ispitni centar

PRAVA MJERA ZNANJA

DRŽAVNO TAKMIČENJE 2023.

ŠIFRA UČENIKA

SREDNJA ŠKOLA, I i II RAZRED

FIZIKA

UKUPAN BROJ OSVOJENIH BODOVA

Test pregledala/pregledao

....

....

Podgorica, ... 20......... godine

Uputstvo za izradu testa i pravila ponašanja

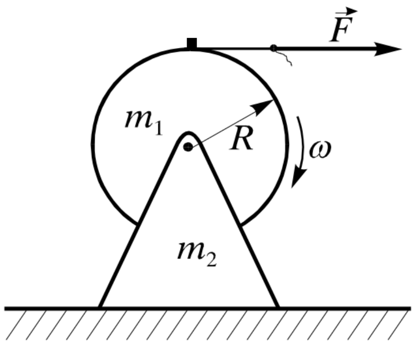
1. **Test obavezno raditi plavom ili crnom hemijskom olovkom.**
2. **Možete koristiti geometrijski pribor i kalkulator.**
3. **Svaka ispravno napisana formula, nacrtana skica ili zaključak koji je u vezi sa rješenjem zadatka se boduje prema jedinstvenom kriterijumu.**
4. **Pišite rješenja sa komentarima pregledno i jasno, numerišite formule koje koristite prilikom izvođenja, da bi ocjenjivači lako i brzo mogli da prate postupak rješavanja.**
5. **Prilikom rješavanja obavezno koristite oznake navedene u formulaciji zadatka.**
6. **Poželjno je da se prilikom rješenja svi zadaci ilustruju odgovarajućim crtežom, na kojem su ukazane relevantne fizičke veličine (brzine, sile, rastojanja...).**
7. **Zadatke rješavajte tako da dobijete konačni analitički izraz tražene fizičke veličine u funkciji od veličina datih u formulaciji zadatka. Ukoliko se to traži zadatkom, izračunajte i brojnu vrijednost, možete koristiti i džepni kalkulator.**
8. **Uzeti da ubrzanje Zemljine teže iznosi $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$.**

Zadatak	1.	2.	3.	4.	5.
Broj poena	20	20	20	20	20

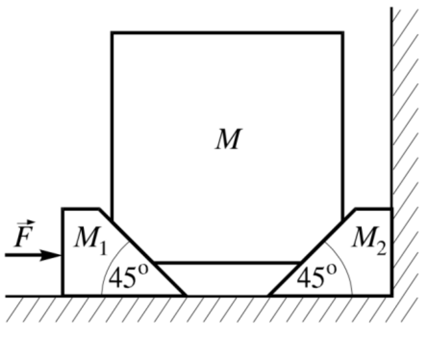
Vrijeme predviđeno za rad je 180 minuta!

ZADACI

1. **Homogen valjak, mase m_1 = 1 kg i poluprečnika R = 30 cm, može slobodno da rotira oko horizontalne ose simetrije, zahvaljujući osovini koja je pričvršćena na postolje mase m_2 = 2 kg (vidi sliku). Na cilindar je namotano neistegljivo uže, zategnuto silom intenziteta F = 15 N, u horizontalnom pravcu. Koeficijent trenja između postolja i podloge je μ = 0.4. Odrediti ugaono ubrzanje cilindra i tangencijalno ubrzanje u odnosu na podlogu tačke A užeta, ako se mase užeta i osovine mogu zanemariti. Moment inercije cilindra je jednak $\frac{1}{2}mR^2$.**



2. **Dat je sistem, prikazan na slici. Mase strmih ravni su M_1 = M_2 = M, a nagibni uglovi po 45°. Sve površine su apsolutno glatke. Tijelo, čija je masa M, treba podići uz pomoć strmih ravni tako što se na strmu ravan mase M_1 djeluje horizontalnom silom F. Odrediti:**
a) intenzitet i pravac ubrzanja strme ravni M_1;
b) intenzitet i pravac ubrzanja tijela M.
c) silu kojom nepokretna strma ravan mase M_2 djeluje na tijelo mase M.



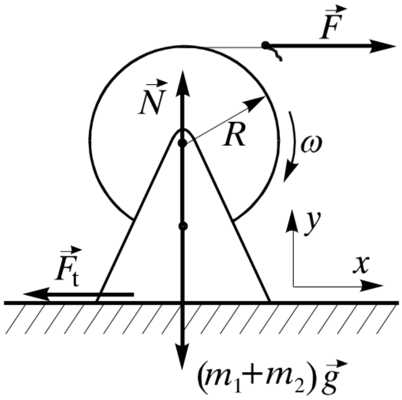
3. **Idealna toplotna mašina radi prema ciklusu: idealan gas vrši prvo izobarsku ekspanziju, zatim adijabatsku ekspanziju, a potom izotermsku kompresiju. Odnos maksimalne i minimalne temperature tokom ciklusa je T_{max}/T_{min} = τ. Odrediti koeficijent korisnog dejstva mašine koja radi po ovom ciklusu. Konstanta adijabate idealnog gasa je $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$. Pri rješavanju zadatka iskoristiti relaciju $c_p - c_V = \frac{R}{M}$.**

4. **Na horizontalnoj podlozi se nalazi širok cilindrični sud sa vodom, zatvoren klipom zanemarive mase i površine poprečnog presjeka *S*. Na klipu leži teg mase *M.* Voda ističe iz suda kroz mali otvor pri dnu, površine poprečnog presjeka *s*. Masa suda i vode u njemu je zanemariva u odnosu na masu tega. Ako je sila trenja između suda i podloge proporcionalna brzini suda, odrediti brzinu ravnomjernog kretanja suda. Koeficijent proporcionalnosti između sile trenja i brzine suda je κ. Zanemariti smanjenje visine vode u sudu tokom isticanja.**

5. **Malo tijelo klizi sa vrha polusfere poluprečnika *R* bez početne brzine. Pri padu na podlogu tijelo se odbije od nje bez promjene intenziteta brzine.**
a) Na kojoj visini od podloge će se tijelo odvojiti od površine sfere?
b) Do koje maksimalne visine će tijelo odskočiti od podloge?
Zanemariti trenje.

RJEŠENJA

1. **Na dati sistem djeluje sila $\vec{F}$, sila trenja $\vec{F}_t$, sila Zemljine teže $(m_1 + m_2)\vec{g}$ i sila reakcije podloge $\vec{N}$, kao što je prikazano na slici (2 poena).**
Drugi Njutnov zakon za kretanje centra mase sistema se može napisati u obliku (2 poena):



$$(m_1 + m_2)\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_t + (m_1 + m_2)\vec{g} + \vec{N}$$

Ako projektujemo ovu jednačinu na x i y – osu, dobijamo (4 poena):

$$(m_1 + m_2)a = F - F_t$$

$$0 = -(m_1 + m_2)g + N$$

Ako se zna da je $F_t = \mu N$, iz prethodne dvije jednačine se dobija da je ubrzanje cijelog sistema u odnosu na podlogu (2 poena)

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} - \mu g$$

Cilindar rotira pod djelovanjem momenta sile $\vec{F}$, pa se osnovni zakon dinamike rotacije može napisati u obliku (2 poena):

$$I\alpha = \frac{1}{2} m_1 R^2 \alpha = FR$$

Ugaono ubrzanje cilindra iznosi (2 poena):

$$\alpha = \frac{2F}{m_1 R} = 100\ \frac{rad}{s^2}$$

Ubrzanje užeta u odnosu na osu rotacije jednako je tangencijalnom ubrzanju perifernih tačaka valjka i iznosi $R\alpha$ (3 poena). Ubrzanje tačke A u odnosu na podlogu jednako je zbiru ubrzanja postolja i ubrzanja tačke A u odnosu na postolje (3 poena):

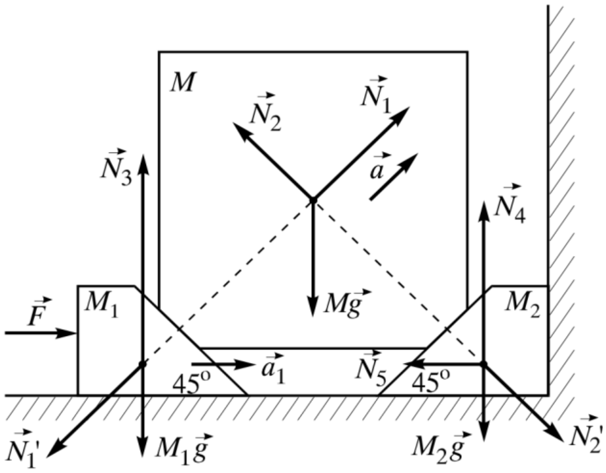
$$a_p = a + R\alpha = \frac{F}{m_1 + m_2} - \mu g + \frac{2F}{m_1} = 31.076\ \frac{m}{s^2}$$

2. a) Drugi Njutnov zakon za kretanje posmatranih tijela se može napisati u obliku (2 poena):

$$M_1\vec{a}_1 = \vec{F} + \vec{N}_1' + \vec{N}_3 + M_1\vec{g}$$

$$M\vec{a} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + M\vec{g}$$

$$M_2\vec{a}_2 = \vec{N}_1' + \vec{N}_4 + +\vec{N}_5 + M_2\vec{g}$$



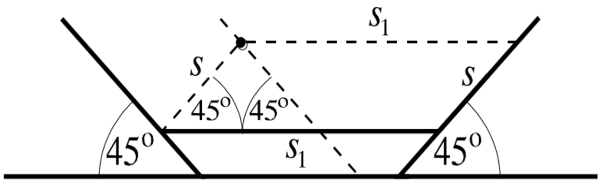
pri čemu su sile prikazane na slici (2 poena).
Sile $\vec{N}_1$ i $\vec{N}_1'$ su sile uzajamnog djelovanja između tijela masa M i M_1, dok su sile $\vec{N}_2$ i $\vec{N}_2'$ sile uzajamnog djelovanja između tijela masa M i M_2. Sile $\vec{N}_3$, $\vec{N}_4$ i $\vec{N}_5$ su sile normalne reakcije podloge i zida na tijela.
Pošto se tijelo mase M_1 kreće paralelno podlozi projekcija prve jednačine na pravac kretanja ima oblik (1 poen):

$$M_1a_1 = F - \frac{\sqrt{2}}{2}N_1$$

Tijelo mase M se pomjera u smjeru kosine strme ravni mase M_2. Projekcija druge jednačine na pravac kretanj ima oblik (1 poen):

$$Ma = N_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}Mg$$

Odnos ubrzanja strme ravni tijela je jednak odnosu njihovih pređenog puta s tijela mase M i pređenog puta s_1 tijela mase M_1. Dakle, dobija se da je odnos ubrzanja (2 poena):



$$\frac{a}{a_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Pošto je po zakonu akcije i reakcije $\vec{N}_1 = -\vec{N}_1'$, možemo dobiti iz prethodne dvije jednačine (1 poen):

$$M_1a_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}Ma = F - \frac{Mg}{2}$$

Ubrzanje a_1 strme ravni mase M_1 se može dobiti rješavajući dati sistem jednačina (1 poen):

$$a_1 = \frac{2F - Mg}{2M_1 + M}$$

b) Ubrzanje a tijela mase M je jednako (5 poena):

$$a = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{2F - Mg}{2M_1 + M}$$

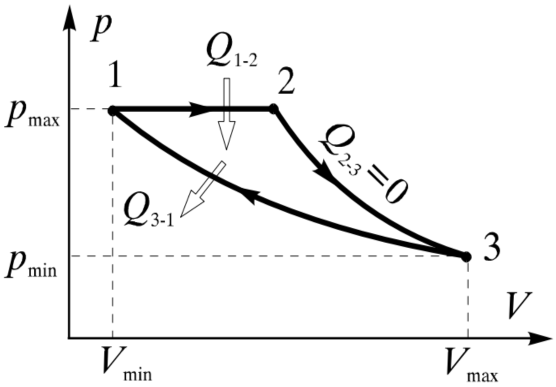
c) Tijelo mase M se ne kreće u pravcu normalnom na kosinu strme ravni mase M_2, tako da je projekcija jednačina kretanja duž tog pravca data relacijom (3 poena):

$$0 = N_2 - \frac{\sqrt{2}}{2}Mg$$

Dakle, sila kojom strma ravan djeluje na tijelo jednaka je (2 poena):

$$N_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}Mg$$

3. P – V dijagram je prikazan na slici (1 poen). Idealni gas prima toplotu pri izobarskoj ekspanziji (1 poen). Primljena količina toplote se može izraziti relacijom (1 poen):



$$Q_{1-2} = mc_p(T_{max} - T_{min})$$

Koristeći relacije date u postavci zadatka, možemo napisati (1 poen):

$$Q_{1-2} = m\frac{R}{M}\frac{\gamma}{\gamma - 1}(T_{max} - T_{min})$$

Pri izotermskom procesu kod idealnog gasa, na osnovu prvog principa termodinamike, odvedena količina toplote je jednaka izvršenom radu, tako da možemo pisati (2 poena):

$$Q_{3-1} = nRT_{min}\ln\frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{m}{M}RT_{min}\ln\frac{V_{max}}{V_{min}}$$

Koeficijent korisnog dejstva mašine se može izraziti kao (2 poena):

$$\eta = 1 - \frac{Q_{3-1}}{Q_{1-2}} = 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{T_{min}}{T_{max} - T_{min}}\ln\frac{V_{max}}{V_{min}}$$

Pošto je $T_{max}/T_{min} = \tau$, možemo napisati da je (2 poena):

$$\eta = 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{1}{\tau - 1}\ln\frac{V_{max}}{V_{min}}$$

Za adijabatske procese kod idealnog gasa važi relacija $TV^{\gamma-1} = \mathrm{const}$ (2 poena). Stoga, za tačke 2 i 3 možemo napisati (2 poena):

$$T_{max}V_2^{\gamma-1} = T_{min}V_{max}^{\gamma-1}$$

Pošto tačke 1 i 2 leže na izobari, za njih važi da je (2 poena):

$$\frac{V_{min}}{T_{min}} = \frac{V_2}{T_{max}}$$

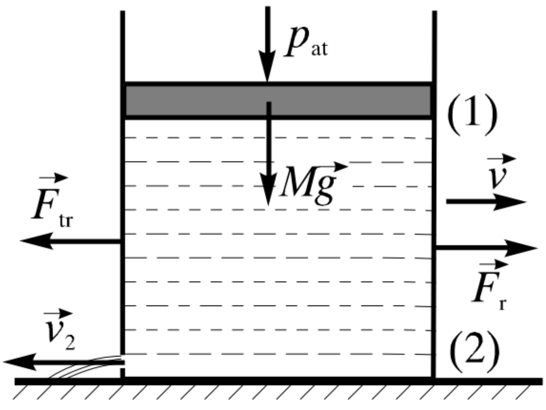
Kombinacijom prethodne dvije relacije, dobija se (2 poena):

$$\frac{V_{max}}{V_{min}} = \tau^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Uvrštavanjem u izraz za koeficijent korisnog dejstva, dobijamo konačnu relaciju (2 poena):

$$\eta = 1 - \frac{\ln\tau}{\tau - 1}$$

4. **Ako primijenimo Bernulijevu jednačinu na otvor posude i otvor pri dnu suda kao na slici (2 poena), možemo napisati (2 poena):**



$$\rho\frac{v_1^2}{2} + \rho gh + \frac{Mg}{S} + p_{at} = \rho\frac{v_2^2}{2} + p_{at}$$

Pošto, po uslovu zadatka, možemo zanemariti smanjenje nivoa tečnosti sudu prilikom isticanja tečnosti, važi da je $v_1 = 0$ (2 poena). Iz prethodne jednačine možemo dobiti izraz za brzinu isticanja vode iz suda (2 poena):

$$v_2 = \sqrt{2gh + \frac{2Mg}{\rho S}}$$

Pošto je masa suda *M* mnogo veća od mase tečnosti u sudu *m*, važi da je (2 poena):

$$Mg \gg mg = \rho Sgh$$

Dakle, brzina isticanja tečnost se može napisati u obliku (2 poena)

$$v_2 = \sqrt{\frac{2Mg}{\rho S}}$$

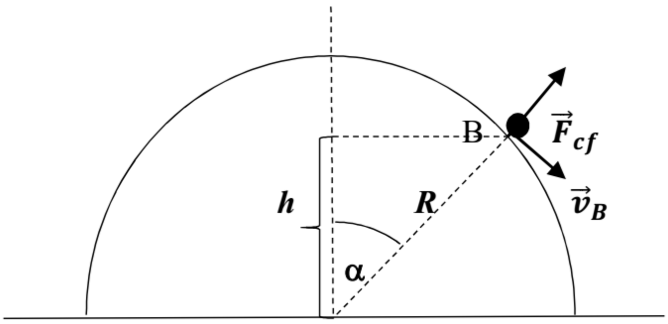
Silu reakcije mlaza tečnosti možemo dobiti iz drugog Njutnovog zakona (4 poena):

$$F_r = v_2\frac{\Delta m}{\Delta t} = v_2\frac{\rho s v_2 \Delta t}{\Delta t} = \rho s v_2^2 = \frac{2Mgs}{S}$$

Sila trenja, prema tekstu zadatka, se može napisati u obliku $F_{tr} = \kappa v$ (1 poen). Sud će se kretati ravnomjerno kada se sila trenja i sila reakcije mlaza izjednače po intenzitetu (1 poen). Dakle, brzina ravnomjernog kretanja suda će biti (2 poena):

$$v = \frac{F_r}{\kappa} = \frac{2Mgs}{\kappa S}$$

5. a) U trenutku odvajanja tijela od polusfere (u tački B kao na slici) (2 poena) centrifugalna sila je izjednačena sa odgovarajućom projekcijom sile Zemljine teže, tj. (2 poena)



$$\frac{mv_B^2}{R} = mg\cos\alpha$$

Iz zakona održanja energije dobija se da je (2 poena):

$$mgR = \frac{mv_B^2}{2} + mgh = \frac{mv_B^2}{2} + mgR\cos\alpha$$

Iz prethodne dvije relacije se dobija da je (2 poena)

$$mgR = \frac{3}{2}mgR\cos\alpha$$

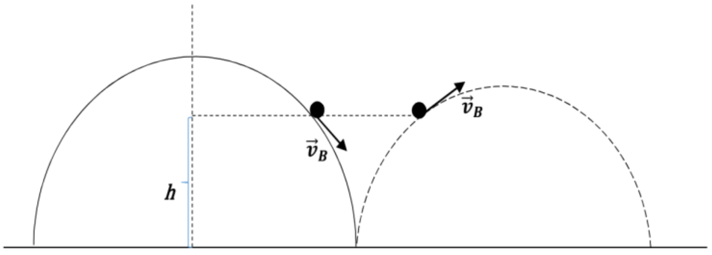
odnosno (1 poen)

$$\cos\alpha = \frac{2}{3}$$

Odavde dobijamo da će se tijelo odvojiti od površine polusfere kada se tijelo nađe na visini (1 poen):

$$h = \frac{2}{3}R$$

b) Nakon elastičnog udara o podlogu tijelo će se popeti do visine h i imaće istu brzinu koju je imalo u trenutku odvajanja od sfere, ako što prikazano na slici (2 poena).



Brzina tijela prilikom odvajanja od sfere se može naći koristeći zakon održanja energije pod a) (1 poen):

$$mgR = \frac{mv_B^2}{2} + \frac{2}{3}mgR$$

Iz ove relacije dobijamo da je (1 poen):

$$v_B = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$$

Ostatak puta do svoje maksimalne visine tijelo se kreće po zakonu kosog hica sa početnom brzinom v_B i elevacionim uglom α (2 poena). Dakle, masimalna visina do koje će tijelo odskočiti nakon odbijanja od podloge će biti (2 poena):

$$h_{max} = h + \frac{v_B^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

$$h_{max} = h + \frac{v_B^2(1-\cos^2\alpha)}{2g}$$

Zamjenom vrijednosti za v_B i cosα dobijamo da je (2 poena)

$$h_{max} = h + \frac{\frac{2gR}{3}\left(1-\frac{4}{9}\right)}{2g} = \frac{2}{3}R + \frac{5}{27}R = \frac{23}{27}R$$