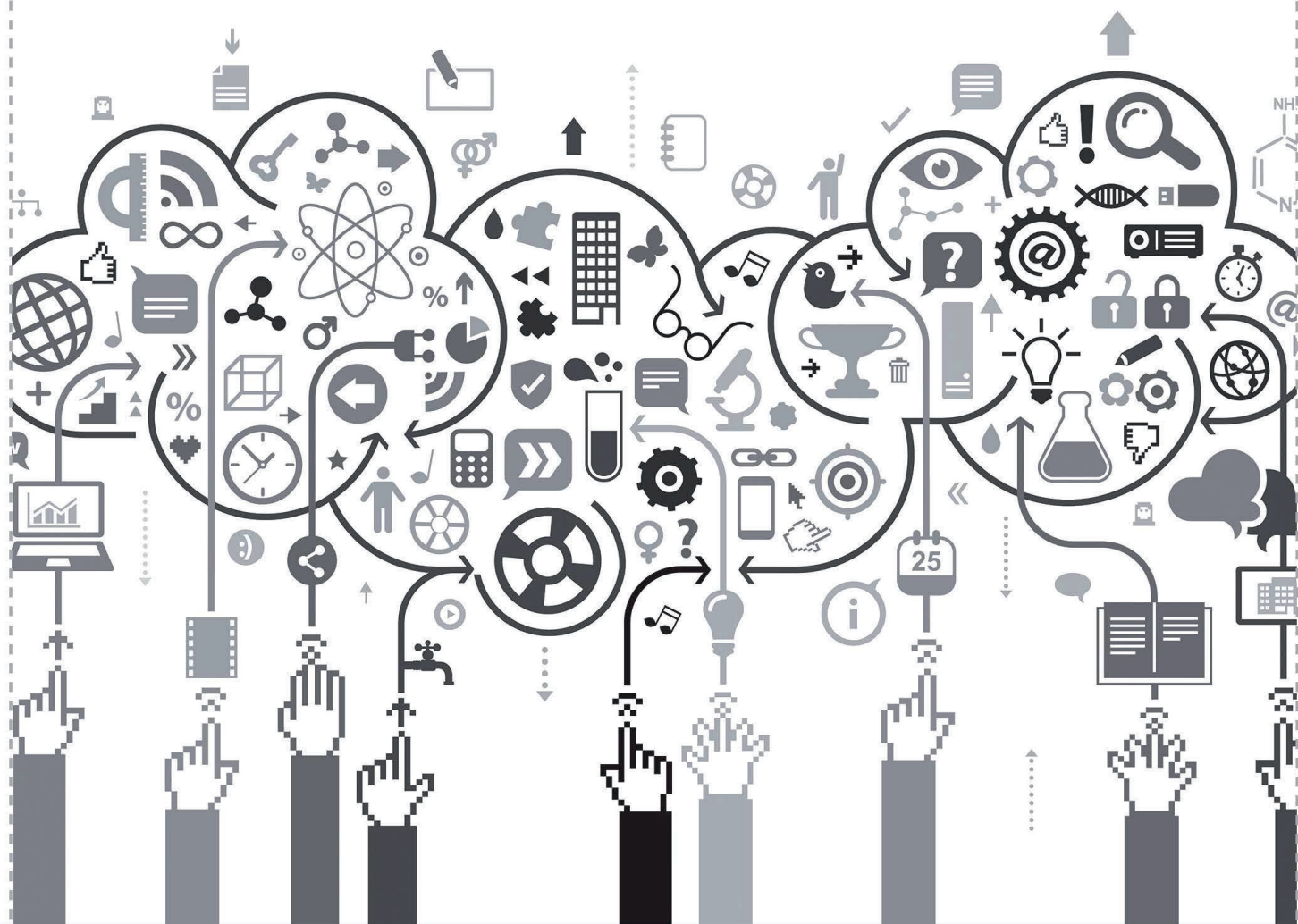


ŠIFRA
UČENIKA



MATURSKI/STRUČNI ISPIT
MATEMATIKA – osnovni nivo
ŠKOLSKA 2021/2022.



* M 1 1 8 1 2 7 4 *



VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Pribor: grafitna olovka, guma i hemijska olovka.

Grafitna olovka se može koristiti samo za koncept, crtanje grafika i geometrijskih slika.

Upotreba elektronskih uređaja nije dozvoljena.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 3, 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih osam zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja i to hemijskom olovkom. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata.

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Strane koje slijede poslije dvadesetog zadatka su rezervne. Možete ih koristiti ako vam nedostaje prostora. Jasno označite ukoliko ste na rezervnim stranama rješavali zadatke.

Kad završite sa radom, provjerite svoja rješenja.

Želimo vam puno uspjeha!

FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in \mathbb{R}$ (i - imaginarna jedinica)
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $(a + b)^n = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} a^{n-m} b^m$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, ($a \neq 0$), $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$, ($a > 0$)

Kvadratna jednačina: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$: $T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$,
- $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$, ($a > 0$, $a \neq 1$, $d \neq 1$, $b, c, d > 0$)

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

a, b, c – dužine stranica trougla; α, β, γ – odgovarajući unutrašnji uglovi trougla

r – poluprečnik upisane kružnice, R – poluprečnik opisane kružnice

- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Površina trougla: $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$, $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $P = r \cdot s$, $P = \frac{abc}{4R}$

- Površina paralelograma: $P = a \cdot h_a$, (a – dužina stranice, h_a – dužina visine)
- Površina romba: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$, (d_1 i d_2 – dužine dijagonala)
- Površina trapeza: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$, (a i b – dužine osnovica, h – dužina visine)

- Obim kruga: $O = 2r\pi$; Površina kruga: $P = r^2\pi$ (r – dužina poluprečnika)
 B – površina baze, M – površina omotača i H – dužina visine
- Površina prizme: $P = 2B + M$, Zapremina prizme: $V = B \cdot H$
- Površina piramide: $P = B + M$, Zapremina piramide: $V = \frac{1}{3}B \cdot H$
- Površina zarubljene piramide: $P = B_1 + B_2 + M$
- Zapremina zarubljene piramide: $V = \frac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1B_2} + B_2)$
- Površina valjka: $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$, (r – dužina poluprečnika osnove)
- Zapremina valjka: $V = B \cdot H = r^2\pi H$, (r – dužina poluprečnika osnove)
- Površina kupe: $P = B + M = r\pi(r + s)$, (r – dužina poluprečnika osnove i s – dužina izvodnice)
- Zapremina kupe: $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}r^2\pi H$, (r – dužina poluprečnika osnove)
- Površina zarubljene kupe: $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$,
(r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova i s – dužina izvodnice)
- Zapremina zarubljene kupe: $V = \frac{1}{3}\pi H(r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2)$
(r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova)
- Površina sfere: $P = 4r^2\pi$ (r – dužina poluprečnika)
- Zapremina lopte: $V = \frac{4}{3}r^3\pi$ (r – dužina poluprečnika)
- Rastojanje između tačaka $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla ΔABC , ($A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$):
$$P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$
- Jednačina prave kroz tačke (x_1, y_1) i (x_2, y_2) : $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$
- Ugao između pravih $y = k_1x + n_1$ i $y = k_2x + n_2$: $\text{tg } \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Rastojanje između tačke (x_0, y_0) i prave $Ax + By + C = 0$: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

- Kružna linija sa centrom u tački (a, b) i poluprečnikom r : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

Uslov dodira kružne linije i prave $y = kx + n$: $r^2(1 + k^2) = (ka - b + n)^2$

- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$

Uslov dodira prave $y = kx + n$ i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$

- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$,

asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$

Uslov dodira prave $y = kx + n$ i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$

- Parabola: $y^2 = 2px$, fokus (žiže): $F(\frac{p}{2}, 0)$

Uslov dodira prave $y = kx + n$ i parabole: $p = 2kn$

- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$

- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Dati su intervali $X = (-\infty, 5]$, $Y = [0, 10)$ i $Z = (-3, +\infty)$. Skup $(X \cap Y) \cup Z$ je interval:

- A. $(-3, +\infty)$
- B. $[-\infty, 10)$
- C. $(-3, 5]$
- D. $(10, +\infty)$

2 boda

2. Koliko iznosi vrijednost izraza $\sqrt{a^2} + \sqrt[3]{a^3} + \sqrt[4]{a^4} + \sqrt[5]{a^5}$ za $a < 0$?

- A. $-4a$
- B. $-2a$
- C. 0
- D. $4a$

2 boda

3. Šahovska tabla ima 64 polja. Ako se na prvo polje table stavi jedno zrno pšenice, na drugo polje stave 2 zrna, na treće polje 4 zrna... tada će broj zrna na posljednjem polju šahovske table iznositi:

- A. $2^{63} - 1$
- B. 2^{63}
- C. $2^{64} - 1$
- D. 2^{64}

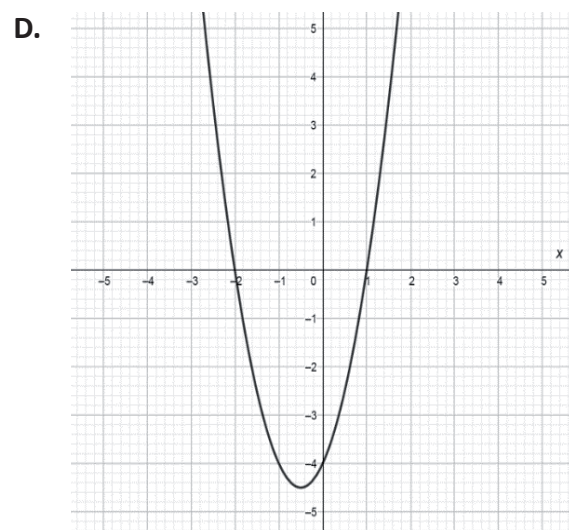
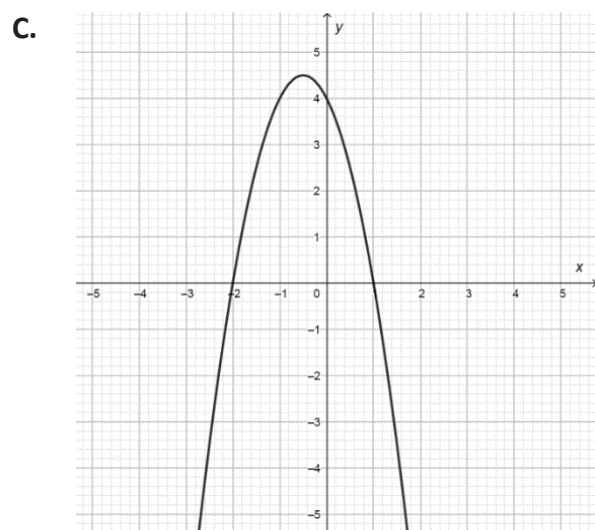
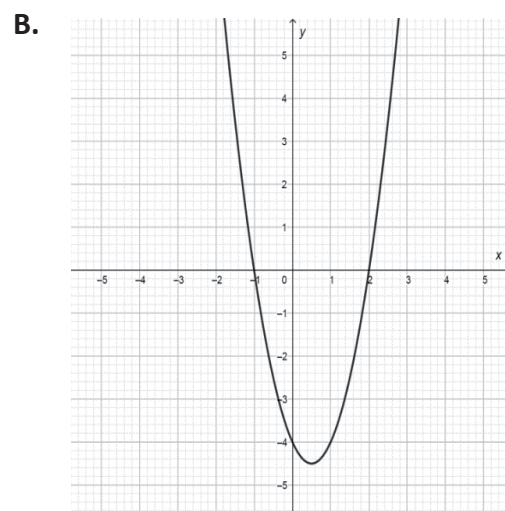
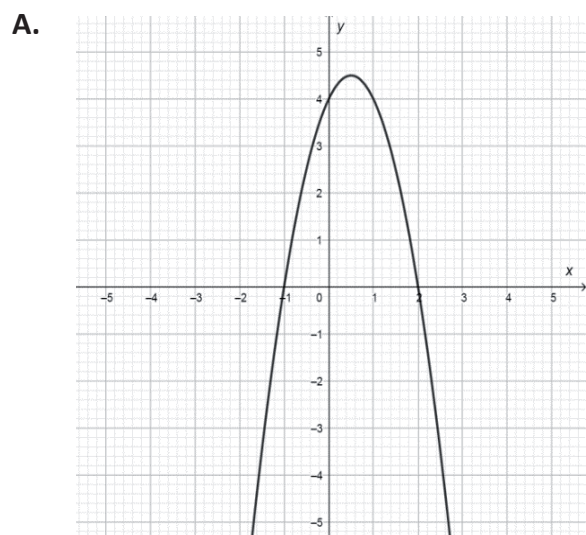
2 boda

4. Ako važi da $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, koje od sledećih tvrđenja je tačno?

- A. $\sin \frac{\alpha}{2} > 0 \wedge \cos \frac{\alpha}{2} < 0$
- B. $\sin \frac{\alpha}{2} < 0 \wedge \cos \frac{\alpha}{2} < 0$
- C. $\sin \frac{\alpha}{2} > 0 \wedge \cos \frac{\alpha}{2} > 0$
- D. $\sin \frac{\alpha}{2} < 0 \wedge \cos \frac{\alpha}{2} > 0$

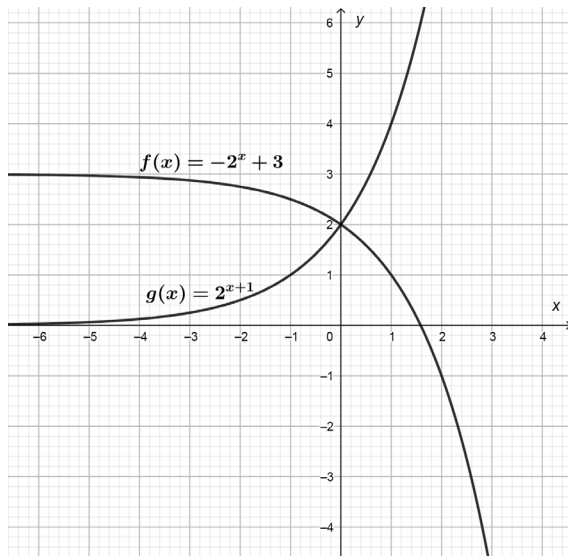
2 boda

5. Koja slika prikazuje grafik funkcije $f(x) = -2(x+2)(x-1)$?



2 boda

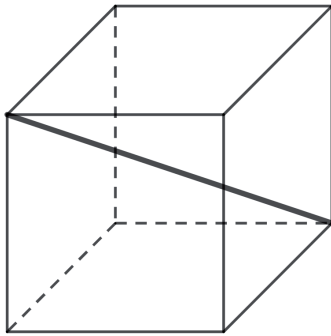
6. U koordinatnom sistemu su dati grafici funkcija $f(x) = -2^x + 3$ i $g(x) = 2^{x+1}$.
Na kojem od datih intervala je $f(x) > g(x)$?



- A. $(-\infty, 0)$
- B. $(0, +\infty)$
- C. $(-\infty, 2)$
- D. $(2, +\infty)$

2 boda

7. Koliki je tangens nagibnog ugla dijagonale kocke prema ravni osnove?



- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$
B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2 boda

8. Domen funkcije $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1-x}}$ je skup:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
C. $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$
D. $\mathbb{R} \setminus \{0, 1, 2\}$

2 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. a) Izračunajte $(3 - 4 \cdot (3 - 4)^{-1})^{-1}$.

Rješenje:

1 bod

b) Svedite $2^{3a} \cdot 3^{2a}$ na oblik m^n .

Rješenje:

1 bod

c) Koje sve cifre se mogu upisati umjesto * tako da broj 6*85 bude djeljiv sa 3?

Rješenje:

1 bod

10. Uprostite izraz $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$, $a \neq 0, b \neq 0, a \neq -b$.

Rješenje:

2 boda

- 11.** Na početku svog rada omladinski folklorni ansambl je imao 60 članova, od čega je bilo 65% djevojaka. Naknadno se učlanilo još 9 djevojaka i 11 mladića. Koliki je sada procenat djevojaka u ansamblu?

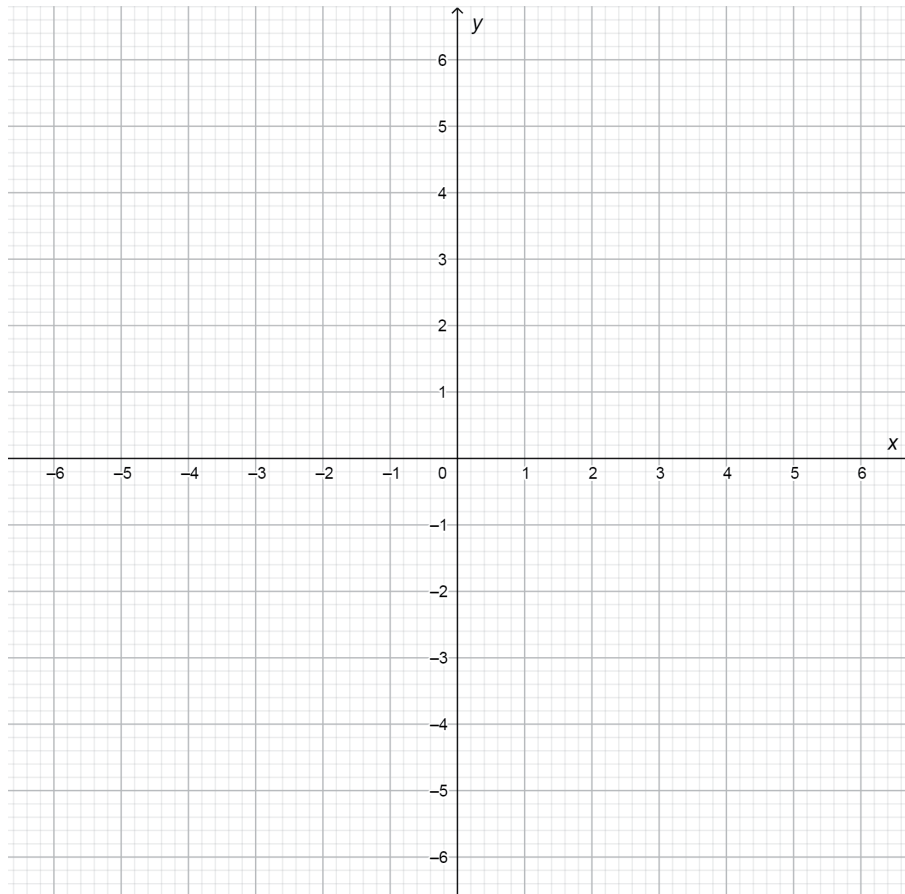
Rješenje:

3 boda

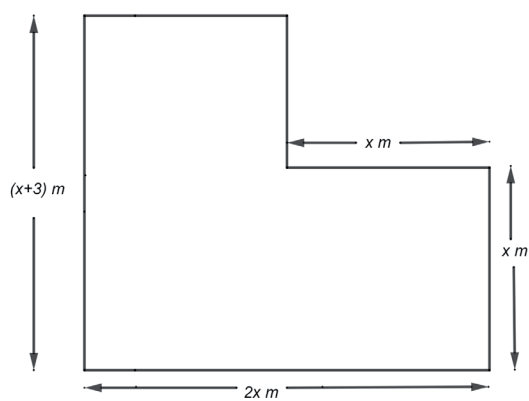
- 12.** Odredite vrijednost parametra tako da funkcija $f(x) = \left(2k + \frac{3}{2}\right)x - 1$ bude konstantna.
Za dobijenu vrijednost parametra k u datom koordinatnom sistemu nacrtajte grafik funkcije.

Rješenje:

2 boda



- 13.** Površina figure na slici je $44 m^2$. Odredite vrijednost x .



Rješenje:

4 boda

14. Riješite nejednačinu $5x^2 + 8 < 133$.

Rješenje:

2 boda

15. Koristeći osobine logaritama izračunajte $5^{\log_5 3} + \log_{13} 1 + \log_{\frac{1}{5}} \sqrt[4]{125}$.

Rješenje:

3 boda

16. Riješite jednačinu $4^x \cdot 5^{x+1} = 5 \cdot 20^{2-x}$.

Rješenje:

3 boda

- 17.** Pravougaonik obima 16 cm i površine 15 cm^2 , rotira oko duže stranice. Izračunajte površinu dobijenog tijela.

Napomena: Nacrtajte skicu koja odgovara tekstu zadatka.

Rješenje:

4 boda

- 18.** Odredite koeficijent pravca prave koja je simetrala duži sa krajnjim tačkama $A(2,1)$ i $B(-2,2)$.

Rješenje:

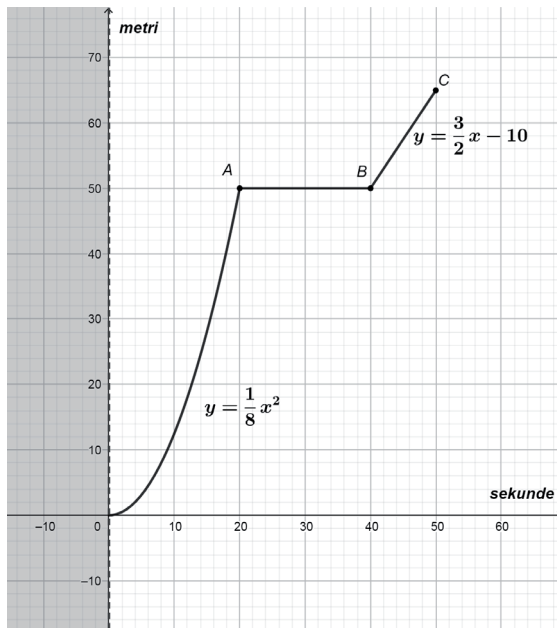
2 boda

- 19.** Data je kružnica $x^2 + y^2 - 6x + 4 = 0$. Odredite dužinu tetive kružnice koja je određena simetralom prvog i trećeg kvadranta.

Rješenje:

3 boda

- 20.** Na slici je dat grafik pređenog puta $y = f(x)$ u zavisnosti od vremena x . Grafik opisuje kretanje čovjeka od izlaska iz zgrade do ulaska u automobil. Odrediti trenutnu brzinu kretanja u **8**-oj, **30**-oj i **45**-oj sekundi, znajući da se ona mjeri prvim izvodom funkcije u traženim vremenskim trenucima.



Rješenje:

3 boda

