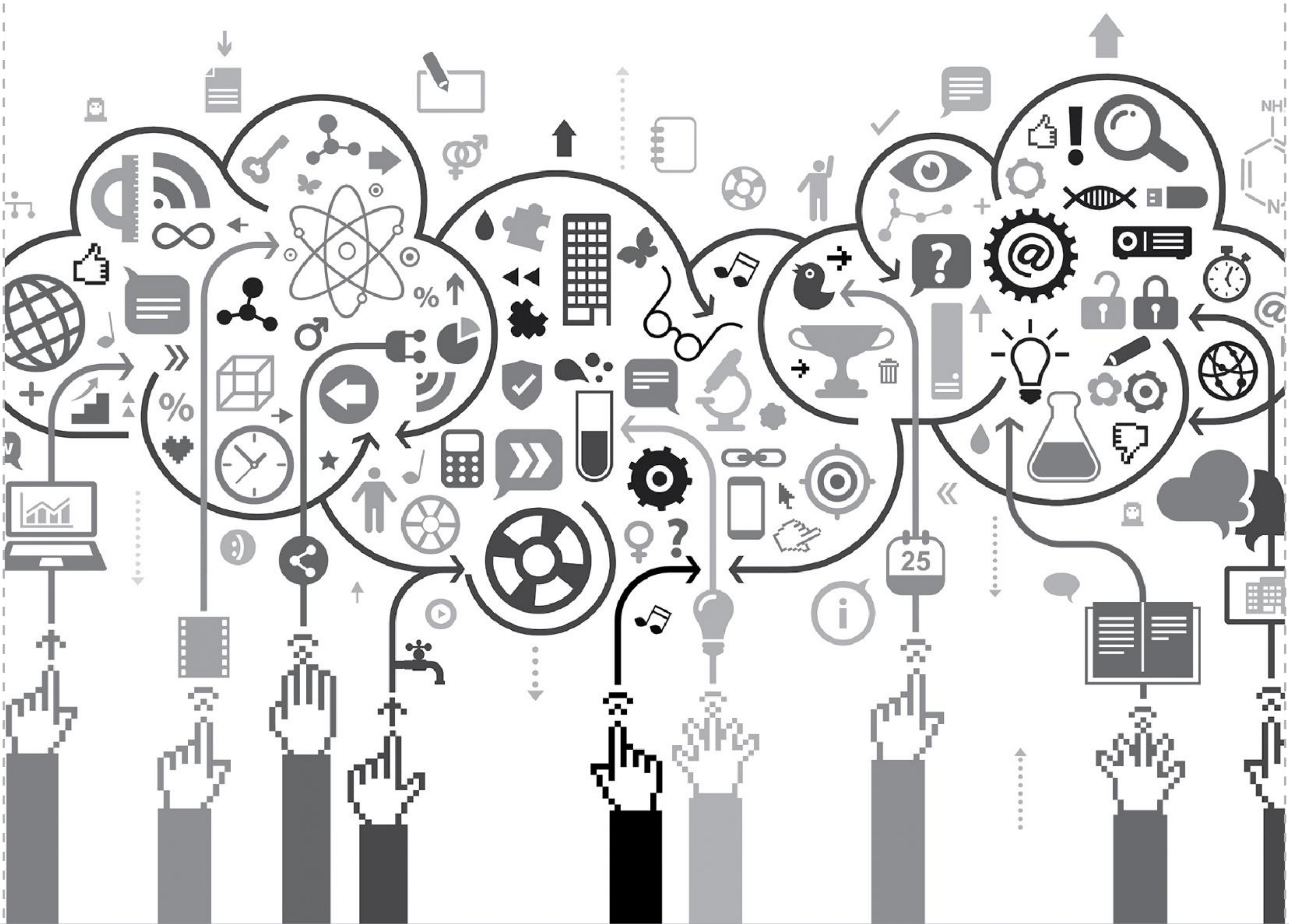
ispitni centar

ŠIFRA UČENIKA

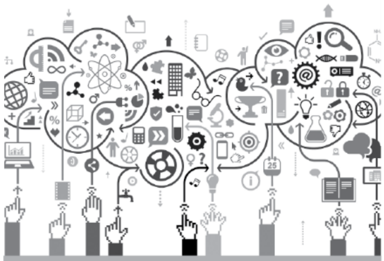


MATURSKI/STRUČNI ISPIT

MATEMATIKA – viši nivo

ŠKOLSKA 2020/2021.

M1121145



UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA

Pažljivo pročitajte uputstvo.
Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Pribor: grafitna olovka, gumica i hemijska olovka.
Grafitna olovka se može koristiti samo za koncept, crtanje grafika i geometrijskih slika.
Upotreba elektronskih uređaja nije dozvoljena.

Test sadrži 26 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4, 5 i 6.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih deset zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja i to hemijskom olovkom. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata.

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Strane koje slijede poslije dvadeset šestog zadatka su rezervne. Možete ih koristiti ako vam nedostaje prostora. Jasno označite ukoliko ste na rezervnim stranama rješavali zadatke.

Kad završite sa radom, provjerite svoja rješenja.
Želimo vam puno uspjeha!


PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2=-1,\quad z=a+bi,\ \bar{z}=a-bi,\ |z|=\sqrt{a^2+b^2},\ a,b\in R$ (i - imaginarna jedinica)
- $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2,\quad a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
- $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3,\quad a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$
- $(a+b)^n=\sum_{m=0}^{n}\binom{n}{m}a^{n-m}b^m$
- $a^m\cdot a^n=a^{m+n},\ a^m:a^n=a^{m-n},\ a^{-m}=\frac{1}{a^m},(a\neq 0),\ \sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}},(a>0)$

Kvadratna jednačina: $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1+x_2=-\frac{b}{a},\quad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$
- Tjeme parabole $f(x)=ax^2+bx+c, a\neq 0$: $T(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$
- $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c,\ \log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c,\ \log_a b^r=r\log_a b,$
- $\log_a b=\frac{\log_d b}{\log_d a},\ \log_{a^k} b=\frac{1}{k}\log_a b,\ (a>0, a\neq 1, d\neq 1, b,c,d>0)$
- $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha,\qquad \cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha,$
- $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\beta\sin\alpha$
- $tg(\alpha\pm\beta)=\frac{tg\alpha\pm tg\beta}{1\mp tg\alpha\cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2},\qquad \sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2},\qquad \cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

a,b,c – dužine stranica trougla; α,β,γ – odgovarajući unutrašnji uglovi trougla
r – poluprečnik upisane kružnice, R – poluprečnik opisane kružnice

- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$
- Kosinusna teorema: $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$
- Površina trougla: $P=\frac{ab\sin\gamma}{2}, P=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},\ s=\frac{a+b+c}{2},\quad P=r\cdot s,$

$P=\frac{abc}{4R}$

- Površina paralelograma: $P = a \cdot h_a$, (*a* – dužina stranice, h_a – dužina visine)
- Površina romba: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$, (d_1 i d_2 – dužine dijagonala)
- Površina trapeza: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$, (*a* i *b* – dužine osnovica, *h* – dužina visine)
- Obim kruga: $O = 2r\pi$; Površina kruga: $P = r^2\pi$ (r – dužina poluprečnika)

B – površina baze, *M* – površina omotača i *H* – dužina visine

- Površina prizme: $P = 2B + M$, Zapremina prizme: $V = B \cdot H$
- Površina piramide: $P = B + M$, Zapremina piramide: $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Površina zarubljene piramide: $P = B_1 + B_2 + M$
- Zapremina zarubljene piramide: $V = \frac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$
- Površina valjka: $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Zapremina valjka: $V = B \cdot H = r^2 \pi H$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Površina kupe: $P = B + M = r\pi(r + s)$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove i **s** – dužina izvodnice)
- Zapremina kupe: $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} r^2 \pi H$, (***r*** – dužina poluprečnika osnove)
- Površina zarubljene kupe: $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$, (r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova i ***s*** – dužina izvodnice)
- Zapremina zarubljene kupe: $V = \frac{1}{3}\pi H(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$ (r_1, r_2 – dužina poluprečnika osnova)
- Površina sfere: $P = 4r^2\pi$ (***r*** – dužina poluprečnika)
- Zapremina lopte: $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$ (***r*** – dužina poluprečnika)

- Rastojanje između tačaka $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla $\Delta ABC, \left(A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)\right)$:

  $$P = \frac{1}{2}\left|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right|$$

- Jednačina prave kroz tačke (x_1, y_1) i (x_2, y_2): $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$
- Ugao između pravih $y = k_1 x + n_1$ i $y = k_2 x + n_2$: $tg\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke (x_0, y_0) i prave $Ax + By + C = 0$: $d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$

- Kružna linija sa centrom u tački (a,b) i poluprečnikom r: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

  Uslov dodira kružne linije i prave $y=kx+n$: $r^2(1+k^2)=(ka-b+n)^2$

- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2-b^2},0)$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i elipse: $a^2k^2+b^2=n^2$

- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, fokusi (žiže): $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2+b^2},0)$,

  asimptote hiperbole $y=\pm\frac{b}{a}x$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i hiperbole: $a^2k^2-b^2=n^2$

- Parabola: $y^2=2px$, fokus (žiže): $F(\frac{p}{2},0)$

  Uslov dodira prave $y=kx+n$ i parabole: $p=2kn$

- Aritmetički niz: $a_n=a_1+(n-1)d$, $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}n$

- Geometrijski niz: $b_n=b_1\cdot q^{n-1}$, $S_n=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, $q\neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Koliko iznosi vrijednost izraza $a^2 - b^2 : (a+b)$ za $a = -5$ i $b = 7$?

A. -12

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 12

2 boda

2. Ako je $P(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 2$ i $Q(x) = x^2 - x - 1$, čemu je jednako $P(x) - 2Q(x)$?

A. $x^3 - 2x$

B. $x^3 - 3x - 1$

C. $x^3 - 6x - 4$

D. $x^3 + 4x^2 - 6x - 4$

2 boda

3. Koji od datih brojeva pripada presjeku skupova rješenja nejednačina $4x < 2x + 1$ i $2x + 1 \leq 3x + 2$?

A. $-\frac{5}{4}$

B. $-\frac{3}{4}$

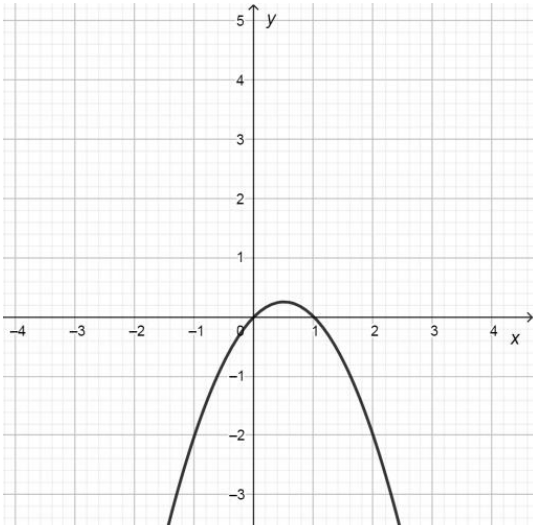
C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{5}{4}$

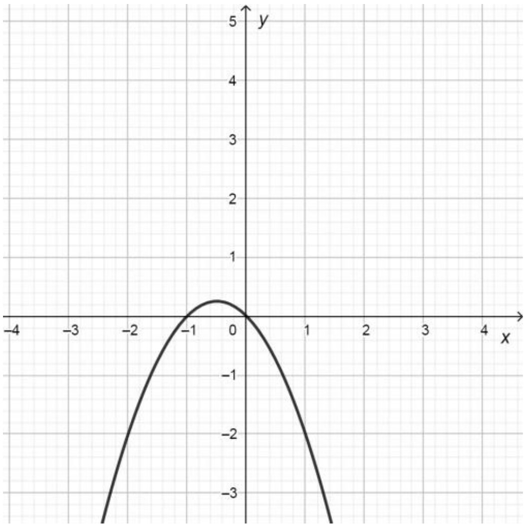
2 boda

4. Na kojoj od datih slika je prikazan grafik funkcije $f(x) = x^2 + x$?

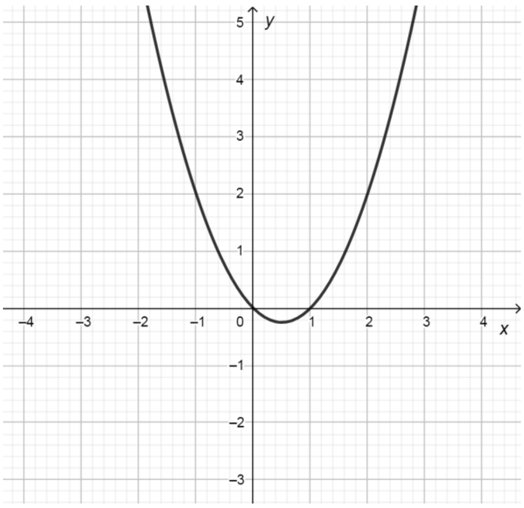
A.



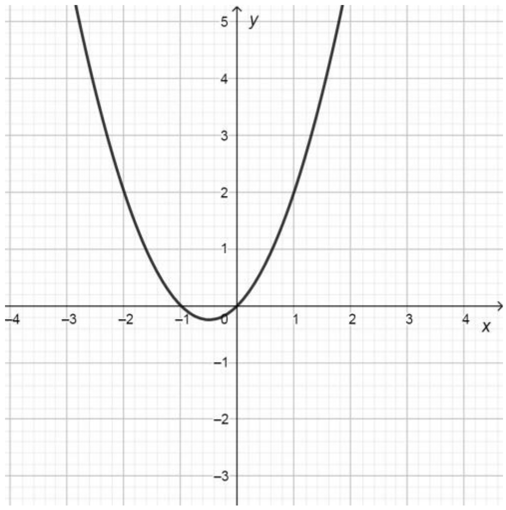
B.



C.



D.



2 boda

5. Koliko iznosi vrijednost izraza $\dfrac{\log_{0,7} 25}{\log_{0,7} \dfrac{1}{5}}$?

A. -5

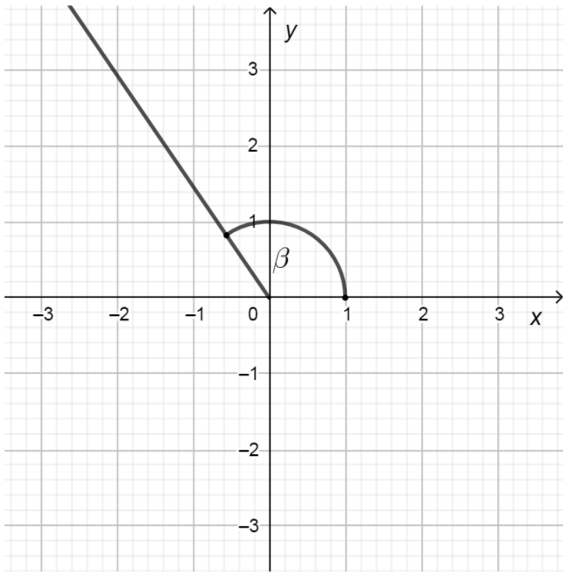
B. -2

C. 2

D. 125

2 boda

6. Koja od datih vrijednosti najpribližnije odgovara mjeri ugla β datom na slici?



A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{2\pi}{3}$

C. $\frac{4\pi}{3}$

D. $\frac{7\pi}{6}$

2 boda

7. Za koje vrijednosti realnog parametra m, prava $x - y + 2m = 0$ predstavlja tangentu krive $x^2 - 17y^2 = 17$?

A. -1 ili 1

B. -2 ili 2

C. -4 ili 4

D. -5 ili 5

2 boda

8. Dati su lopta i valjak jednakih površina, pri čemu je poluprečnik lopte r, jednak poluprečniku osnove valjka. Ako je H visina valjka, koje od sljedećih tvrđenja je tačno?

A. $H = r$

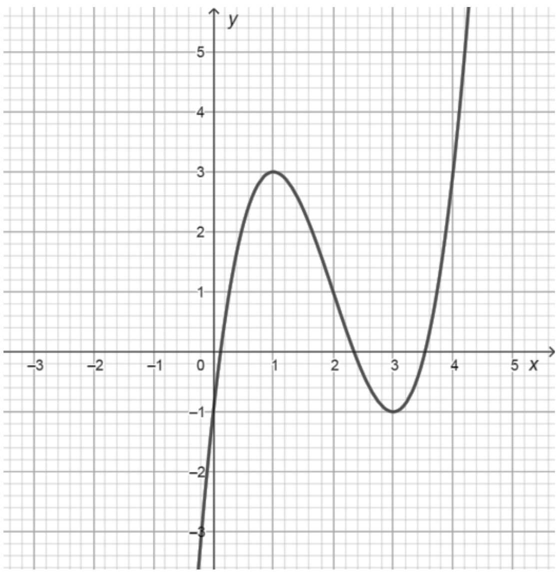
B. $H = 2r$

C. $H = 3r$

D. $H = 4r$

2 boda

9. Grafik funkcije $y = f(x)$ sa lokalnim maksimumom u tački $(1,3)$ dat je na slici.



Koja relacija je tačna?

A. $f(1) < f'(1) < f''(1)$

B. $f(1) < f''(1) < f'(1)$

C. $f''(1) < f'(1) < f(1)$

D. $f'(1) < f(1) < f''(1)$

2 boda

10. Kocka za igru se baca dva puta. Kolika je vjerovatnoća događaja da je proizvod dobijenih brojeva kvadrat prirodnog broja?

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{7}{36}$

C. $\frac{2}{9}$

D. $\frac{1}{4}$

2 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

11. Odredite oblast definisanosti izraza $\frac{1}{1-x}+\frac{2}{1+x}+\frac{3}{x^2-1}$ i uprostite ga.

Rješenje:

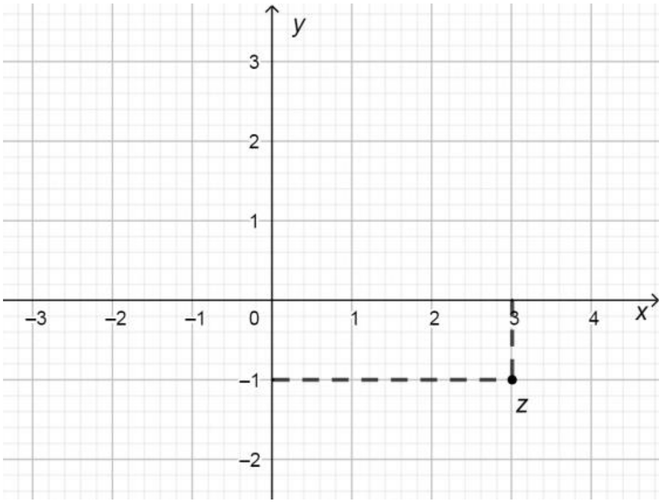
3 boda

12. Kupac je naručio iz fabrike stakla 1200 komada čaša. Greškom je poslato 320 čaša manje, a dodatno se tokom transporta slomilo 40 čaša. Koliko je procenata, u odnosu na traženu količinu, neoštećenih čaša stiglo do kupca?

Rješenje:

2 boda

13. U koordinantnoj ravni je dat kompleksan broj z.



Odredite:

a) $\dfrac{1}{z}$

2 boda

b) $i^{2021} \cdot |z|$

2 boda

Rješenje:

14. Data je funkcija $y=(m+2)x+(m-5)$, $m\in R$. Odredite parametar m tako da nula funkcije bude $x=-8$.

Rješenje:

2 boda

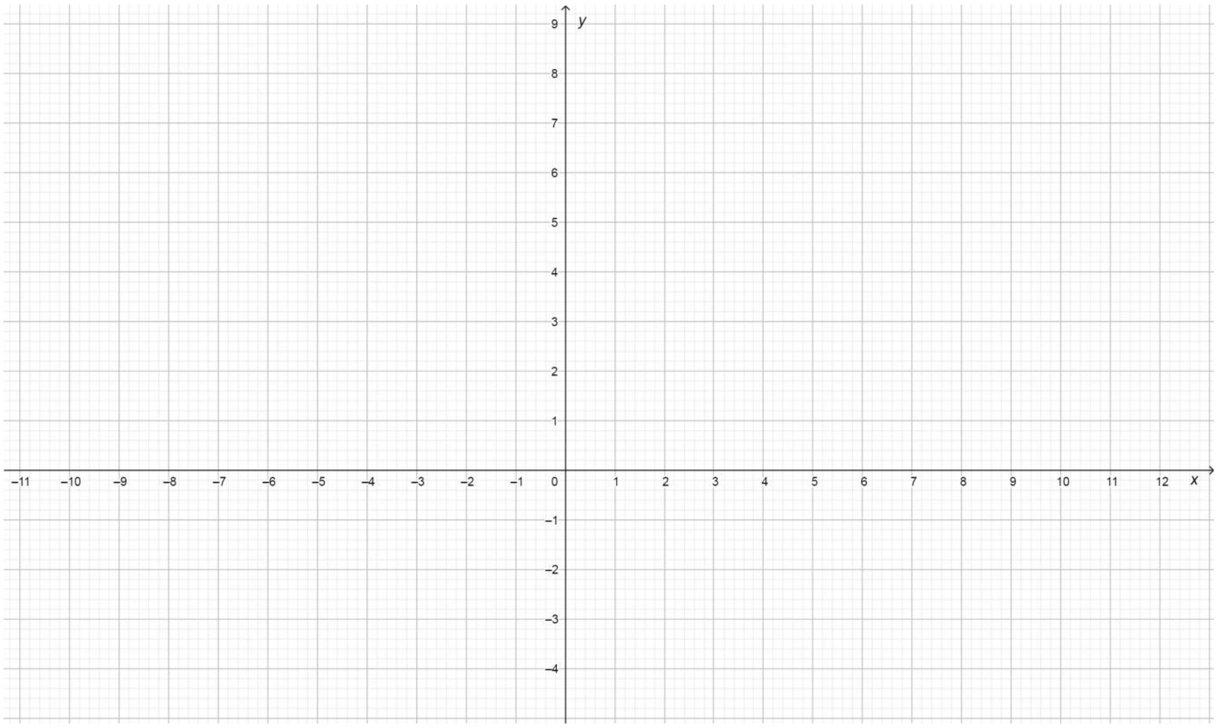
15. Riješite jednačinu $\log_7 x + 2\log_{49} x = \log_{\frac{1}{7}} 9$.

Rješenje:

4 boda

16. U datom koordinatnom sistemu nacrtajte grafike funkcija $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ i $g(x)=8$ i odredite koordinate njihove tačke presjeka.

Rješenje:



4 boda

17. Ako je $p = 3\cos\alpha$ i $q = 2\sin\alpha$, pokazati da je $4p^2 + 9q^2 = 36$.

Rješenje:

2 boda

18. Data je tačka $A(2,5)$ i prava $p: 3x-4y+4=0$. Odredite:

a) Rastojanje tačke A od prave p.

1 bod

b) Jednačinu kružnice sa centrom u tački A koja dodiruje pravu p.

2 boda

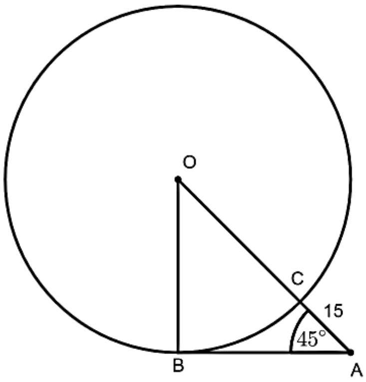
Rješenje:

19. Date su tačke $A(3,-3)$ i $B(1,4)$. Na duži AB odredite tačku M koja ima ordinatu 0.

Rješenje:

4 boda

20. Na slici je data kružnica k sa centrom u tački O i pravougli trougao ΔABO.
Ako je $AO \cap k = \{C\}$, $\measuredangle BAO = 45^o$ i $AC = 15$ odredite poluprečnik kružnice k ?



Rješenje:

3 boda

21. Izračunajte $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ako je $f(x) = 5cos^2(\pi - x)$.

Rješenje:

3 boda

22. Izračunajte $\lim\limits_{x \to 16} \dfrac{\sqrt{x}-4}{x-16}$.

Rješenje:

2 boda

23. Riješite jednačinu $|6-2x|=3x+1$.

Rješenje:

4 boda

24. Pravougaonik dimenzija $3cm$ i $5cm$ rotira oko prave koja se nalazi u ravni pravougaonika, paralelna je kraćoj stranici i $5cm$ udaljena od presjeka dijagonala pravougaonika. Kolika je površina dobijenog tijela?

Napomena: Neophodno je da nacrtate skicu koja odgovara tekstu zadatka.

Rješenje:

4 boda

25. Odredite domen funkcije $f\left(x\right)=\dfrac{9}{x^3+5x^2-4x-20}$.

Rješenje:

3 boda

26. Na koliko načina se u vrstu mogu poređati 8 muškaraca i 8 žena tako da se na posljednjih osam mjesta nađu muškarci?

Rješenje:

2 boda