ispitni centar

PRAVA MJERA ZNANJA

DRŽAVNO TAKMIČENJE 2022.

ŠIFRA UČENIKA

SREDNJA ŠKOLA, III i IV RAZRED

FIZIKA

UKUPAN BROJ OSVOJENIH BODOVA

Test pregledala/pregledao

....

....

Podgorica, ... 20......... godine

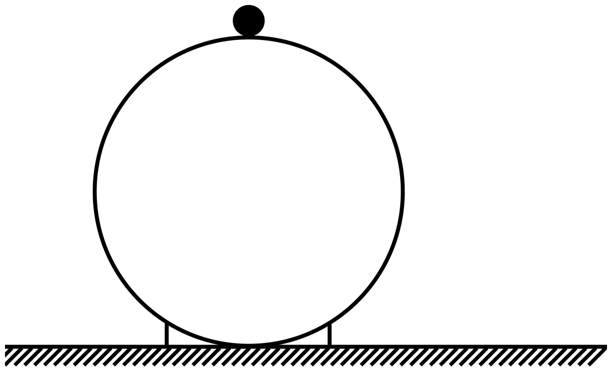
Uputstvo za izradu testa i pravila ponašanja

1. Test **obavezno** raditi plavom ili crnom hemijskom olovkom.
2. Možete koristiti geometrijski pribor i kalkulator.
3. Svaka ispravno napisana formula, nacrtana skica ili zaključak koji je u vezi sa rješenjem zadatka se boduje prema jedinstvenom kriterijumu.
4. Pišite rješenja sa komentarima pregledno i jasno, numerišite formule koje koristite prilikom izvođenja, da bi ocjenjivači lako i brzo mogli da prate postupak rješavanja.
5. Prilikom rješavanja obavezno koristite oznake navedene u formulaciji zadatka.
6. Poželjno je da se prilikom rješenja svi zadaci ilustruju odgovarajućim crtežom, na kojem su ukazane relevantne fizičke veličine (brzine, sile, rastojanja...).
7. Zadatke rješavajte tako da dobijete konačni analitički izraz tražene fizičke veličine u funkciji od veličina datih u formulaciji zadatka. Ukoliko se to traži zadatkom, izračunajte i brojnu vrijednost, možete koristiti i džepni kalkulator.

Zadatak	1.	2.	3.	4.	5.
Broj poena	20	20	20	20	20

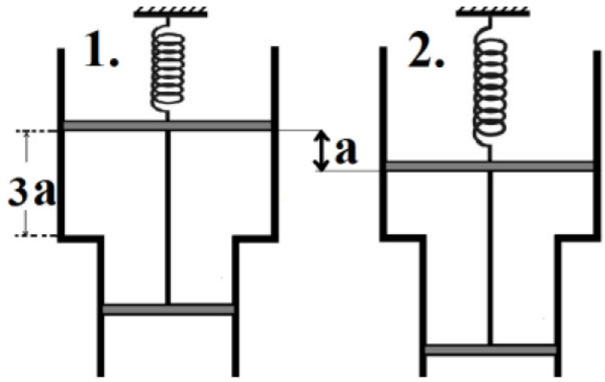
Vrijeme predviđeno za rad je 180 minuta!

1. Na vrhu nepokretne sfere koja je fiksirana na horizontalnoj podlozi nalazi se malo tijelo. U nekom trenutku tijelo počne da sklizava sa sfere. Naći ugao, u odnosu na horizontalu, pod kojim će tijelo udariti u podlogu. Trenje se zanemaruje.



Slika 1: Skica uz zadatak 1.

2. U glatkoj vertikalnoj cijevi nalaze se dva klipa spojena krutim lakim štapom dužine $5a$. Gornji klip zakačen je za elastičnu oprugu čiji je drugi kraj fiksiran. Površina gornjeg klipa je S_1, a donjeg S_2, dok je zbir njihovih masa m. U prostoru između klipova nalazi se n mola idealnog gasa. U stanju ravnoteže opruga je neistegnuta, a gornji klip nalazi se na visini $3a$ u odnosu na ravan koja dijeli cijev na širi i uži dio (položaj 1). Gas se zatim ohladi za ΔT. U novom ravnotežnom položaju (položaj 2) sistem je spušten za a u odnosu na početni ravnotežni položaj (slika). Odrediti koeficijent elastičnosti opruge. Atmosferski pritisak je p_{at}.

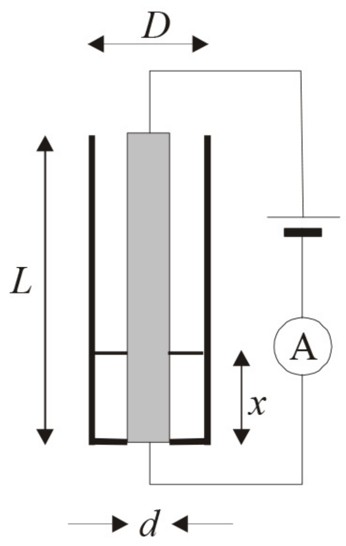


Slika 2: Skica uz zadatak 2.

3. U vertikalnoj staklenoj cijevi unutrašnjeg prečnika $D = 5mm$ i dužine $L = 1m$ nalazi se zategnuta čelična žica prečnika $d = 2mm$, iste dužine kao cijev (slika). Gornji kraj žice prikačen je na jedan pol izvora stalnog napona $U = 0.1V$, a donji kraj žice prolazi kroz dno staklene cijevi i priključen je na drugi pol izvora napona. U staklenu cijev se uliva živa. Specifična otpornost čelika je $\rho_{č} = 0.2 \cdot 10^{-6}\Omega m$, a žive $\rho_{ž} = 0.958 \cdot 10^{-6}\Omega m$. Odrediti:

(a) najveću i najmanju jačinu struje koja može teći kroz ampermetar;

(b) za koju visinu živinog stuba u cijevi, x, mjereno od dna, će ampermetar pokazivati struju od $2A$.



Slika 3: Skica uz zadatak 3.

4. Dvije čestice jednakih masa m kreću se jedna prema drugoj duž istog pravca brzinama jednakih intenziteta v. Razmotriti apsolutno neelastičan sudar ovih čestica u okviru Specijalne teorije relativnosti.

(a) Odrediti promjenu mase Δm ovog sistema pri sudaru u funkciji m, v i brzine svjetlosti c.

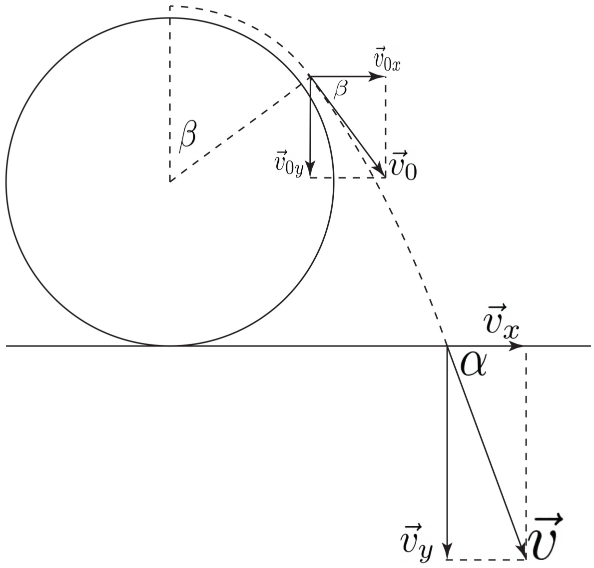
(b) Izračunati Δm ako je $m = 1kg$ i $v = 1m/s$.

Ukoliko je pogodno, možete koristiti aproksimaciju $(1 + x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x$ koja važi za $|x| \ll 1$ i $\alpha \in \mathbb{R}$.

5. Odrediti period malih oscilacija kuglice okačene o laku neistegljivu nit dužine $l = 20cm$, ako se ona nalazi u tečnosti čija je gustina $\eta = 3$ puta manja od gustine kuglice. Otpor tečnosti je zanemarljiv. Za ubrzanje Zemljine teže uzeti $g = 10m/s^2$.

Rješenja zadataka

1. Od kad počne da sklizava do nekog trenutka tijelo će se kretati po sferi, a onda će se odvojiti od nje i slobodno kretati u gravitacionom polju dok ne padne na podlogu [3*p*.]. U trenutku odvajanja od sfere biće izjednačene centrifugalna sila i komponenta sile teže normalna na sferu u tački odvajanja:



Slika 4: Skica uz rješenje zadatka 1.

$$\frac{mv_0^2}{R} = mg\cos\beta,$$

pa je

$$v_0^2 = gR\cos\beta, ...[3\text{p.}]$$

gdje je v_0 brzina tijela u trenutku odvajanja, R poluprečnik sfere, a m masa tijela. Prema zakonu o održanju energije za početni položaj i položaj u trenutku odvajanja od sfere ima se:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mg(R - R\cos\beta),$$

tj.

$$v_0^2 = 2gR(1 - \cos\beta)....[3\text{p.}]$$

Iz dobijenih izraza za v_0 slijedi:

$$gR\cos\beta = 2gR(1 - \cos\beta)...[1\text{p.}]$$

Slijedi:

$$\cos\beta = \frac{2}{3}....[1\text{p.}]$$

Kako je $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$, to je $\sin\beta = \sqrt{5}/3$.[1p.] Onda je

$$v_0 = \sqrt{\frac{2}{3}gR}....[1\text{p.}]$$

Nakon odvajanja od sfere kretanje tijela možemo posmatrati kao superpoziciju kretanja u horizontalnom i vertikalnom pravcu. U horizontalnom pravcu je

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\beta = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\sqrt{gR}....[2p.]$$

U vertikalnom pravcu je:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2g(R + R\cos\beta)...[2p.]$$

Pa je:

$$v_y = \frac{10}{3\sqrt{3}}\sqrt{gR}....[1p.]$$

Iz ovih veličina možemo naći ugao α:

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{5}{\sqrt{2}}....[2p.]$$

2. Na slici su dati početni i krajnji položaj klipova. Prije istezanja za gornji klip važi:

$$p_{at}S_1 + m_1 g + T = p_1 S_1...[1p.]$$

a za donji:

$$p_1 S_2 + m_2 g = T + p_{at}S_2...[1p.]$$

Sabiranjem ovih jednačina dobija se:

$$p_{at}\Delta S + mg = p_1 \Delta S...[2p.]$$

gdje je $\Delta S = S_1 - S_2$. Nakon hlađenja, za gornji i donji klip, redom, ima se:

$$p_{at}S_1 + m_1 g + T = ka + p_2 S_1, ...[2p.]$$

$$p_2 S_2 + m_2 g = T + p_{at}S_2, ...[2p.]$$

pa je:

$$p_2 = p_1 - \frac{ka}{\Delta S}...[2p.]$$

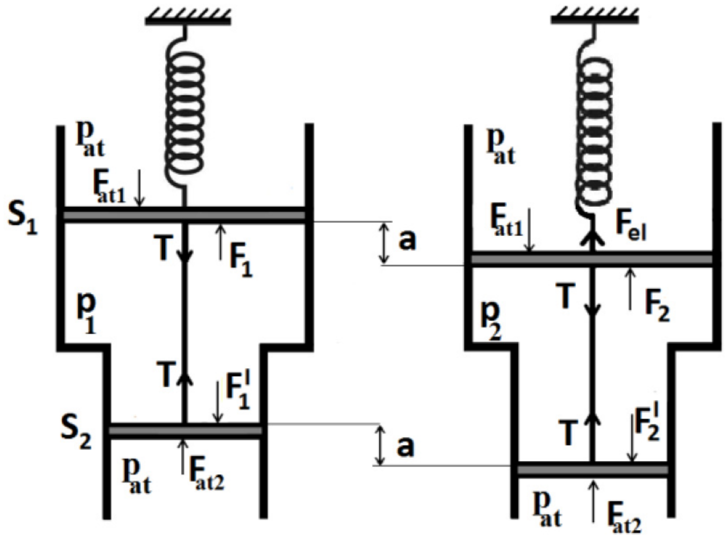
Jednačine stanja idealnog gasa za početni i krajnji položaj su:

$$p_1 a(3S_1 + 2S_2) = nRT_1, ...[3p.]$$

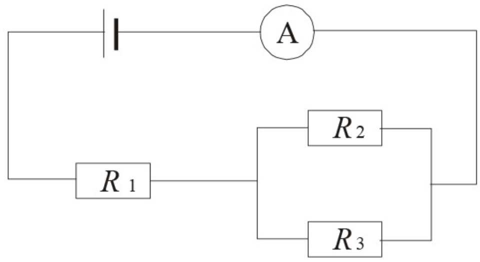
$$p_2 a(2S_1 + 3S_2) = nRT_2....[3p.]$$

Oduzimanjem posljednje dvije jednačine i koristeći relaciju koja povezuje pritiske p_1 i p_2 dobija se:

$$k = \frac{nR\Delta T - mga - p_{at}(S_1 - S_2)a}{a^2(2S_1 + 3S_2)}(S_1 - S_2)....[4p.]$$



Slika 5: Skica uz rješenje zadatka 2.



Slika 6: Skica uz rješenje zadatka 3.

3. Čelična žica i stub žive u cijevi čine kolo prikazano na slici, gdje je R_1 otpor neuronjenog dijela žice u živu dužine $L - x$, R_2 otpor uronjenog dijela žice dužine x, a R_3 otpor živinog stuba visine x.[2p.] Ekvivalentni otpor ovog kola je:

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} ...[2p.]$$

gdje su:

$$R_1 = \rho_č \frac{L - x}{S_č},$$
$$R_2 = \rho_č \frac{x}{S_č},$$
$$R_3 = \rho_ž \frac{x}{S_ž} ....[2p.]$$

$S_č$ i $S_ž$ su površine poprečnih presjeka žice i živinog stuba. Na osnovu prethodnog se nalazi:

$$R = \frac{\rho_č}{S_č}\left(L - x\left(1 - \frac{1}{1 + \frac{\rho_č S_ž}{\rho_ž S_č}}\right)\right) ....[3p.]$$

Struja koja prolazi kroz ampermetar je $I = U/R$. Najmanju vrijednost postiže kad je otpor maksimalan (iz prethodnog izraza se vidi da je to za $x = 0$):

$$R_{max} = \frac{\rho_č}{S_č} L = \frac{4\rho_č L}{d^2 \pi}, ...[1p.]$$

pa je:

$$I_{min} = \frac{U}{R_{max}} = \frac{Ud^2\pi}{4\rho_{č}L} \approx 1,57A....[2p.]$$

Najveća vrijednost struje dobija se za najmanju vrujednost otpora, tj. za $x = L$:

$$R_{min} = \frac{\frac{\rho_{č}}{S_{č}}L}{1 + \frac{\rho_{č}S_{ž}}{\rho_{ž}S_{č}}}...[2p.]$$

pa je:

$$I_{max} = \frac{U}{R_{min}} = \frac{U}{L}\left(\frac{d^2\pi}{4\rho_{č}} + \frac{\frac{D^2}{4}\pi - \frac{d^2}{4}\pi}{\rho_{ž}}\right) \approx 3,29A....[2p.]$$

Za rješenje drugog dijela zadatka na osnovu Omovog zakona $I = U/R$ i izraza za ekvivalentni otpor dobija se jednačina:

$$I = \frac{\frac{S_{č}}{\rho_{č}}U}{L - x\left(1 - \frac{1}{1+\frac{\rho_{č}S_{ž}}{\rho_{ž}S_{č}}}\right)}...[1p.]$$

čijim rješavanjem nalazimo:

$$x = \frac{L - \frac{S_{č}}{\rho_{č}}\frac{U}{I}}{1 - \frac{1}{1+\frac{\rho_{č}S_{ž}}{\rho_{ž}S_{č}}}} \approx 41cm....[3p.]$$

4. Označimo sa M i P, redom, masu i intenzitet impulsa čestice koja nastaje pri sudaru. Prema zakonu o održanju impulsa odmah se vidi da je $P = 0$ [5p.], a prema zakonu o održanju energije je:

$$Mc^2 = \frac{2mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

pa je:

$$M = \frac{2m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}...[5p.]$$

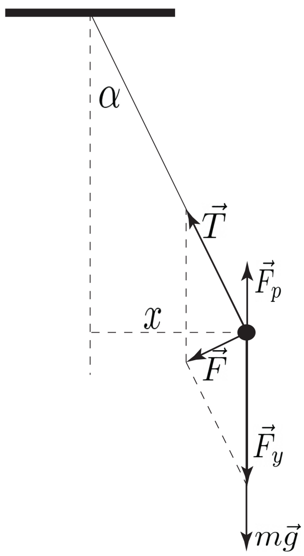
Promjena mase pri sudaru je:

$$\Delta m = M - 2m = 2m\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)...[4p.]$$

Za $v \ll c$ je $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{v^2}{2c^2}$, pa će biti [2p.]

$$\Delta m = 2m\left(1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1\right) = m\frac{v^2}{c^2}...[2p.]$$

$$\Delta m = 1,1 \cdot 10^{-17}kg....[2p.]$$



Slika 7: Skica uz rješenje zadatka 5.

5. Na kuglicu djeluje sila Zemljine teže, sila potiska i sila zatezanja niti, kao što je prikazano na slici [1p.]. Ukupna sila koja određuje ovo kretanje je:

$$\vec{F} = \vec{F}_y + \vec{T} ...[1p.]$$

gdje je $\vec{F}_y = m\vec{g} + \vec{F}_p$, tj.

$$F_y = mg - F_p ....[1p.]$$

Sa slike se vidi da je:

$$F = F_y \sin\alpha ...[1p.]$$

$$F = (mg - F_p)\sin\alpha ...[1p.]$$

gdje je $mg = \rho V g = \eta\rho_0 V g$ i $F_p = \rho_0 V g$ [2p.], pa je:

$$F = (\eta - 1)\rho_0 V g \sin\alpha ....[2p.]$$

Pošto se radi o malim oscilacijama, ugao α je mali pa važi

$$\sin\alpha \approx \tan\alpha = \frac{x}{l} ...[2p.]$$

Onda imamo:

$$F = (\eta - 1)\rho_0 V g \frac{x}{l} ...[2p.]$$

Pošto je opšti izraz ra silu kod harmonijskog oscilatora

$$F = kx ...[1p.]$$

onda upoređivanjem prethodna dva izraza nalazimo:

$$k = \frac{(\eta - 1)\rho_0 V g}{l} ...[2p.]$$

Period malih oscilacija je

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\eta l}{(\eta - 1)g}} ...[3p.]$$

$$T = 1,09s ...[1p.]$$