rješenje:**

*2 boda*

- 11.** U toku godine cijena robe uvećana je za procenat  $p$ . Ako je odnos krajnje i početne cijene  $7 : 5$ , odredite koliko iznosi  $p$ .

**Rješenje:**

3 boda

**12.** Riješite jednačinu  $\frac{2x+1}{x-1} + \frac{x+1}{2x+1} = \frac{5x+4}{2x^2-x-1}, x \neq 1, x \neq -\frac{1}{2}$ .

**Rješenje:**

3 boda

- 13.** Jedno rješenje kvadratne jednačine  $x^2 - 4x + k = 0$  je tri puta veće od drugog.  
Odredite  $k$ .

**Rješenje:**

3 boda

**14.** Izračunajte  $2^{2-\log_2 3} + \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{8}}$ .

**Rješenje:**

3 boda

- 15.** Tačke  $P(1, 12)$ ,  $Q(2, 36)$  pripadaju grafiku funkcije  $f(x) = c \cdot a^x$ ,  $a > 0, a \neq 1$ .  
Odredite vrijednost parametara  $a$  i  $c$ .

**Rješenje:**

3 boda



**16.** Riješite jednačinu  $\cos x = \operatorname{ctgx}$ .

**Rješenje:**

4 boda

- 17.** Poluprečnik baze  $r$  i visina  $H$  prave kupe su dva uzastopna prirodna broja, pri čemu je  $r < H$ . Ako je površina osnovog presjeka  $30 \text{ cm}^2$  izračunajte površinu kupe.

*Napomena: neophodno je nacrtati skicu koja odgovara tekstu zadatka.*

**Rješenje:**

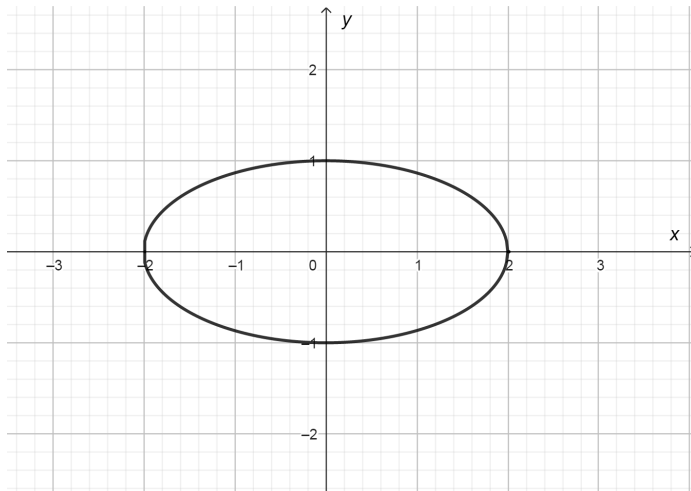
5 bodova

- 18.** Odredite jednačinu kružnice koja je simetrična kružnici  $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$  u odnosu na koordinatni početak.

**Rješenje:**

3 boda

19. Izračunajte površinu četvorougla čija su dva tjemena u fokusima (žičama) elipse sa slike, a druga dva u krajevima male ose.



Rješenje:

4 boda

**20.** Riješite nejednačinu  $y'' + y' \leq 0$ , gdje je  $y = x - 4\ln x$ .

**Rješenje:**

4 boda















