ispitni centar

PRAVA MJERA ZNANJA

DRŽAVNO TAKMIČENJE 2022.

ŠIFRA UČENIKA

SREDNJA ŠKOLA, I i II RAZRED

FIZIKA

UKUPAN BROJ OSVOJENIH BODOVA

Test pregledala/pregledao

....

....

Podgorica, ... 20......... godine

Uputstvo za izradu testa i pravila ponašanja

1. **Test obavezno raditi plavom ili crnom hemijskom olovkom.**
2. **Možete koristiti geometrijski pribor i kalkulator.**
3. **Svaka ispravno napisana formula, nacrtana skica ili zaključak koji je u vezi sa rješenjem zadatka se boduje prema jedinstvenom kriterijumu.**
4. **Pišite rješenja sa komentarima pregledno jasno, numerišite formule koje koristite prilikom izvođenja, da bi ocjenjivači lako i brzo mogli da prate postupak rješavanja.**
5. **Prilikom rješavanja obavezno koristite oznake navedene u formulaciji zadatka.**
6. **Poželjno je da se prilikom rješenja svi zadaci ilustruju odgovarajućim crtežom, na kojem su ukazane relevantne fizičke veličine (brzine, sile, rastojanja...).**
7. **Zadatke rješavajte tako da dobijete konačni analitički izraz tražene fizičke veličine u funkciji od veličina datih u formulaciji zadatka. Ukoliko se to traži zadatkom, izračunajte i brojnu vrijednost, možete koristiti i džepni kalkulator.**

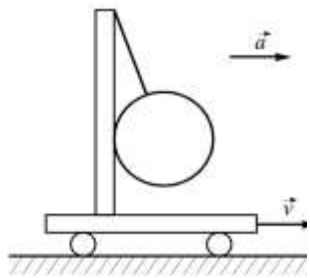
Zadatak	1.	2.	3.	4.	5.
Bro poena	20	20	20	20	20

Vrijeme predviđeno za rad je 180 minuta!

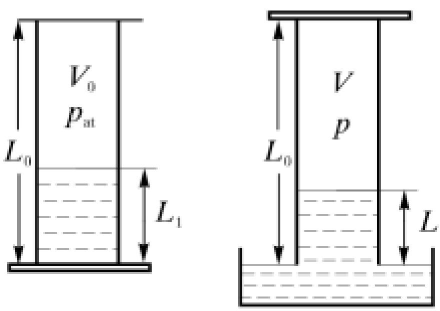
ZADACI

1. **Po horizontalnoj platformi se kreću kolica konstantnim ubrzanjem *a*. Na kolicima se nalazi pun homogeni valjak. Usljed ovog kretanja valjak se kotrlja po kolicima bez proklizavanja. Odrediti odnos ubrzanja centra mase valjka u odnosu na zemlju i ubrzanja kolica. Moment inercije valjka u odnosu na osu simetrije je $mr^2/2$.**

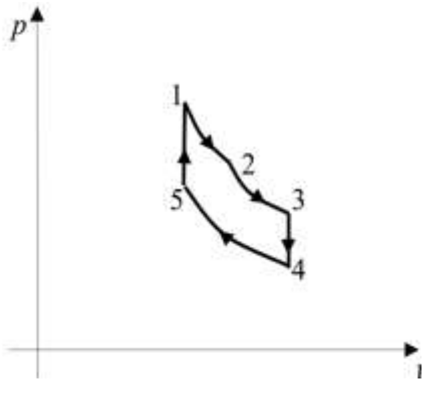
2. **O vrh masivnog stuba koncem zanemarljive mase, dužine *l*, obješena je kugla radijusa *R* i oslonjena na stub. Stub je pričvršćen za kolica koja se kreću u označenom smjeru ubrzanjem koje se se mijenja sa vremenom po zakonu $a(t) = -kt$, gdje je *k* pozitivna konstanta. Poslije kog vremena će doći do odvajanja kugle od stuba?**



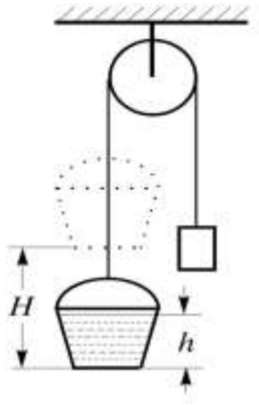
3. **Menzura visine $L = 0.85$ m i površine poprečnog presjeka $S = 35\ \text{cm}^2$ je napunjena vodom do visine 0.45 m. Pošto se ravnom pločom zatvori otvor, menzura se postavi naopako u široku posudu sa vodom (dubina uranjanja menzure je zanemarljivo mala), tako da količina vazduha u njoj ostane nepromijenjena. Odrediti masu vode koja istekne iz menzure.Gustina vode je 1000 kg/m^3.**



4. **Kružni ciklus se sastoji od dvije izoterme (1 – 2 i 4 – 5), jedne adijabate (2 – 3) i dvije izohore (3 – 4 i 5 – 1). Odrediti koeficijent korisnog dejstva ciklusa, ako je odnos zapremina $V_2 / V_1 = a$, $V_3 / V_2 = b$, dok je odnos maksimalne i minimalne temperature u toku ciklusa $T_{max} / T_{min} = \tau$.**



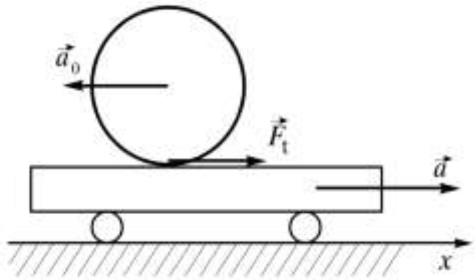
5. **O lagan neistegljiv konac prebačen preko kotura, obješena je sa jedne strane kofa sa vodom, a sa druge strane teg čija je masa duplo veća od mase kofe i vode. Dubina vode u kofi je *h* = 16 cm. Na dnu vode se nalazi otvor površine poprečnog presjeka *S* = 1 cm^2. Kolika zapremina vode istekne iz kofe dok se kofa podigne za *H* = 1 m, ako je sistem u početku mirovao? Pretpostaviti da se masa vode u kofi za to vrijeme ne promijeni značajno. Zanemariti silu reakcije mlaza na kofu, trenje i masu kotura.**



RJEŠENJA

1. **Valjak rotira usljed djelovanja sile trenja kao na slici (2 poena), tako da se zakon dinamike rotacije može napisati kao (3 poena):**

$$I\alpha = \frac{mr^2}{2}\alpha = F_t r$$



Pošto nema proklizavanja, ubrzanje ose rotacije valjka u odnosu na kolica je po intenzitetu jednako tangencijalnom ubrzanju perifernih tačaka valjka u odnosu na osu rotacije i iznosi (4 poena):

$$a_0 = r\alpha = \frac{2F_t}{m}$$

Ubrzanje ose rotacije valjka u odnosu na zemlju se može napisati u obliku $\vec{a}_z = \vec{a} + \vec{a}_0$, (2 poena) a intenzitet mu je $a_z = a - a_0$ (2 poena). Drugi Njutnov zakon za kretanje valjka se može napisai u obliku (2 poena):

$$\vec{F}_t = m\vec{a}_z = m\vec{a} + m\vec{a}_0$$

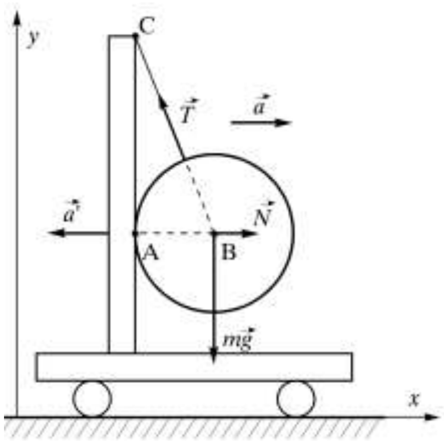
Projekcija ove jednačine duž x – ose se može napisati kao (2 poena):

$$F_t = ma_z = ma - ma_0 = \frac{ma_0}{2}$$

Odavde se dobija da je odnos ubrzanja (3 poena):

$$\frac{a_z}{a} = \frac{a - a_0}{a} = \frac{1}{3}$$

2. **Pošto se ubrzanje kolica tokom vremena smanjuje, vektor ubrzanja $\vec{a}'$ će biti usmjeren suprotno od smjera kretanja kolica (2 poena). Do je kugla oslonjena na stub na nju djeluje sila reakcije stuba $\vec{N}$, sila Zemljine teže $m\vec{g}$ i sila zatezanja konca $\vec{T}$, kao na slici. (2 poena)**
Drugi Njutnov zakon az kugle se može napisati u obliku: (2 poena)

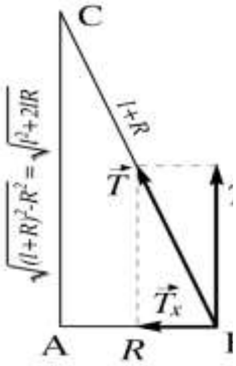


$$m\vec{a}' = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T}$$

Projekcije duž *x* i *y* – osa se mogu napisati u obliku:

$$-ma' = N - T_x \quad (1\ \text{poen})$$
$$0 = T_y - mg (1\ \text{poen})$$

AkosiluzatezanjakoncarazložimonakomponenteT_xiT_y (slikalijevo) (2 poena), dobijamo da se intenzitetiobjekomponentemogunapisati u obliku:



$$T_x = T\frac{R}{l+R} \ (1\ \text{poen})$$

$$T_y = T\frac{\sqrt{l^2+2lR}}{l+R} \ (1\ \text{poen})$$

U trenutku kada se kugla odvoji od stuba sila $\vec{N}$ = 0, tako da važi (4 poena):

$$ma' = mkt = T_x = T\frac{R}{l+R} = T_y\frac{l+R}{\sqrt{l^2+2lR}}\cdot\frac{R}{l+R} = T_y\frac{R}{\sqrt{l^2+2lR}}$$

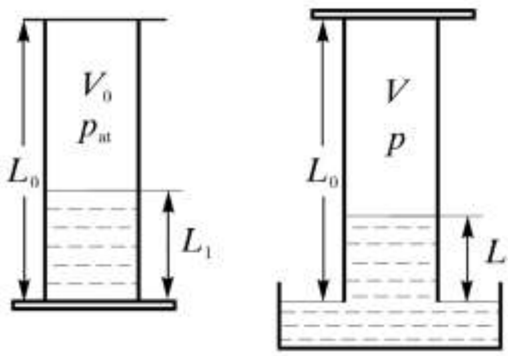
Pošto je $T_y = mg$, dobijamo da je (2 poena)

$$mkt = mg\frac{R}{\sqrt{l^2+2lR}}$$

Izposljednjejednačinedobijamo da je vrijemeodvajanjakugleodstuba: (2poena)

$$t = \frac{g}{k}\frac{R}{\sqrt{l^2+2lR}}$$

3. Pošto je temperatura konstantna, za opisivanje procesa se može koristiti Bojl – Mariotov zakon:(4 poena)



$$p_{at}V_0 = pV,$$

gdje je p_{at} atmosferski pritisak vazduha. Nakon okretanja menzure, usljed jednakosti pritisaka, može se napisati: (3 poena)

$$p_{at} = p + \rho g l$$

Sa slike vidimo da se može napisati: (3 poena)

$$p_{at}S(L_0 - L_1) = (p_{at} - p)S(L_0 - L)$$

Iz posljednje jednačine se dobija kvadratna jednačina po L: (2 poena)

$$L^2 - \left(\frac{p_{at}}{\rho g} + L_0\right)L + \frac{p_{at}}{\rho g}L_1 = 0$$

Gornja kvadratna jednačina ima dva rješenja: (2 poena)

$$L = (5.59 \pm 5.16)\mathrm{m}$$

Zbog fizičkog smisla uzima se samo rješenje sa znakom "-", tj. L = 0.43 m (3 poena).
Masa vode koja istekne iz menzure je: (3 poena)

$$M = \rho S(L_1 - L) = 61.2\ \mathrm{g}$$

4. Sa ciklusa se vidi da se toplota prima prilikom izotermskog širenja od 1 – 2 (Q_1') i kod izohorskog proces od 5 – 1 (Q_1'') (1 poen). Toplota se predaje hladnjaku kod izohorskog procesa od 3 – 4 (Q_2') i kod izotermskog sabijanja od 4 – 5 (Q_2'') (1 poen).
Koeficiejnt korisnog dejstva se može odrediti pomoću relacije: (1 poen)

$$\eta = 1 - \frac{Q_2' + Q_2''}{Q_1' + Q_1''}$$

Maksimalna temperatura je u tačkama 1 i 2, dok je minimalna temperatura ciklusa u tačkama 4 i 5.
Količine toplote su:

$$Q_1' = \frac{m}{M}RT_{max}\ln\frac{V_2}{V_1} = m(c_p - c_V)T_{max}\ln\frac{V_2}{V_1}\ \text{(1 poen)}$$

$$Q_1'' = mc_V(T_{max} - T_{min})\ \text{(1 poen)}$$

$$Q_2' = mc_V(T_3 - T_{min})\ \text{(1 poen)}$$

$$Q_2'' = \frac{m}{M}RT_{min}\ln\frac{V_3}{V_1} = m(c_p - c_V)T_{min}\ln\frac{V_3}{V_1}\ \text{(1 poen)}$$

Zamjenom u izraz za koeficijent korisnog dejstva dobijamo: (1 poen)

$$\eta = 1 - \frac{c_V(T_3 - T_{min}) + (c_p - c_V)T_{min}\ln\frac{V_3}{V_1}}{c_V(T_{max} - T_{min}) + (c_p - c_V)T_{max}\ln\frac{V_2}{V_1}}$$

Pošto je u zadatku dato da je $V_2 / V_1 = a$ i $V_3 / V_2 = b$, ako pomnožimo ove dvije relacije dobijamo da je $V_3 / V_1 = ab$ (2 poena). Ako podijelimo brojilac i imenilac sa $c_V T_{min}$, dobijamo da je koeficijent korisnog dejstva jednak(2 poena):

$$\eta = 1 - \frac{\left(\frac{T_3}{T_{min}} - 1\right) + (\gamma - 1)\ln ab}{(\tau - 1) + (\gamma - 1)\tau\ln a}$$

Da bismo našli količnik T_3 / T_{min}, pođimo od činjenice da tačke 2 i 3 pripadaju adijabati (1 poen). Dakle, za te dvije tačke važi da je (2 poena)

$$T_{max}V_2^{\gamma-1} = T_3V_3^{\gamma-1}$$

Iz ove relacije vidimo da je (2 poena)

$$T_3 = T_{max}\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = T_{max}b^{1-\gamma}$$

Dakle, koeficijent korisnog dejstva je jednak (3 poena):

$$\eta = 1 - \frac{(\tau b^{1-\gamma} - 1) + (\gamma - 1)\ln ab}{(\tau - 1) + (\gamma - 1)\tau \ln a}$$

5. Na teg djeluje gravitaciona sila i sila zatezanja konca, kao i na kofu sa vodom (1 poen). Drugi Njutnov zakon za kretanje tega i kofe sa vodom možemo napisati kao:

$$m_t a = m_t g - T \quad (2\ \text{poena})$$

$$m_k a = T - m_k g \quad (2\ \text{poena})$$

Iz gornje dvije relacije slijedi (2 poena):

$$(m_t + m_k)a = (m_t - m_k)g$$

Odavde se lako vidi da je ubrzanje sistema $a = g/3$ i da je vektor ubrzanja usmjeren vertikalno naviše (1 poen).

Pošto se kofa kreće ravnomjerno ubrzano, referentni sistem vezan za kofu je neinercijalni sistem. Na vodu koja se nalazi u kofi pored gravitacione sile djeluje i inercijalna sila koja potpomaže isticanje vode iz kofe (2 poena). Zbog toga, u formuli za Toričelijevu teoremu ubrzanje g treba zamijeniti sa (2 poena)

$$g' = g + a = \frac{4g}{3}$$

Brzina isticanja vode iz kofe je (2 poena)

$$v = \sqrt{2g'h} = 2\sqrt{\frac{2gh}{3}}$$

Krećući se ravnomjerno ubrzano naviše kofa se podigne ne visinu H za vrijeme (2 poena)

$$\boldsymbol{t = \sqrt{\frac{2H}{a}} = \sqrt{\frac{6H}{g}}}$$

Za to vrijeme iz kofe istekne zapremina tečnosti (4 poena)

$$\boldsymbol{V = Svt = 2S\sqrt{\frac{2gh}{3}} \cdot \sqrt{\frac{6H}{g}} = 4S\sqrt{hH} = 160\mathrm{cm}^3}$$