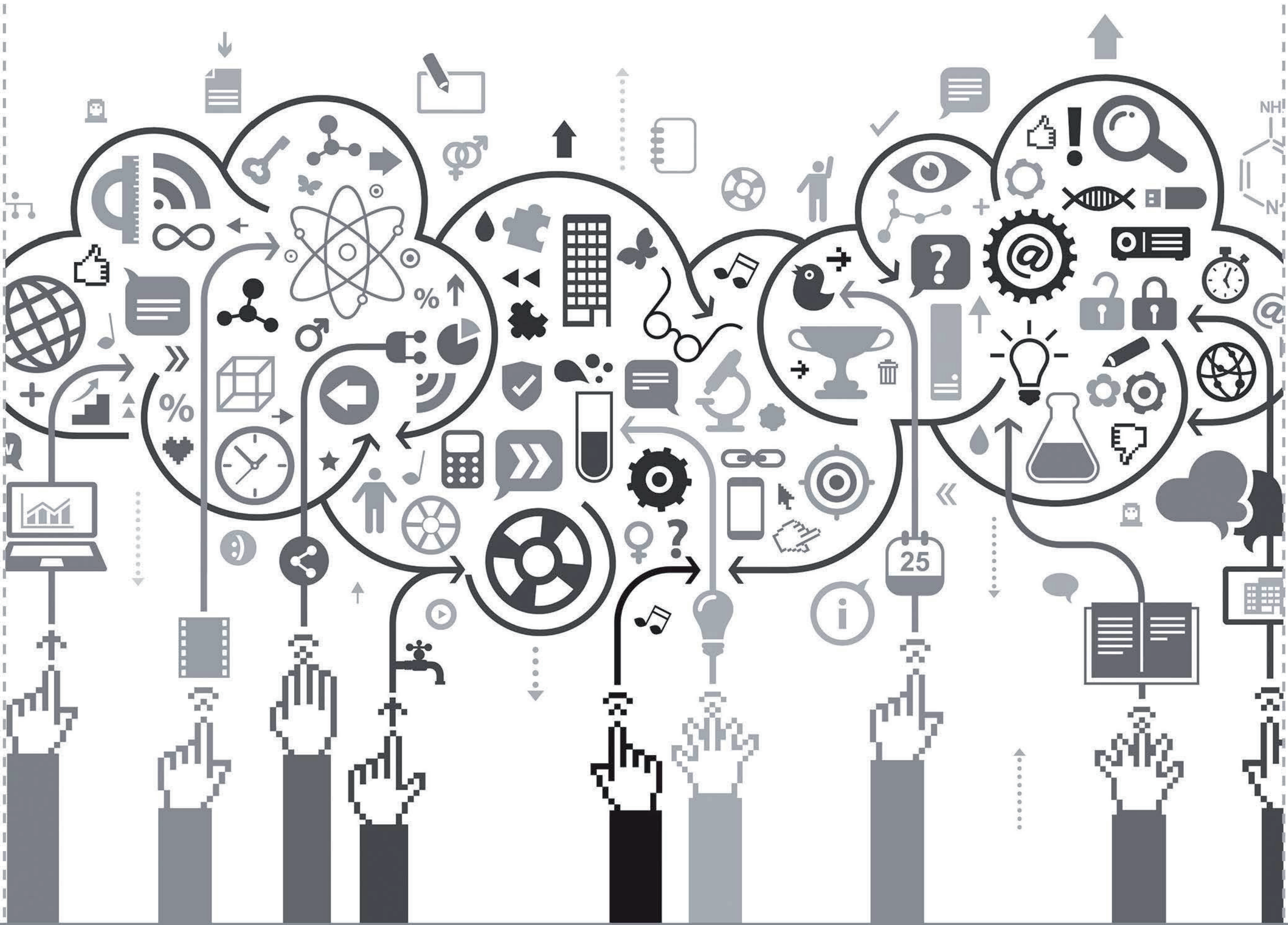
ispitni centar

ŠIFRA UČENIKA

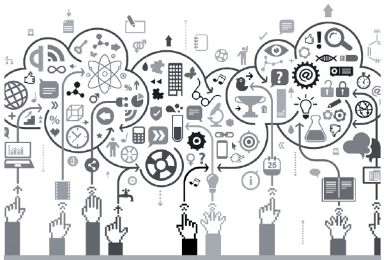


MATURSKI/STRUČNI ISPIT

MATEMATIKA – osnovni nivo

ŠKOLSKA 2021/2022.

M1181274



UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pažljivo pročitajte uputstvo.
Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Pribor: grafitna olovka, gumica i hemijska olovka.
Grafitna olovka se može koristiti samo za koncept, crtanje grafika i geometrijskih slika.
Upotreba elektronskih uređaja nije dozvoljena.

Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 3, 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih osam zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja i to hemijskom olovkom. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata.

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

→ netačan
→ zaokruženo više ponuđenih odgovora
→ nečitko i nejasno napisan
→ rješenje napisano grafitnom olovkom

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Strane koje slijede poslije dvadesetog zadatka su rezervne. Možete ih koristiti ako vam nedostaje prostora. Jasno označite ukoliko ste na rezervnim stranama rješavali zadatke.

Kad završite sa radom, provjerite svoja rješenja.
Želimo vam puno uspjeha!

FORMULE

- $i^2=-1, \quad z=a+bi, \overline{z}=a-bi, \ |z|=\sqrt{a^2+b^2}, \ a,b\in R$ (i - imaginarna jedinica)
- $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2, \quad a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
- $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3, \quad a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$
- $(a+b)^n=\sum_{m=0}^{n}\binom{n}{m}a^{n-m}b^m$
- $a^m\cdot a^n=a^{m+n}, \ a^m:a^n=a^{m-n}, \ a^{-m}=\frac{1}{a^m}, (a\neq 0), \ \sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}, (a>0)$

Kvadratna jednačina: $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1+x_2=-\frac{b}{a}, \quad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$
- Tjeme parabole $f(x)=ax^2+bx+c, a\neq 0$: $T\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$
- $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c, \ \log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c, \ \log_a b^r=r\log_a b,$
- $\log_a b=\frac{\log_d b}{\log_d a}, \ \log_{a^k} b=\frac{1}{k}\log_a b, \quad (a>0, a\neq 1, d\neq 1, b,c,d>0)$

- $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha, \ \cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha,$
- $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\beta\sin\alpha$
- $tg(\alpha\pm\beta)=\frac{tg\alpha\pm tg\beta}{1\mp tg\alpha\cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}, \ \sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}, \ \cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

a, b, c – dužine stranica trougla; α, β, γ – odgovarajući unutrašnji uglovi trougla
r – poluprečnik upisane kružnice, R – poluprečnik opisane kružnice

- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$
- Kosinusna teorema: $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$
- Površina trougla: $P=\frac{ab\sin\gamma}{2}, \ P=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \ s=\frac{a+b+c}{2}, \ P=r\cdot s, \ P=\frac{abc}{4R}$

- Površina paralelograma: $P=a\cdot h_a$, (*a* – dužina stranice, h_a – dužina visine)
- Površina romba: $P=\frac{d_1\cdot d_2}{2}$, (d_1 i d_2 – dužine dijagonala)
- Površina trapeza: $P=\frac{a+b}{2}\cdot h$, (*a* i *b* – dužine osnovica, *h* – dužina visine)

- Obim kruga: $O = 2r\pi$; Površina kruga: $P = r^2\pi$ (r – dužina poluprečnika)

  B – površina baze, M – površina omotača i H – dužina visine

- Površina prizme: $P = 2B + M$, Zapremina prizme: $V = B \cdot H$
- Površina piramide: $P = B + M$, Zapremina piramide: $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Površina zarubljene piramide: $P = B_1 + B_2 + M$
- Zapremina zarubljene piramide: $V = \frac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$
- Površina valjka: $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$, (**r** – dužina poluprečnika osnove)
- Zapremina valjka: $V = B \cdot H = r^2\pi H$, (**r** – dužina poluprečnika osnove)
- Površina kupe: $P = B + M = r\pi(r + s)$, (**r** – dužina poluprečnika osnove i

  s – dužina izvodnice)

- Zapremina kupe: $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} r^2 \pi H$, (**r** – dužina poluprečnika osnove)
- Površina zarubljene kupe: $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$,

  (r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova i **s** – dužina izvodnice)

- Zapremina zarubljene kupe: $V = \frac{1}{3}\pi H(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$

  (r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova)

- Površina sfere: $P = 4r^2\pi$ (**r** – dužina poluprečnika)
- Zapremina lopte: $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$ (**r** – dužina poluprečnika)
- Rastojanje između tačaka $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla $\Delta ABC, \left(A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)\right)$:

  $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

- Jednačina prave kroz tačke (x_1, y_1) i (x_2, y_2) : $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$
- Ugao između pravih $y = k_1 x + n_1$ i $y = k_2 x + n_2$: $tg\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke (x_0, y_0) i prave $Ax + By + C = 0$: $d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$

- Kružna linija sa centrom u tački (a,b) i poluprečnikom r: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

  Uslov dodira kružne linije i prave $y=kx+n$: $r^2(1+k^2)=(ka-b+n)^2$

- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2-b^2},0)$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i elipse: $a^2k^2+b^2=n^2$

- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2+b^2},0)$,

  asimptote hiperbole $y=\pm\frac{b}{a}x$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i hiperbole: $a^2k^2-b^2=n^2$

- Parabola: $y^2=2px$, fokus (žiže): $F(\frac{p}{2},0)$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i parabole: $p=2kn$

- Aritmetički niz: $a_n=a_1+(n-1)d$, $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}n$

- Geometrijski niz: $b_n=b_1\cdot q^{n-1}$, $S_n=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q\neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. U kojem od datih primjera **ne** važi znak jednakosti?

A. $x^7 - 2x^3 = x^3\left(x^4 - 2\right)$

B. $\left(\sqrt{2x^2}\right)^4 = 4x^4$

C. $\frac{x^4}{16} - \frac{25}{9} = \left(\frac{x^2}{4} - \frac{5}{3}\right)\left(\frac{x^2}{4} + \frac{5}{3}\right)$

D. $\left(\frac{x}{2}\right)^{-4} = \frac{8}{x^4}$

2 boda

2. Odnos visina tri zgrade je $7:4:3$. Ako je visina prve zgrade 21 metar, kolika je visina najniže zgrade?

A. 7

B. 9

C. 12

D. 15

2 boda

3. Koji od datih brojeva se može rastaviti na proizvod prostih činilaca?

A. $5^3 - 4^3$

B. $8^3 + 1$

C. $11^2 - 110$

D. $7 \cdot 8 - 6^2 - 1$

2 boda

4. Za koje sve vrijednosti parametra m je diskriminanta jednačine $mx^2-12x+3m=0$ pozitivan broj?

A. $\left(-2\sqrt{3},2\sqrt{3}\right)$

B. $\left(-\infty,-2\sqrt{3}\right)$

C. $\left(2\sqrt{3},+\infty\right)$

D. $\left(-\infty,-2\sqrt{3}\right)\cup\left(2\sqrt{3},+\infty\right)$

2 boda

5. Čemu je jednako $\log_3 28$ ako je $\log_3 2=A$ i $\log_3 7=B$?

A. $2A-B$

B. $A-2B$

C. $2A+B$

D. $2A-2B$

2 boda

6. Vrijednost izraza $cos(2022\pi)$ je:

A. -1

B. 0

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

2 boda

7. Date su jednačine krivih $k_1 : (x+2)^2 + y^2 = 4$ i $k_2 : (x-2)^2 + y^2 = 4$, i prava $p : y = \frac{1}{2}x + 1$. Koje od sljedećih tvrđenja je tačno?

A. Prava p dodiruje samo k_1

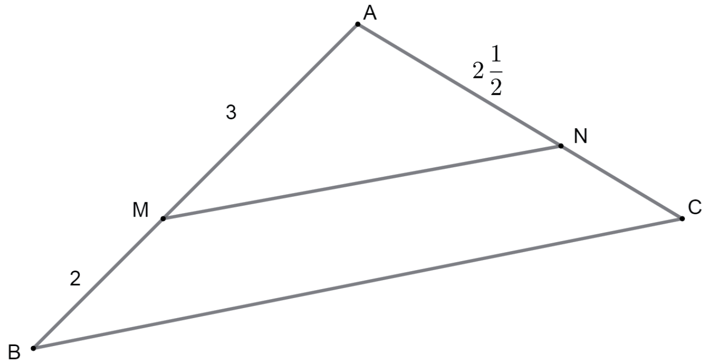
B. Prava p dodiruje samo k_2

C. Prava p dodiruje i k_1 i k_2

D. Prava p ne dodiruje ni k_1 ni k_2

2 boda

8. MN je paralelno sa BC. Na osnovu podataka sa skice može se izračunati da je NC dužine:



A. $1\frac{1}{4}$

B. $1\frac{1}{2}$

C. $1\frac{2}{3}$

D. $1\frac{3}{4}$

2 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Dva preduzeća, radeći u kooperaciji, su ostvarila zaradu u iznosu od 150 000€. Novac dijele srazmjerno uloženom poslu. Koliko pripada svakom preduzeću ako je prvo obavilo 65% posla, a drugo ostatak?

Rješenje:

2 boda

10. Izračunajte vrijednost izraza $y^2 - 4y - 15$, ako je $y = 2 - 3\sqrt{7}$.

Rješenje:

2 boda

11. Pojednostavite izraz $\frac{x^2-4x+4}{x^3-8}:\frac{1}{x^2+2x+4}$ za sve vrijednosti x za koje je izraz definisan.

Rješenje:

2 boda

12. Riješite jednačinu $\frac{5-x}{3x}-\frac{1+3x}{9(8-x)}=0, \left(x \neq 0, x \neq 8\right)$.

Rješenje:

3 boda

13. Odredite x za koje funkcija $f(x)=x^2-4x+6$ dostiže najveću vrijednost na segmentu $[0,2]$.

Rješenje:

3 boda

14. Riješite jednačinu $\frac{1}{10^{2x(x-3)}}=\frac{100\,000}{10^{x}}$.

Rješenje:

3 boda

15. Date su funkcije $f(x)=\log_2(x+2)$ i $g(x)=-\log_2(x-2)$.

a) Odredite koordinate presječne tačke grafika funkcija $f(x)$ i $g(x)$.

4 boda

b) Za funkciju $f(x)$ odredite njoj inverznu funkciju.

Rješenje:

2 boda

16. Pokazati da se jednačina $2sin^2x + 5cos^2x = 1$ može napisati u obliku $3sin^2x = 4$.
Koristeći dobijeni rezultat objasnite zašto jednačina $2sin^2x + 5cos^2x = 1$ nema rješenje.

Rješenje:

2 boda

17. Izračunati površinu trougla ograničenog pravama $y = -x + 2$ i $y = -3x + 4$ i ordinantnom osom.

Rješenje:

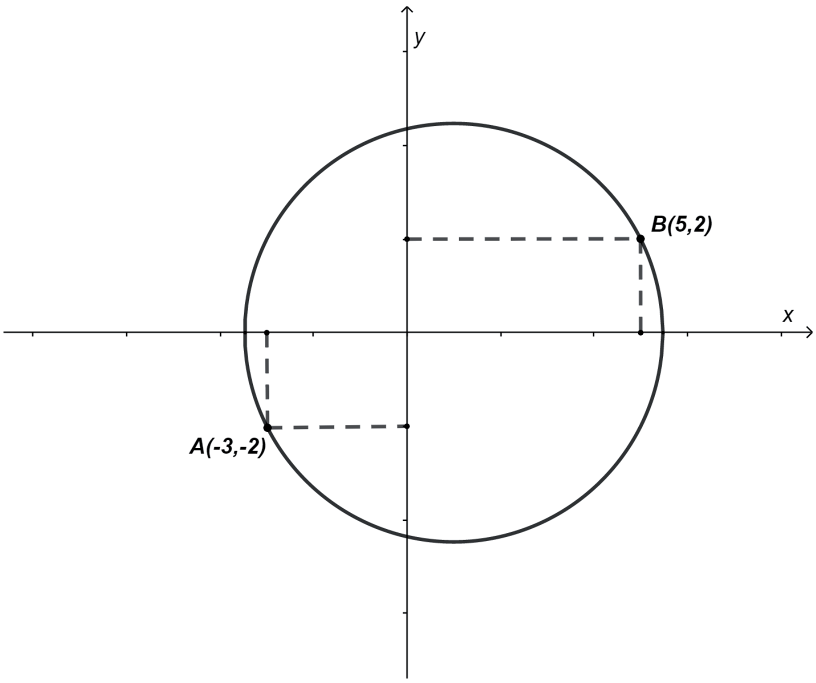
3 boda

18. Jednakostranični olovni valjak pretopljen je u dvanaest jednakih lopti. Koliki je odnos površina valjka i zbira površina lopti?

Rješenje:

5 bodova

19. Tačke A i B pripadaju prečniku kružnice. Odredite jednačinu kružnice, koristeći podatke sa slike.



Rješenje:

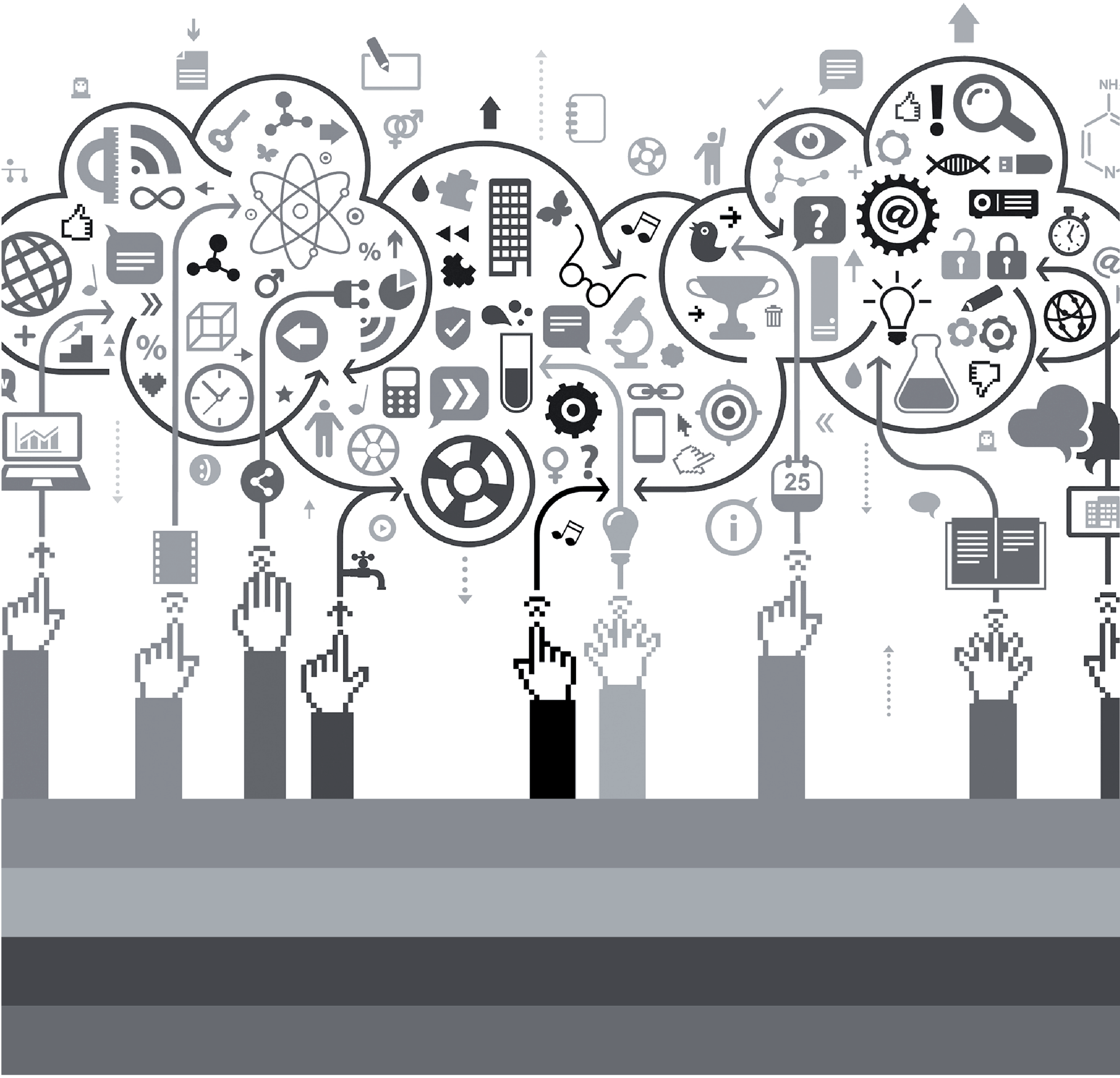
3 boda

20. Neka je $F(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ i $f(4)=5,\ f'(4)=-7,\ g(4)=8,\ g'(4)=4$.

Izračunajte $F'(4)$.

Rješenje:

2 boda


25