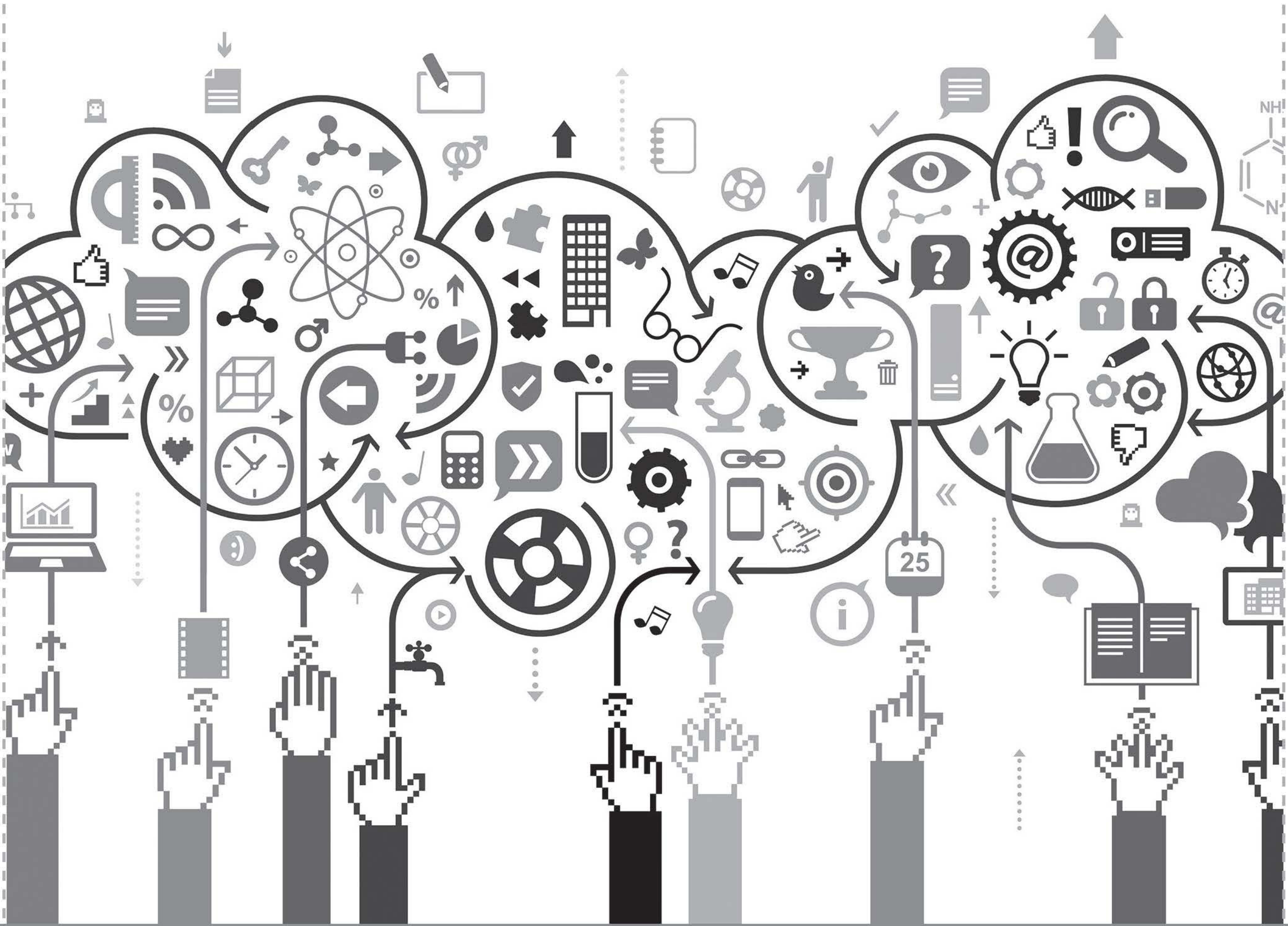
ispitni centar

ŠIFRA UČENIKA

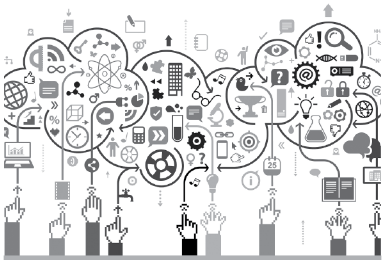


MATURSKI/STRUČNI ISPIT

MATEMATIKA – osnovni nivo

ŠKOLSKA 2022/2023.

M1231406



UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pažljivo pročitajte uputstvo.
Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Pribor: grafitna olovka, gumica i hemijska olovka.
Grafitna olovka se može koristiti samo za koncept, crtanje grafika i geometrijskih slika.
Upotreba elektronskih uređaja nije dozvoljena.

Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4, 5 i 6.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih osam zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja i to hemijskom olovkom. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata.

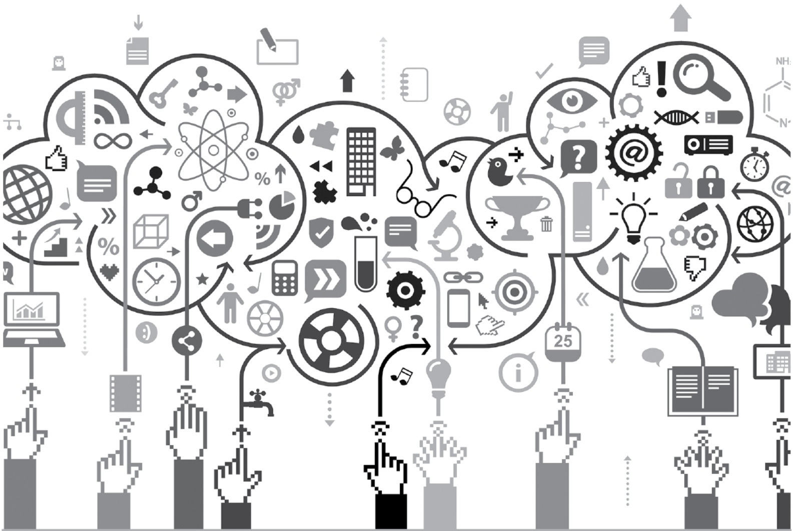
Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- → netačan
- → zaokruženo više ponuđenih odgovora
- → nečitko i nejasno napisan
- → rješenje napisano grafitnom olovkom

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Strane koje slijede poslije dvadesetog zadatka su rezervne. Možete ih koristiti ako vam nedostaje prostora. Jasno označite ukoliko ste na rezervnim stranama rješavali zadatke.

Kad završite sa radom, provjerite svoja rješenja.
Želimo vam puno uspjeha!



VAŽNO!

„KANDIDAT GUBI PRAVO POLAGANJA ISPITA, U TOM ISPITNOM ROKU, KADA SE U TOKU, ODNOSNO POSLIJE ISPITA, UTVRDI DA SE SLUŽIO NEDOZVOLJENIM SREDSTVIMA, DA JE PREPISAO TUĐI ZADATAK ILI DA JE DAO SVOJ ZADATAK DRUGOM.“

(član 24 Pravilnika o načinu, postupku i vremenu polaganja maturskog ispita u gimnaziji, odnosno član 27 Pravilnika o načinu i postupku polaganja stručnog ispita za učenike koji nastavljaju obrazovanje)

FORMULE

- $i^2=-1,\quad z=a+bi, \overline{z}=a-bi, |z|=\sqrt{a^2+b^2},\ a,b\in R$ (i - imaginarna jedinica)
- $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2,\quad a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
- $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3,\quad a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$
- $(a+b)^n=\sum_{m=0}^{n}\binom{n}{m}a^{n-m}b^m$
- $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$, $a^m:a^n=a^{m-n}$, $a^{-m}=\frac{1}{a^m}, (a\neq 0)$, $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}, (a>0)$

Kvadratna jednačina: $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1+x_2=-\frac{b}{a},\quad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$
- Tjeme parabole $f(x)=ax^2+bx+c, a\neq 0$: $T\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

- $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$, $\log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$, $\log_a b^r=r\log_a b$,
- $\log_a b=\frac{\log_d b}{\log_d a}$, $\log_{a^k} b=\frac{1}{k}\log_a b$, $(a>0, a\neq 1, d\neq 1, b,c,d>0)$

- $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$, $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$,
- $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\beta\sin\alpha$
- $tg(\alpha\pm\beta)=\frac{tg\alpha\pm tg\beta}{1\mp tg\alpha\cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$, $\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$, $\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

a, b, c – dužine stranica trougla; α, β, γ – odgovarajući unutrašnji uglovi trougla
r – poluprečnik upisane kružnice, R – poluprečnik opisane kružnice

- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$
- Kosinusna teorema: $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$
- Površina trougla: $P=\frac{ab\sin\gamma}{2}$, $P=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$, $P=r\cdot s$, $P=\frac{abc}{4R}$

- Površina paralelograma: $P=a\cdot h_a$, (*a* – dužina stranice, h_a – dužina visine)
- Površina romba: $P=\frac{d_1\cdot d_2}{2}$, (d_1 i d_2 – dužine dijagonala)
- Površina trapeza: $P=\frac{a+b}{2}\cdot h$, (*a* i *b* – dužine osnovica, *h* – dužina visine)
- Obim kruga: $O=2r\pi$; Površina kruga: $P=r^2\pi$ (*r* – dužina poluprečnika)

B – površina baze, *M* – površina omotača i *H* – dužina visine

- Površina prizme: $P = 2B + M$, Zapremina prizme: $V = B \cdot H$
- Površina piramide: $P = B + M$, Zapremina piramide: $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Površina zarubljene piramide: $P = B_1 + B_2 + M$
- Zapremina zarubljene piramide: $V = \frac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$
- Površina valjka: $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Zapremina valjka: $V = B \cdot H = r^2 \pi H$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Površina kupe: $P = B + M = r\pi(r + s)$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove i **s** – dužina izvodnice)
- Zapremina kupe: $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} r^2 \pi H$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Površina zarubljene kupe: $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$,

  (r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova i ***s*** – dužina izvodnice)
- Zapremina zarubljene kupe: $V = \frac{1}{3}\pi H(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$

  (r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova)
- Površina sfere: $P = 4r^2\pi$ (***r*** – dužina poluprečnika)
- Zapremina lopte: $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$ (***r*** – dužina poluprečnika)

- Rastojanje između tačaka $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla $\Delta ABC, \left(A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)\right)$:

  $P = \frac{1}{2}\left|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right|$
- Jednačina prave kroz tačke (x_1, y_1) i (x_2, y_2): $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$
- Ugao između pravih $y = k_1 x + n_1$ i $y = k_2 x + n_2$: $tg\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke (x_0, y_0) i prave $Ax + By + C = 0$: $d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$

- Kružna linija sa centrom u tački (a,b) i poluprečnikom r : $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

  Uslov dodira kružne linije i prave $y=kx+n$: $r^2(1+k^2)=(ka-b+n)^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2-b^2},0)$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i elipse: $a^2k^2+b^2=n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2+b^2},0)$,

  asimptote hiperbole $y=\pm\frac{b}{a}x$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i hiperbole: $a^2k^2-b^2=n^2$
- Parabola: $y^2=2px$, fokus (žiže): $F(\frac{p}{2},0)$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i parabole: $p=2kn$
- Aritmetički niz: $a_n=a_1+(n-1)d$, $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n=b_1\cdot q^{n-1}$, $S_n=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q\neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Vrijednost izraza $\left(\frac{3}{5}+\frac{5}{3}:\frac{25}{111}\right)^{-\frac{1}{3}}$ jednaka je:

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. 8

2 boda

2. Odnos bijelih i plavih peškira u prodavnici je $3:5$. Ako je plavih za 10 više od bijelih, koliko ima bijelih peškira?

A. 10

B. 15

C. 20

D. 25

2 boda

3. Ako su x i y negativni brojevi, koji od sljedećih izraza je negativan?

A. xy

B. $(xy)^2$

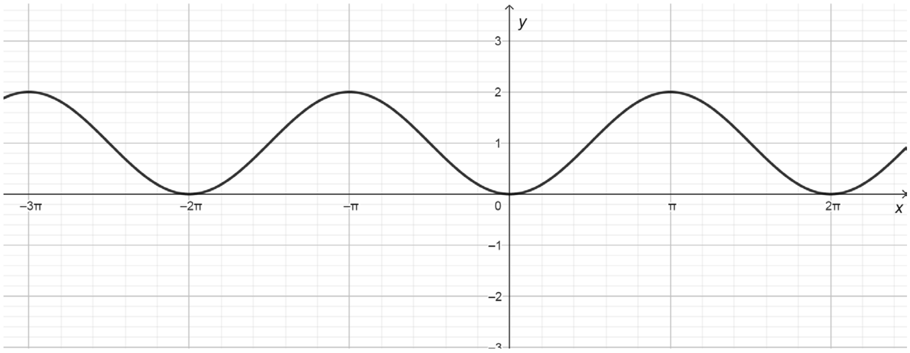
C. $x+y$

D. $\frac{x}{3y}$

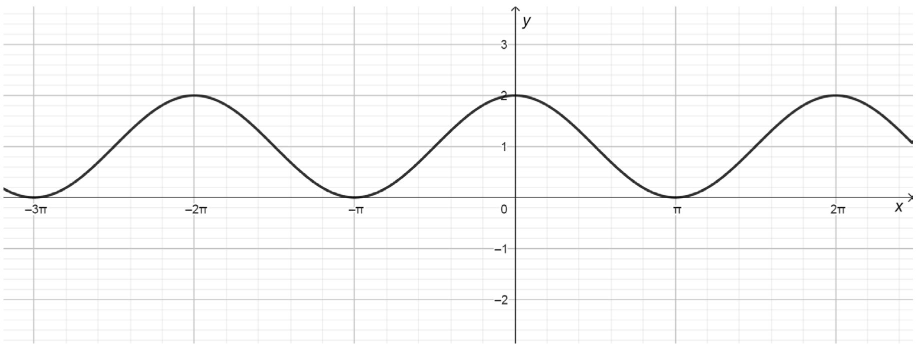
2 boda

4. Koji od datih grafika odgovara funkciji $f(x) = 1 - \cos x$?

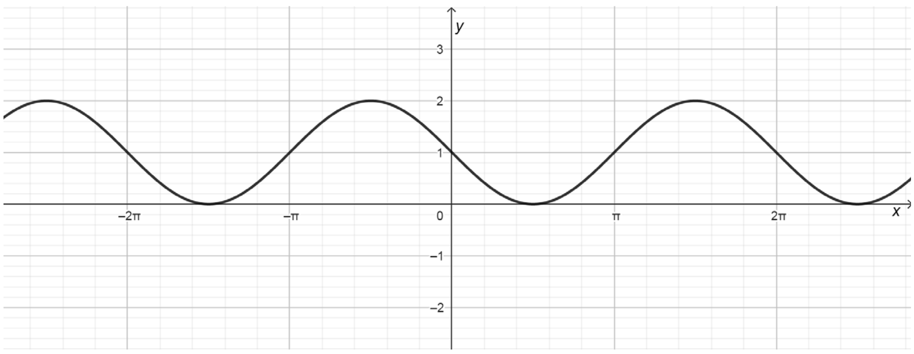
A.



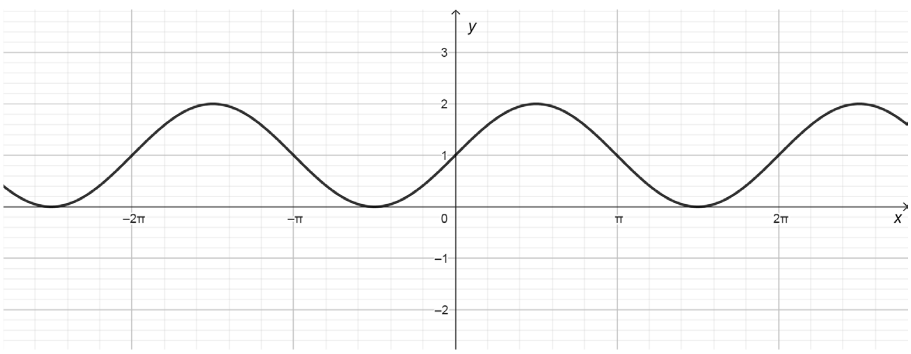
B.



C.



D.



2 boda

5. Koliko rješenja ima sistem jednačina $\begin{cases} -6x+4y=12 \\ 3x-2y=-5 \end{cases}$?

A. jedno

B. dva

C. nema rješenja

D. beskonačno mnogo

2 boda

6. Skup rješenja nejednačine $\frac{x-1}{(x-1)(x-2)} \leq 0$ je:

A. $(-\infty,1)\cup(1,2)$

B. $(1,2)\cup(2,+\infty)$

C. $(-\infty,2)$

D. $(2,+\infty)$

2 boda

7. Date su tačke $A(-2, 2)$ i $B(2, -1)$. Koeficijent pravca simetrale duži AB je:

A. $-\frac{4}{3}$

B. $-\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{3}$

2 boda

8. Koliko iznosi $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+5}{2x^2-1}$?

A. $-\frac{1}{5}$

B. 0

C. 2

D. ∞

2 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Uprostite izraz $(x+y)^3 - x(x+y)(x-y) - y^3$, a zatim dobijeno predstavite u obliku proizvoda prostih činilaca.

Rješenje:

3 boda

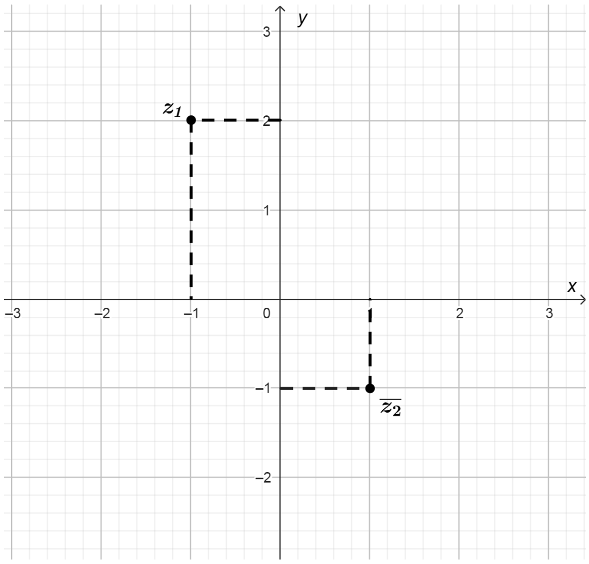
10. Broj koji se dobija kada se x poveća za 25%, jednak je broju koji se dobija kada se y smanji za 25%.

Odredite $\frac{y}{x}$.

Rješenje:

2 boda

11. Kompleksni brojevi z_1 i $\overline{z}_2$ su predstavljeni u koordinatnoj ravni.



A. Napišite z_1 i z_2 u algebarskom obliku.

1 bod

B. Odredite $|z_1 \cdot z_2|$

2 boda

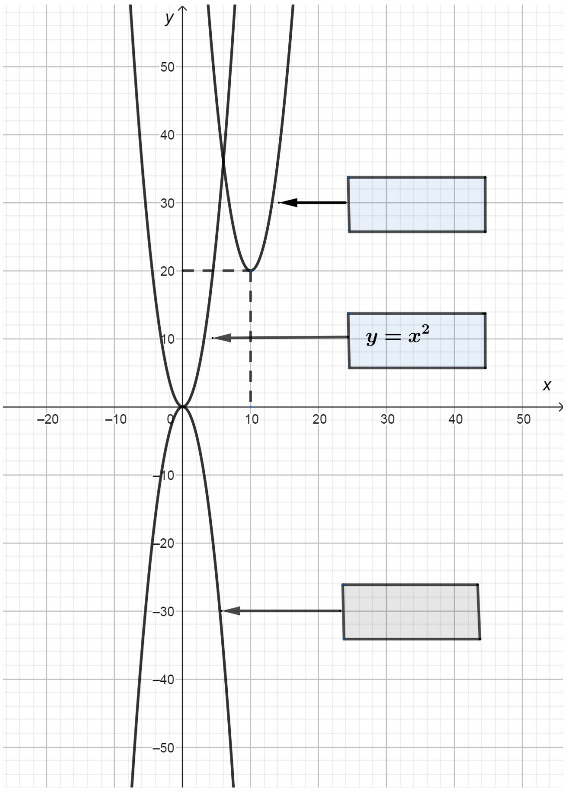
Rješenje:

12. Odredite vrijednost parametra m tako da proizvod rješenja kvadratne jednačine $mx^2 + (1-m)x - (m+2) = 0, \left(m \in R \setminus \{0\}\right)$ bude jednak 1.

Rješenje:

2 boda

13. U svaki prazan pravougaonik pored grafika upišite njemu odgovarajuću funkciju dobijenu pomjeranjem grafika funkcije $y = x^2$ duž koordinantnih osa.



Rješenje:

2 boda

14. Riješite jednačinu $2 \cdot 5^{x+1} - 30 \cdot 5^{x-1} = 500$.

Rješenje:

3 boda

15. Izračunajte vrijednost izraza $\left(\left(\log_4 3\right)^{-1} - \log_3 0,8 + \log_9 \dfrac{81}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Rješenje:

4 boda

16. Riješite jednačinu $sin(3x) \cdot cosx = 0$ i navedite sva njena rješenja koja pripadaju segmentu $[0, \pi]$.

Rješenje:

4 boda

17. Kada se omotač kupe razvije u ravni, dobija se četvrtina kruga poluprečnika $4\ cm$. Kolika je zapremina te kupe?

Napomena: neophodno je da nacrtate skicu koja odgovara tekstu zadatka.

Rješenje:

4 boda

18. Tačke $A(7,-1)$ i $B(1,-3)$ su tjemena osnovice jednakokrakog trougla ABC, pri čemu tjeme C pripada pravoj $2x+y-5=0$. Odredite koordinate tjemena C.

Rješenje:

4 boda

19. Odredite jednačine tangenti hiperbole $2x^2 - 5y^2 = 30$ koje su paralelne pravoj $x + y - 5 = 0$.

Rješenje:

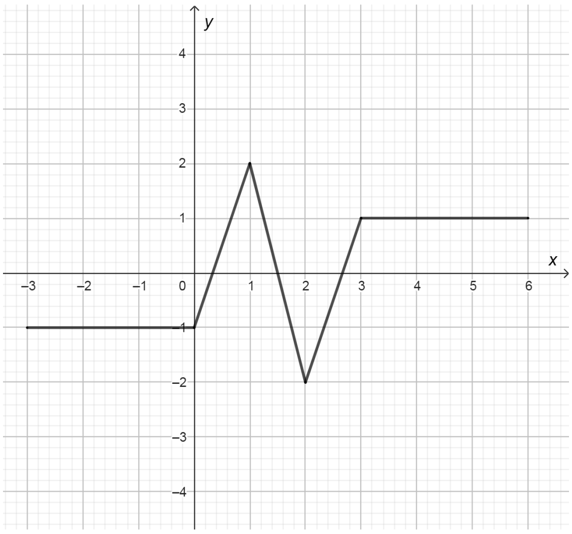
4 boda

20. Na slici je prikazan grafik funkcije $y = f(x)$. Na segmentu $[-3, 6]$ odredite:

A. broj nula ove funkcije; *1 bod*

B. intervale u kojima je ova funkcija rastuća; *1 bod*

C. skup vrijednosti (kodomen) ove funkcije. *1 bod*



Rješenje: