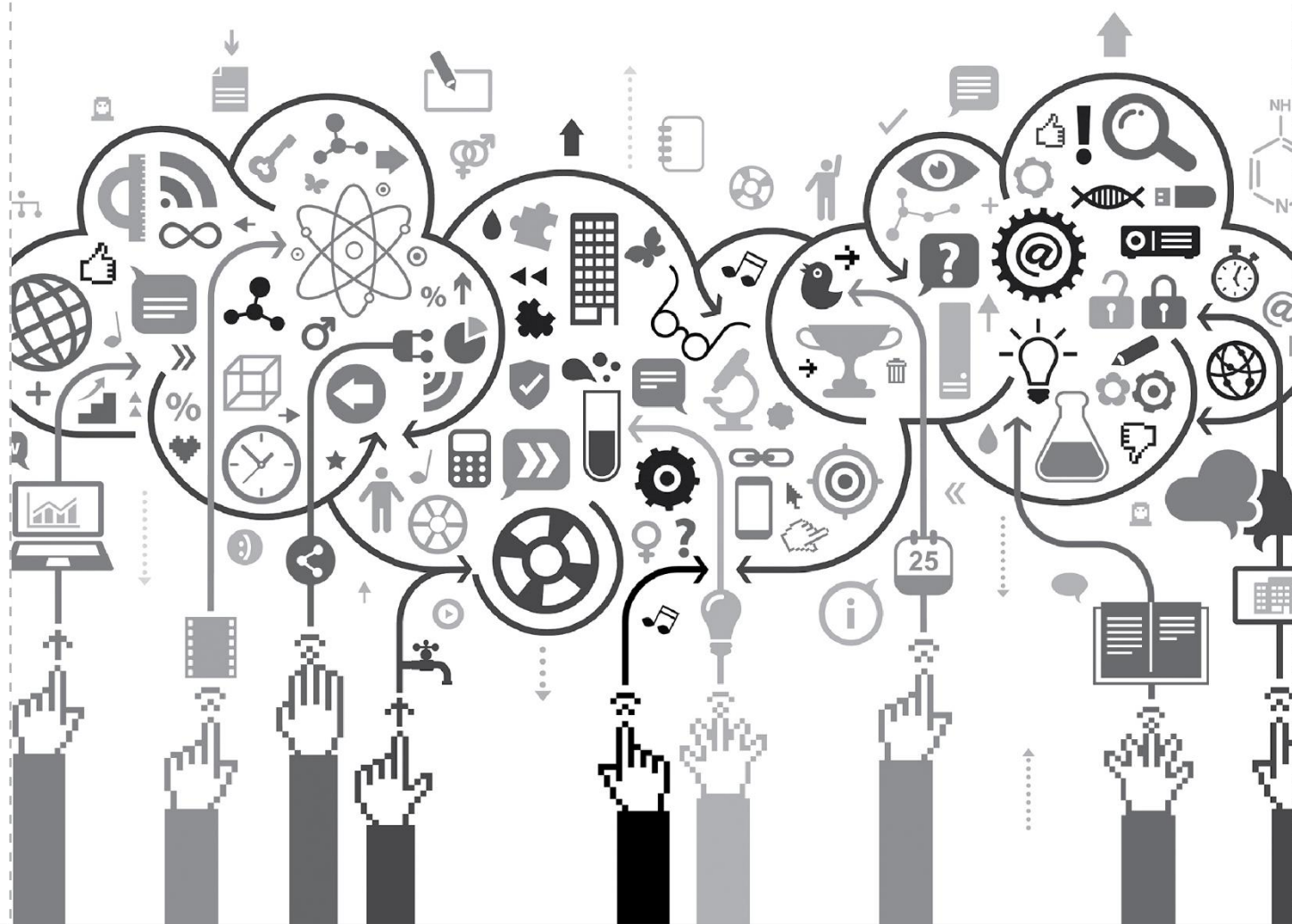


ŠIFRA
UČENIKA



MATURSKI/STRUČNI ISPIT

MATEMATIKA – osnovni nivo

ŠKOLSKA 2020/2021.



VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Pribor: grafitna olovka, gumica i hemijska olovka.

Grafitna olovka se može koristiti samo za koncept, crtanje grafika i geometrijskih slika.

Upotreba elektronskih uređaja nije dozvoljena.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4, 5 i 6.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih osam zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja i to hemijskom olovkom. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata.

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Strane koje slijede poslije dvadesetog zadatka su rezervne. Možete ih koristiti ako vam nedostaje prostora. Jasno označite ukoliko ste na rezervnim stranama rješavali zadatke.

Kad završite sa radom, provjerite svoja rješenja.

Želimo vam puno uspjeha!



FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in \mathbb{R}$ (i - imaginarna jedinica)
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $(a + b)^n = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} a^{n-m} b^m$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, ($a \neq 0$), $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$, ($a > 0$)

Kvadratna jednačina: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$

- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$,

- $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$, ($a > 0$, $a \neq 1$, $d \neq 1$, $b, c, d > 0$)

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,

- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$

- $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$

- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

a, b, c – dužine stranica trougla; α, β, γ – odgovarajući unutrašnji uglovi trougla

r – poluprečnik upisane kružnice, R – poluprečnik opisane kružnice

- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

- Površina trougla: $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$, $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $P = r \cdot s$,

$$P = \frac{abc}{4R}$$

- Površina paralelograma: $P = a \cdot h_a$, (a – dužina stranice, h_a – dužina visine)
- Površina romba: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$, (d_1 i d_2 – dužine dijagonala)
- Površina trapeza: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$, (a i b – dužine osnovica, h – dužina visine)
- Obim kruga: $O = 2r\pi$; Površina kruga: $P = r^2\pi$ (r – dužina poluprečnika)

B – površina baze, M – površina omotača i H – dužina visine

- Površina prizme: $P = 2B + M$, Zapremina prizme: $V = B \cdot H$
- Površina piramide: $P = B + M$, Zapremina piramide: $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Površina zarubljene piramide: $P = B_1 + B_2 + M$
- Zapremina zarubljene piramide: $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$
- Površina valjka: $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$, (r – dužina poluprečnika osnove)
- Zapremina valjka: $V = B \cdot H = r^2\pi H$, (r – dužina poluprečnika osnove)
- Površina kupe: $P = B + M = r\pi(r + s)$, (r – dužina poluprečnika osnove i s – dužina izvodnice)
- Zapremina kupe: $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} r^2\pi H$, (r – dužina poluprečnika osnove)
- Površina zarubljene kupe: $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$,
(r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova i s – dužina izvodnice)
- Zapremina zarubljene kupe: $V = \frac{1}{3} \pi H (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$
(r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova)
- Površina sfere: $P = 4r^2\pi$ (r – dužina poluprečnika)
- Zapremina lopte: $V = \frac{4}{3} r^3\pi$ (r – dužina poluprečnika)

- Rastojanje između tačaka $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

- Površina trougla ΔABC , ($A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$):

$$P = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

- Jednačina prave kroz tačke (x_1, y_1) i (x_2, y_2) : $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$

- Ugao između pravih $y = k_1x + n_1$ i $y = k_2x + n_2$: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

- Rastojanje između tačke (x_0, y_0) i prave $Ax + By + C = 0$: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

- Kružna linija sa centrom u tački (a, b) i poluprečnikom r : $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$
Uslov dodira kružne linije i prave $y = kx + n$: $r^2(1+k^2) = (ka - b + n)^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Uslov dodira prave $y = kx + n$ i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$,
asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$
Uslov dodira prave $y = kx + n$ i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, fokus (žiže): $F(\frac{p}{2}, 0)$
Uslov dodira prave $y = kx + n$ i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Šta se dobija skraćivanjem razlomka $\frac{8a^3-1}{4a^2-1}$, $a \neq \pm \frac{1}{2}$?

A. $2a+1$

B. $(2a+1)^2$

C. $\frac{4a^2-2a+1}{2a+1}$

D. $\frac{4a^2+2a+1}{2a+1}$

2 boda

2. Čemu je jednako $\left(4^2 + \frac{1}{3^{-2}}\right)^{\frac{1}{2}}$?

A. 5

B. 7

C. 14

D. 25

2 boda

3. Zbir rješenja jednačine $4^{x^2-5x} = 7^{x^2-5x}$ je:

A. 0

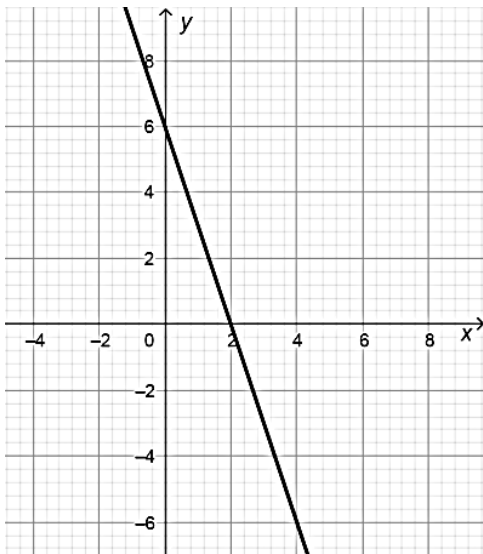
B. 1

C. 5

D. 10

2 boda

4. Na slici je prikazan grafik funkcije $y = f(x)$.



Koja od datih funkcija ima grafik simetričan datom grafiku u odnosu na x – osu?

- A. $f(x) = 3x - 6$
- B. $f(x) = -3x + 6$
- C. $f(x) = -3x - 6$
- D. $f(x) = 3x + 6$

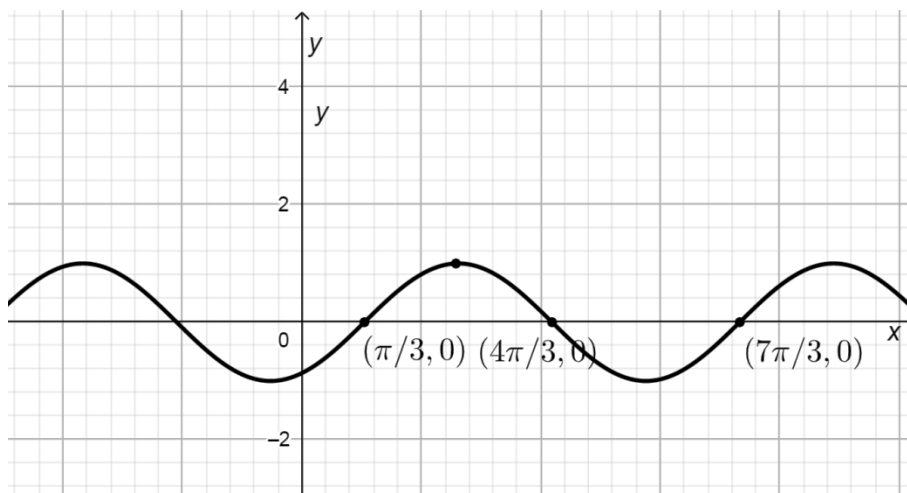
2 boda

5. Skup rješenja jednačine $\log_x 32 - \log_x 8 = 2$ je:

- A. prazan
- B. jednočlan
- C. dvočlan
- D. beskonačan

2 boda

6. Koja od datih funkcija odgovara grafiku sa slike?



A. $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

B. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

C. $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

D. $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

2 boda

7. Koje su koordinate sredine težišne duži iz tjemena A trougla $ABC : A(1,1), B(4,-1), C(5,3)$?

A. $S\left(\frac{11}{2}, 1\right)$

B. $S\left(\frac{11}{4}, 0\right)$

C. $S\left(\frac{9}{2}, 1\right)$

D. $S\left(\frac{11}{4}, 1\right)$

2 boda

8. Data je funkcija $f(x) = \sqrt{100 - x^2}$. Koliko elemenata domena pripada skupu cijelih brojeva?

- A. 2
- B. 10
- C. 21
- D. 100

2 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Uprostite izraz $\left(1 - \frac{3-x}{x+2}\right) \cdot \left(\frac{x^2+1}{2x-1} - \frac{x}{2}\right)$, $x \neq -2$, $x \neq \frac{1}{2}$.

Rješenje:

3 boda

10. Izračunajte $(1+i)^8$ (i – imaginarna jedinica).

Rješenje:

2 boda

11. Posao na jednoj građevini može da završi 20 radnika za 48 dana. Za koliko procenata se mora povećati broj radnika da bi posao bio završen za 40 dana?

Rješenje:

4 boda

12. Riješite jednačinu $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x-2}$ za $x \neq 1$ i $x \neq 2$.

Rješenje:

2 boda

13. Data je funkcija $f(x) = 8(x-3)(x-m)$. Odredite parameter m tako da funkcija dostiže minimum za $x = 5$.

Rješenje:

3 boda

14. Data je funkcija $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$.

a) Napišite jednačinu asimptote grafika funkcije f .

1 bod

b) Odredite najmanju vrijednost funkcije f na segmentu $[-3, -1]$.

2 boda

Rješenje:

15. Izračunajte $10 \operatorname{ctg} 135^\circ \sin 210^\circ$.

Rješenje:

3 boda

16. Prečnik osnove valjka je dva puta duži od visine valjka. Ako je površina omotača $18\pi \text{ cm}^2$, kolika je zapremina valjka?

Rješenje:

4 boda

- 17.** Odrediti ugao koji prava AB zaklapa sa pozitivnim smjerom x -ose, ako je $A(\sqrt{3}, 3), B(2\sqrt{3}, 4)$.

Rješenje:

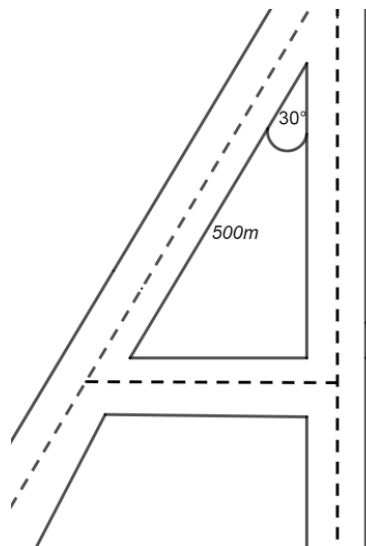
2 boda

- 18.** Odredite jednačinu kružnice poluprečnika $\sqrt{5}$, kojoj se centar nalazi u četvrtom kvadrantu na pravoj $x = 1$ i koja sadrži tačku $A(2,1)$.

Rješenje:

4 boda

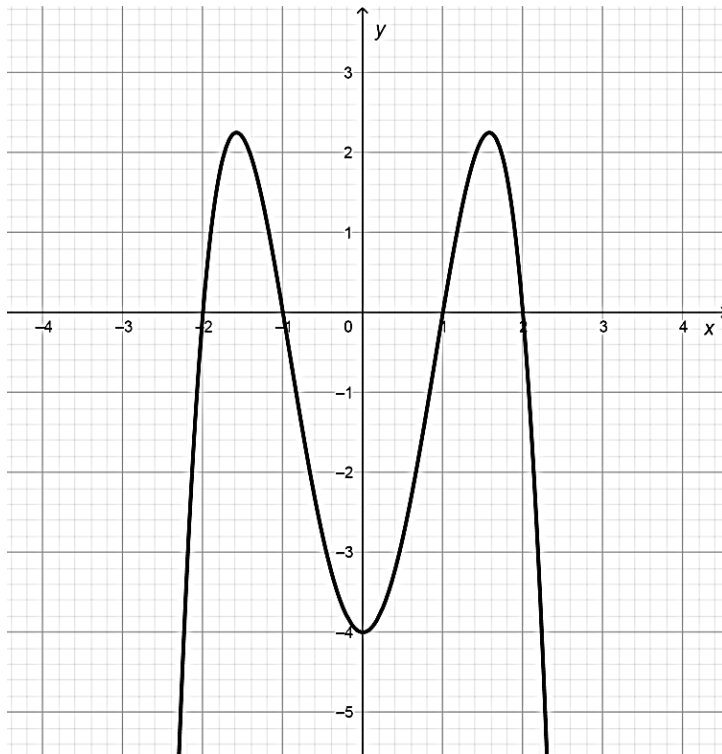
- 19.** Dvije prave ulice se sijeku pod uglom od 30° , kao na slici. Na $500m$ od raskrsnice, treba napraviti najkraću ulicu, koja će ih povezati. Odredite dužinu tog rastojanja.



Rješenje:

2 boda

20. Dat je grafik funkcije $y = f(x)$.



a) Za koje vrijednosti x važi $f(x) > 0$?

1 bod

b) Za koje vrijednosti x funkcija dostiže lokalni minimum i koliko on iznosi?

1 bod

c) Navedite nule funkcije.

1 bod

Rješenje:

