ispitni centar

PRAVA MJERA ZNANJA

DRŽAVNO TAKMIČENJE 2023.

ŠIFRA UČENIKA

SREDNJA ŠKOLA, III i IV RAZRED

FIZIKA

UKUPAN BROJ OSVOJENIH BODOVA

Test pregledala/pregledao

....

....

Podgorica, ... 20......... godine

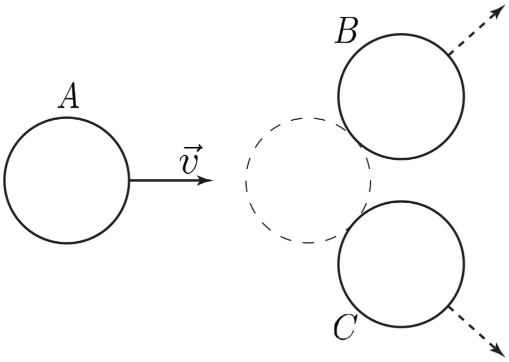
Uputstvo za izradu testa i pravila ponašanja

1. Test **obavezno** raditi plavom ili crnom hemijskom olovkom.
2. Možete koristiti geometrijski pribor i kalkulator.
3. Svaka ispravno napisana formula, nacrtana skica ili zaključak koji je u vezi sa rješenjem zadatka se boduje prema jedinstvenom kriterijumu.
4. Pišite rješenja sa komentarima pregledno i jasno, numerišite formule koje koristite prilikom izvođenja, da bi ocjenjivači lako i brzo mogli da prate postupak rješavanja.
5. Prilikom rješavanja obavezno koristite oznake navedene u formulaciji zadatka.
6. Poželjno je da se prilikom rješenja svi zadaci ilustruju odgovarajućim crtežom, na kojem su ukazane relevantne fizičke veličine (brzine, sile, rastojanja...).
7. Zadatke rješavajte tako da dobijete konačni analitički izraz tražene fizičke veličine u funkciji od veličina datih u formulaciji zadatka. Ukoliko se to traži zadatkom, izračunajte i brojnu vrijednost, možete koristiti i džepni kalkulator.

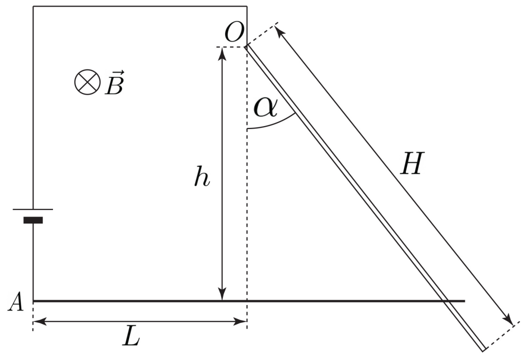
Zadatak	1.	2.	3.	4.	5.
Broj poena	20	20	20	20	20

Vrijeme predviđeno za rad je 180 minuta!

1. Na glatkoj horizontalnoj ravni leže tri jednaka diska A, B i C (slika). Disku A saopšti se brzina $\vec{v}$, poslije čega se on istovremeno elastično sudari sa diskovima B i C. Rastojanje između centara ovih diskova prije sudara je bilo η puta veće od prečnika diskova. Naći brzinu diska A poslije sudara. Za koju vrijednost η će disk A: odskočiti nazad; zaustaviti se; kretati se naprijed?



Slika 1: Skica uz zadatak 1.



Slika 2: Skica uz zadatak 3.

2. Pri širenju gasa pritisak se mijenja po zakonu $p = p_0 + aV$, gdje je V zapremina, a p_0 i a su konstante. Odrediti molarni toplotni kapacitet u ovom procesu. Izohorska molarna toplota gasa je C_V.

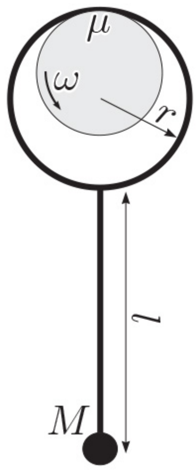
3. Homogeni metalni štap mase $m = 1kg$ i dužine $H = 0,74m$ obješen je jednim krajem o tačku O tako da oko nje može slobodno da rotira u ravni crteža. Štap dodiruje žicu čija otpornost po jedinici dužine iznosi $r = 1\Omega/m$ i koja je postavljena na udaljenosti $h = 0,5m$ od tačke O. Početak žice A nalazi se na $L = 1m$ od tačke dodira žice i štapa kada je štap postavljen u vertikalni položaj. Cio sistem se nalazi u homogenom magnetnom polju indukcije $B = 1T$ čiji je pravac normalan na ravan crteža i smjer prema crtežu. Zanemariti sve otpornosti u kolu osim otpornosti pomenute horizontalne žice. Svi djelovi kola, osim štapa, su fiksirani. Smatrati da Amperova sila djeluje u tački koja se nalazi na sredini dijela štapa kroz koji teče struja. Zanemariti međusobnu interakciju provodnika. Odrediti elektromotornu silu baterije ako štap otklonjen za ugao $\alpha = 30^o$ od vertikale ostaje u tom položaju (slika).

4. Predmet se nalazi na udaljenosti $D = 90cm$ od zastora. Između predmeta i zastora nalaze se dva sabirna sočiva koja su međusobno udaljena za malo rastojanje $d = 15mm$. Takav sistem sočiva možemo smatrati jednim sočivom žižne daljine:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - d\frac{1}{f_1}\frac{1}{f_2},$$

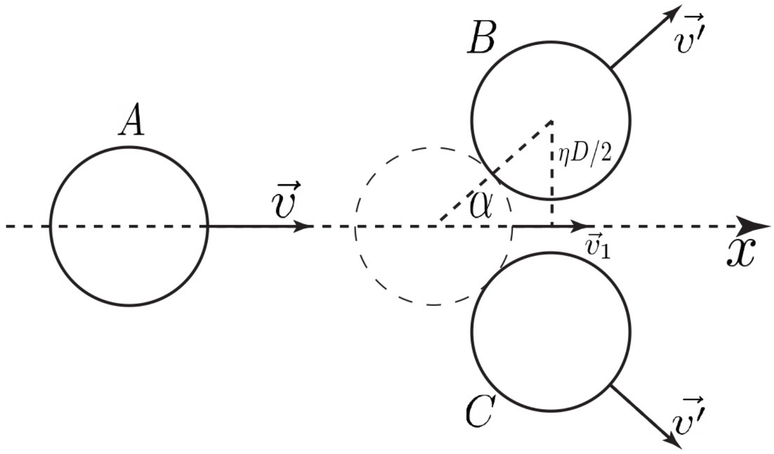
gdje su f_1 i f_2 žižne daljine pojedinačnih sočiva. Ovaj sistem sočiva možemo da pomjeramo i tako mijenjamo njegovu udaljenost od predmeta i zastora. Na zastoru se javlja oštra slika za dvije različite pozicije sistema sočiva. Odrediti žižnu daljinu sistema sočiva ako je jedna od tih slika 4 puta veća od druge. Ako je žižna daljina prvog sočiva $f_1 = 30cm$ odrediti žižnu daljinu drugog sočiva.

5. Jedan kraj lakog žičanog štapa završava se kružnim prstenom poluprečnika r. Ravni dio štapa ima dužinu l, a na drugom kraju pričvršćena je kugla mase M. Ovakav sistem obješen je za rotirajuću osovinu kao na slici. Koeficijent trenja između osovine i kružnog prstena je μ. Naći ravnotežni ugao između štapa i vertikale.



Slika 3: Skica uz zadatak 5.

Rješenja zadataka



Slika 4: Skica uz rješenje zadatka 1.

1. Usljed simetrije kretanje diska A odvijaće se po istoj pravoj kao i prije sudara. ...[1 p.] Pretpostavimo da će se nakon sudara disk A kretati unaprijed, kako je prikazano na slici. Prema zakonu o održanju impulsa u pravcu x-ose je:

$$mv = mv_1 + 2mv' \cos\alpha....[2\ \text{p.}]$$

Kako je:

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{\eta D/2}{D}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{\eta^2}{4}}, ...[2\ \text{p.}]$$

dobijamo:

$$v = v_1 + 2v'\sqrt{1-\frac{\eta^2}{4}}, ...[2\ \text{p.}]$$

$$v' = \frac{v-v_1}{\sqrt{4-\eta^2}}....[1\ \text{p.}]$$

Prema zakonu o održanju energije je:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mv'^2, ...[2\ \text{p.}]$$

odakle je:

$$v^2 = v_1^2 + 2v'^2....[2\ \text{p.}]$$

Uvrštavajući u ovu jednačinu izraz za v' i rješavajući po v_1 nalazimo:

$$v_1 = v\frac{\eta^2-2}{6-\eta^2}....[4\ \text{p.}]$$

η je broj čija vrijednost ne može biti manja od 1 jer se diskovi ne mogu preklapati. Takođe, ako je vrijednost $\eta \geqslant 2$ onda do sudara uopšte neće ni doći nego će disk A proći između druga dva diska bez kontakta. Dakle, $1 \leqslant \eta \leqslant 2$, te je izraz koji smo dobili za v_1 dobro definisan za sve smislene vrijednosti η. ...[1 p.]

Dalje vidimo kad je $\eta > \sqrt{2}$ da je $v_1 > 0$, tj. disk A se kreće u pretpostavljenom smjeru (naprijed), kad je $\eta < \sqrt{2}$ ide nazad nakon sudara, a kad je $\eta = \sqrt{2}$ zaustavlja se. ...[3 p.]

2. Neka je u nekom trenutku pritisak gasa p. Ako se gasu preda beskonačno mala količina tolpote njegova zapremina će se promijeniti za ΔV, a temperatura za ΔT. Pri tome su i ΔV i ΔT beskonačno male veličine. ...[2 p.] Rad gasa možemo računati prema:

$$\Delta A = p\Delta V = (p_0 + aV)\Delta V....[2 \text{ p.}]$$

Kad je zapremina gasa V, njegova jednačina stanja je:

$$(p_0 + aV)V = nRT, ...[1 \text{ p.}]$$

a kad je zapremina gasa $V + \Delta V$, onda je:

$$(p_0 + a(V + \Delta V))\,(V + \Delta V) = nR(T + \Delta T)....[2 \text{ p.}]$$

Oduzimanjem pretposljenje jednačine od posljednje dobija se:

$$(p_0 + 2aV)\Delta V + a(\Delta V)^2 = nR\Delta T....[2 \text{ p.}]$$

Kako je ΔV beskonačno mala veličina, to se član $a(\Delta V)^2$ može zanemariti ...[2 p.], pa se dobija:

$$\Delta V = \frac{nR\Delta T}{p_0 + 2aV}....[1 \text{ p.}]$$

Slijedi:

$$\Delta A = (p_0 + aV)\frac{nR\Delta T}{p_0 + 2aV}....[2 \text{ p.}]$$

Dalje je:

$$\Delta Q = \Delta A + \Delta U = \frac{p_0 + aV}{p_0 + 2aV}nR\Delta T + nC_V\Delta T = \left(\frac{p_0 + aV}{p_0 + 2aV}R + C_V\right)n\Delta T....[3 \text{ p.}]$$

Molarni toplotni kapacitet je:

$$C = \frac{\Delta Q}{n\Delta T} = \frac{R(p_0 + aV)}{p_0 + 2aV} + C_V....[3 \text{ p.}]$$

3. Otpornost dijela žice kroz koji protiče strija iznosi:

$$R = r(L + x) = r(L + h\tan\alpha), ...[2 \text{ p.}]$$

pa prema Omovom zakonu kroz štap protiče struja:

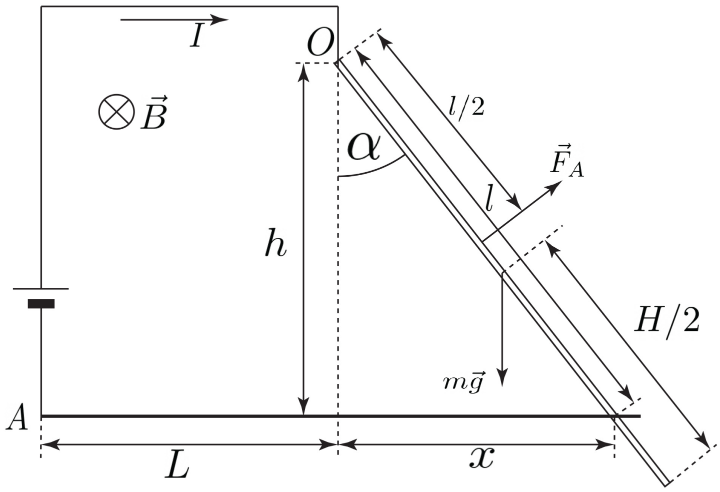
$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{r(L + h\tan\alpha)}....[2 \text{ p.}]$$

Dužina dijela štapa kroz koji protiče struja je:

$$l = \sqrt{h^2 + x^2} = h\sqrt{1 + \tan^2\alpha}....[2 \text{ p.}]$$

Intenzitet Amperove sile koja djeluje na štap je:

$$F_A = IlB = \frac{h\sqrt{1 + \tan^2\alpha}}{r(L + h\tan\alpha)}\varepsilon B....[2 \text{ p.}]$$



Slika 5: Skica uz rješenje zadatka 3.

Da bi štap bio u ravnoteži moment sile Zemljine teže i moment Amperove sile treba da budu jednaki:

$$M_1 = M_2 \text{....[2 p.]}$$

$$M_1 = mg\frac{H}{2}\sin\alpha, \text{...[3 p.]}$$

$$M_2 = F_A\frac{l}{2} = \frac{Il^2B}{2} = \frac{h^2\varepsilon B(1+\tan^2\alpha)}{2r(L+h\tan\alpha)} \text{....[3 p.]}$$

Odavde je tražena elektromotorna sila:

$$\varepsilon = \frac{mgHr(L+h\tan\alpha)\sin\alpha}{Bh^2(1+\tan^2\alpha)} \text{....[3 p.]}$$

$$\varepsilon \approx 14V \text{....[1 p.]}$$

4. Pošto sistem sočiva možemo posmatrati kao jedno sočivo, jednačina tog sočiva je:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}, \text{...[2 p.]}$$

gdje je p udaljenost predmeta od sočiva, a l rastojanje između sočiva i zastora, pri čemu važi $p + l = D$. ...[1 p.] Zamjenom $l = D - p$ u jednačinu sočiva dobijamo:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{D-p},$$

odakle je:

$$p^2 - pD + Df = 0 \text{....[3 p.]}$$

Rješenja ove jednačine su:

$$p_{1,2} = \frac{D \pm \sqrt{D^2 - 4Df}}{2} \text{....[2 p.]}$$

Pošto je $l_{1,2} = D - p_{1,2}$ dobija se:

$$l_{1,2} = \frac{D \mp \sqrt{D^2 - 4Df}}{2} \text{....[1 p.]}$$

Pošto se radi o dva realna lika jasno je da je $f < D/4$. Takođe uočavamo da je $p_1 = l_2$ i $p_2 = l_1$. ...[2 p.] Prema uslovu zadatka važi:

$$\frac{l_2}{p_2} = 4\frac{l_1}{p_1}...[2 \text{ p.}]$$

Slijedi:

$$2l_1 = p_1...[1 \text{ p.}]$$

Uz zadati uslov $p_1 + l_1 = D$ dobijamo:

$$l_1 = D/3 = 30cm, ...[1 \text{ p.}]$$

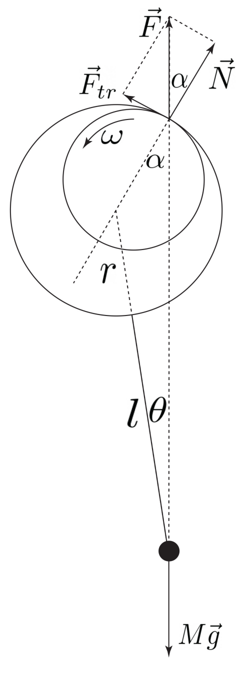
$$p_1 = 60cm, ...[1 \text{ p.}]$$

$$f = \frac{p_1 l_1}{p_1 + l_1} = 20cm....[1 \text{ p.}]$$

Žižna daljina drugog sočiva je:

$$f_2 = f_1\frac{f_1 - d}{f_1 - f} = 57cm....[3 \text{ p.}]$$

5. S obzirom na to da tragamo za ravnotežnim položajem ovog mehaničkog sistema, potrebno je da ukupni moment sila koje djeluju na ovaj sistem u odnosu na tačku dodira prstena i osovine bude nula. Sila reakcije osovine, $\vec{N}$, i sila trenja, $\vec{F}_{tr}$, između prstena i osovine imaju napadnu tačku upravo u tački dodira osovine i prstena te je njihov doprinos ukupnom momentu sila nula. Osim ovih sila, na sistem djeluje i sila teže na kuglicu $M\vec{g}$. Da bi njen doprinos momentu sila bio nulti pravac ove sile treba da prolazi kroz tačku dodira prstena i osovine. ...[5 p.] Na osnovu ovog razmatranja konstruišemo sljedeću sliku:



Slika 6: Skica uz rješenje zadatka 5. ...[5 p.]

Pošto je $\vec{F} = \vec{F}_{tr} + \vec{N}$, sa slike je jasno da je:

$$F = \sqrt{\mu^2 N^2 + N^2} = N\sqrt{1+\mu^2}, ...[2 \text{ p.}]$$

jer je $F_{tr} = \mu N$. Iz sinusne teoreme za uglove α i θ je:

$$\frac{l+r}{\sin\alpha} = \frac{r}{\sin\theta} ....[3 \text{ p.}]$$

Kako je

$$\sin\alpha = \frac{F_{tr}}{F} = \frac{\mu N}{N\sqrt{1+\mu^2}} = \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}, ...[2 \text{ p.}]$$

dobijamo:

$$\frac{(l+r)\sqrt{1+\mu^2}}{\mu} = \frac{r}{\sin\theta} ....[2 \text{ p.}]$$

Odavde je konačno:

$$\theta = \arcsin\frac{\mu r}{(l+r)\sqrt{1+\mu^2}} ....[1 \text{ p.}]$$