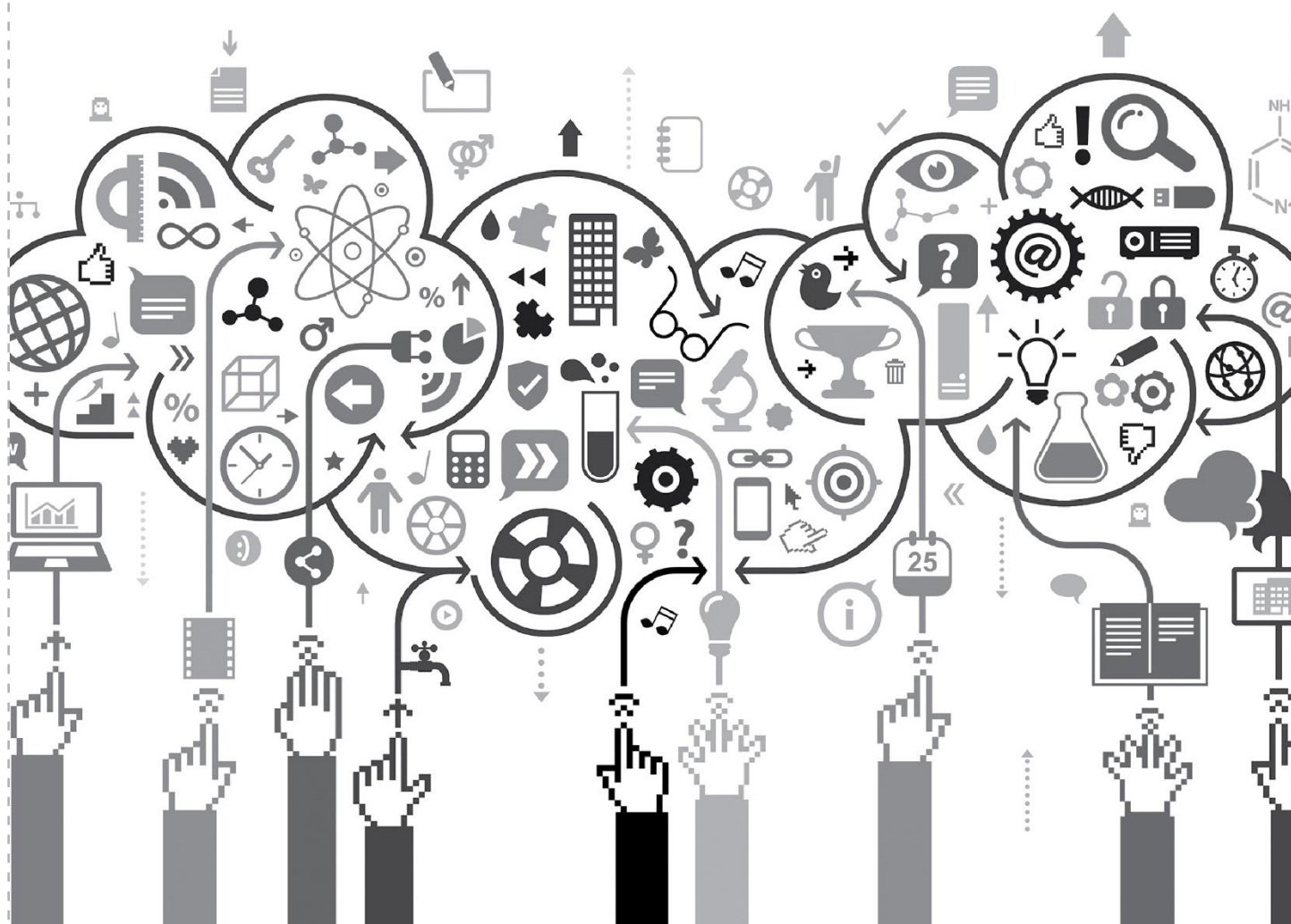




qendra e provimeve

SHIFRA  
E NXËNËSIT



PROVIMI I MATURËS/PROVIMI PROFESIONAL

**MATEMATIKË – niveli i lartë**

VITI SHKOLLOR, 2020/2021



\* M 1 1 2 1 1 4 5 \*



## KOHA PËR ZGJIDHJE TË TESTIT ËSHTË 150 MINUTA

### **Lexoni me kujdes udhëzimin.**

Mos i shfletoni testet dhe mos filloni me zgjidhjen e detyrave pa ju dhënë leje mësimdhënësi kujdestar.

**Mjetet:** lapsi i thjeshtë (grafit), goma dhe lapsi kimik.

Lapsi grafit mund të përdoret vetëm për koncept, vizatimin e grafikëve dhe figurave gjeometrike.

Përdorimi i mjeteve elektronike nuk lejohet.

Testi përmban 26 detyra.

Gjatë punës tuaj mund të shfrytëzoni formulat të cilat janë dhënë në faqet 4, 5 dhe 6.

Me test është dhënë edhe lista e përgjigjeve për detyrat me zgjedhje të shumëfishtë. Është e nevojshme që në vendin përkatës me kujdes t'i përshkruani përgjigjet tuaja për tetë detyrat e para.

Pritet që tek detyrat e tipit të hapur të shkruhet në mënyrë të hollësishme ecuria e zgjidhjes dhe ajo të bëhet me laps kimik. Zgjidhja duhet të ketë të gjithë hapat të cilët shpjen deri te rezultati.

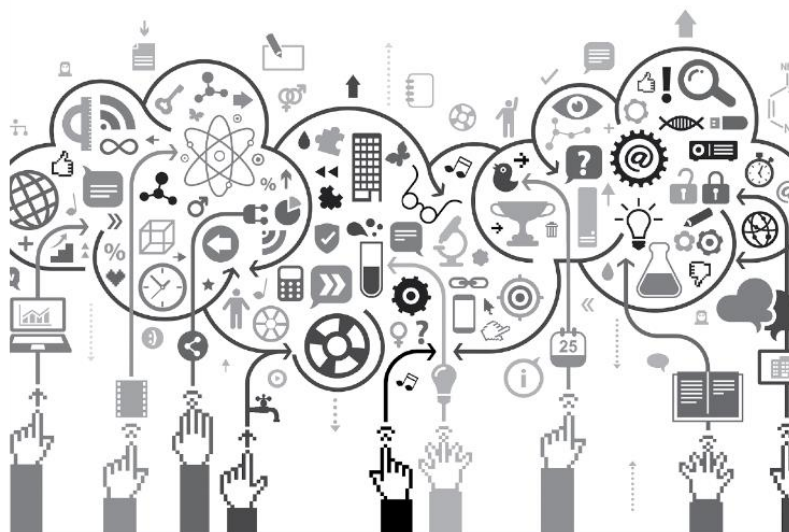
### **Detyra do të vlerësohet me 0 pikë nëse:**

- është e pasaktë
- janë rrethuar më shumë përgjigje të ofruara
- është e palexueshme dhe nuk është shkruar qartë
- zgjidhja është shkruar me laps të thjeshtë

Nëse gaboni, vendosni një vijë të kryqëzuar mbi atë zgjidhje dhe detyrën zgjidhni përsëri. Nëse detyrën e keni zgjidhur në disa mënyra, duhet që saktësisht të theksoni zgjidhjen që duhet ta vlerësojë vlerësuesi.

Faqet të cilat pasojnë pas detyrës së njëzetë janë rezervë. Mund t'i shfrytëzoni nëse ju mungon hapësira. Shënoni qartë nëse i keni zgjidhur detyrat në faqet rezervë.

Kur të përfundoni me zgjidhjen e detyrave, kontrolloni edhe një herë përgjigjet tuaja. Ju dëshirojmë sukses të plotë!



# FAQE E ZBRAZËT

## FORMULAT

- $i^2 = -1$ ,  $z = a + bi$ ,  $\bar{z} = a - bi$ ,  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $a, b \in R$  ( $i$  - njësia imagjinare)
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ,  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $(a + b)^n = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} a^{n-m} b^m$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ,  $a^m : a^n = a^{m-n}$ ,  $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ , ( $a \neq 0$ ),  $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ , ( $a > 0$ )

Ekuacioni kuadratik:  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$

- Zgjidhjet e ekuacionit kuadratik:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Rregullat e Vietit:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Kulmi i parabolës  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ :  $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ ,  $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ ,  $\log_a b^r = r \log_a b$ ,
- $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$ ,  $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$ , ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $d \neq 1$ ,  $b, c, d > 0$ )
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ ,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

$a, b, c$  – gjatësitë e brinjëve të trekëndëshit;  $\alpha, \beta, \gamma$  – këndet e brendshme të trekëndëshit;  $r$  – rrezja e rrethit të brendashkuar;  $R$  – rrezja e rrethit të jashtëshkuar

- Teorema e Sinusit:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
- Teorema e Kosinusit:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

- Syprina (sipërfaqja) e trekëndëshit:  $S = \frac{ab \sin \gamma}{2}$ ,  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,
- $s = \frac{a+b+c}{2}$ ,  $S = r \cdot s$ ,  $S = \frac{abc}{4R}$
- Syprina e paralelogramit:  $S = a \cdot h_a$ , ( $a$  – gjatësia e brinjës,  $h_a$  – gjatësia e lartësisë)
- Syprina e rombit:  $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ , ( $d_1$  dhe  $d_2$  – gjatësitë e diagonaleve)
- Syprina e trapezit:  $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ , ( $a$  dhe  $b$  – gjatësitë e bazave,  $h$  – gjatësia e lartësisë)
- Perimetri i rrethit:  $P = 2r\pi$ ; Syprina e rrethit:  $S = r^2\pi$  ( $r$  – gjatësia e rrezes)

$B$  – sipërfaqja e bazës,  $M$  – sipërfaqja e mbështjellësit dhe  $H$  – gjatësia e lartësisë

- Syprina e prizmit:  $S = 2B + M$ , Vëllimi i prizmit:  $V = B \cdot H$
- Syprina e piramidës:  $S = B + M$ , Vëllimi i piramidës:  $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Syprina e piramidës së cinguar:  $S = B_1 + B_2 + M$
- Vëllimi i piramidës së cinguar:  $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$
- Syprina e cilindrit:  $S = 2B + M = 2r\pi(r + H)$ , ( $r$  – gjatësia e rrezes së bazës)
- Vëllimi i cilindrit:  $V = B \cdot H = r^2\pi H$ , ( $r$  – gjatësia e rrezes së bazës)
- Syprina e konit:  $S = B + M = r\pi(r + s)$ , ( $r$  – gjatësia e rrezes së bazës dhe  $s$  – gjatësia e apotemës)
- Vëllimi i konit:  $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} r^2\pi H$ , ( $r$  – gjatësia e rrezes së bazës)
- Syprina e konit të cinguar:  $S = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$ ,  
( $r_1, r_2$  – gjatësitë e rrezeve të bazave dhe  $s$  – gjatësia e apotemës)
- Vëllimi i konit të cinguar:  $V = \frac{1}{3} \pi H (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$   
( $r_1, r_2$  – gjatësitë e rrezeve të bazave)
- Syprina e sferës:  $S = 4r^2\pi$  ( $r$  – gjatësia e rrezes)
- Vëllimi i topit:  $V = \frac{4}{3} r^3\pi$  ( $r$  – gjatësia e rrezes)
- Distanca ndërmjet pikave  $A(x_1, y_1)$  dhe  $B(x_2, y_2)$ :  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Syprina e trekëndëshit  $\triangle ABC$ , ( $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ ):

$$P = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

- Ekuacioni i drejtëzës që kalon përmes pikave  $(x_1, y_1)$  dhe  $(x_2, y_2)$ :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

- Këndi ndërmjet drejtëzave  $y = k_1x + n_1$  i  $y = k_2x + n_2$ :  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$

- Distanca ndërmjet pikës  $(x_0, y_0)$  dhe drejtëzës  $Ax + By + C = 0$ :

$$d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

- Vija rrethore me qendër në pikën  $(a, b)$  dhe rreze  $r$ :  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

Kushti i prekjes së vijës rrethore dhe drejtëzës  $y = kx + n$ :  $r^2(1 + k^2) = (ka - b + n)^2$

- Elipsa:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , vatrë:  $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$

Kushti i prekjes së drejtëzës  $y = kx + n$  dhe elipsës:  $a^2k^2 + b^2 = n^2$

- Hiperbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , vatrë:  $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ ,

asimptotat e hiperbolës  $y = \pm \frac{b}{a}x$

Kushti i prekjes së drejtëzës  $y = kx + n$  dhe hiperbolës:  $a^2k^2 - b^2 = n^2$

- Parabola:  $y^2 = 2px$ , vatrë:  $F(\frac{p}{2}, 0)$

Kushti i prekjes së drejtëzës  $y = kx + n$  dhe parabolës:  $p = 2kn$

- Vargu aritmetik:  $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$

- Vargu gjeometrik:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ ,  $q \neq 1$

Në detyrat në vijim rrethoni shkronjën para përgjigjes së saktë.

**1.** Me çka është e barabartë vlera e shprehjes  $a^2 - b^2 : (a + b)$  për  $a = -5$  dhe  $b = 7$ ?

- A.  $-12$
- B.  $-\frac{1}{2}$
- C.  $\frac{1}{2}$
- D.  $12$

*2 pikë*

**2.** Nëse  $P(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 2$  dhe  $Q(x) = x^2 - x - 1$ , me çka është e barabartë  $P(x) - 2Q(x)$ ?

- A.  $x^3 - 2x$
- B.  $x^3 - 3x - 1$
- C.  $x^3 - 6x - 4$
- D.  $x^3 + 4x^2 - 6x - 4$

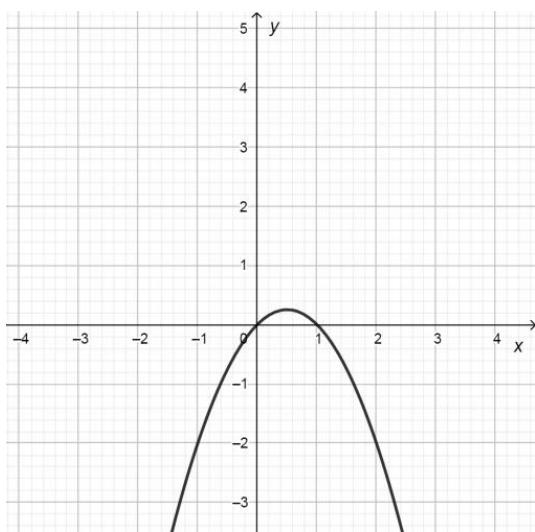
*2 pikë*

**3.** Cili nga numrat e dhënë i përket prerjes së bashkësive të zgjidhjeve të inekuacioneve  $4x < 2x + 1$  dhe  $2x + 1 \leq 3x + 2$ ?

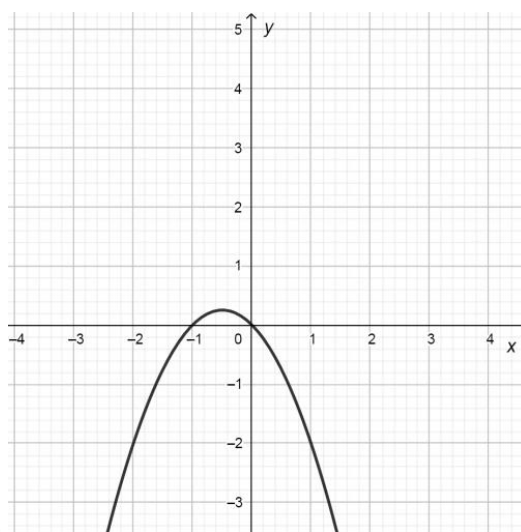
- A.  $-\frac{5}{4}$
- B.  $-\frac{3}{4}$
- C.  $\frac{3}{4}$
- D.  $\frac{5}{4}$

*2 pikë*

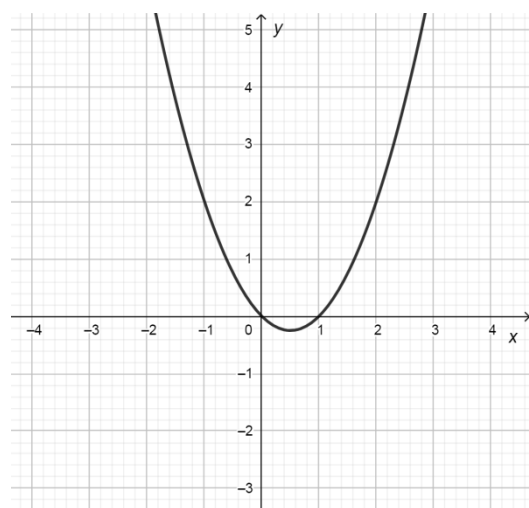
4. Në cilën nga figurat e dhëna është paraqitur grafiku i funksionit  $f(x) = x^2 + x$  ?



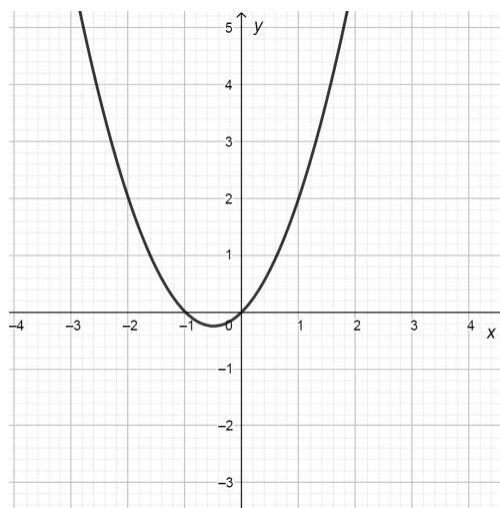
A.



B.



C.



D.

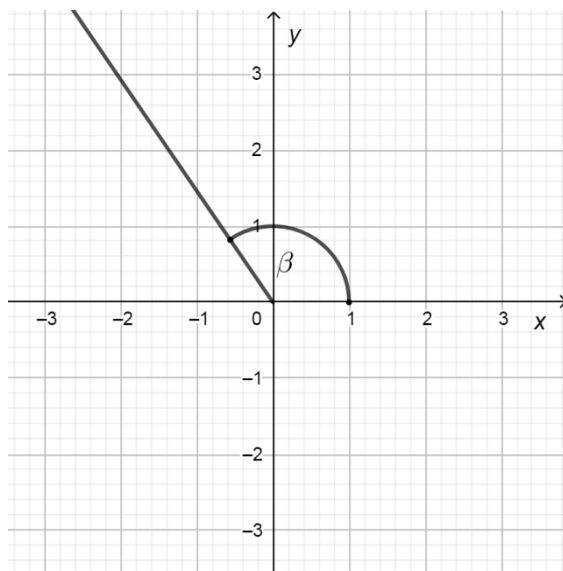
2 pikë

5. Me çka është e barabartë vlera e shprehjes  $\frac{\log_{0.7} 25}{\log_{0.7} \frac{1}{5}}$  ?

- A. -5
- B. -2
- C. 2
- D. 125

2 pikë

6. Cila nga vlerat e dhëna më së përafërti i përgjigjet masës së këndit  $\beta$  të dhënë në figurë?



- A.  $\frac{\pi}{6}$
- B.  $\frac{2\pi}{3}$
- C.  $\frac{4\pi}{3}$
- D.  $\frac{7\pi}{6}$

2 pikë

7. Për cilat vlera të parametrin real  $m$ , drejtëza  $x - y + 2m = 0$  paraqet tangjenten e lakores  $x^2 - 17y^2 = 17$ ?

- A.  $-1$  ose  $1$
- B.  $-2$  ose  $2$
- C.  $-4$  ose  $4$
- D.  $-5$  ose  $5$

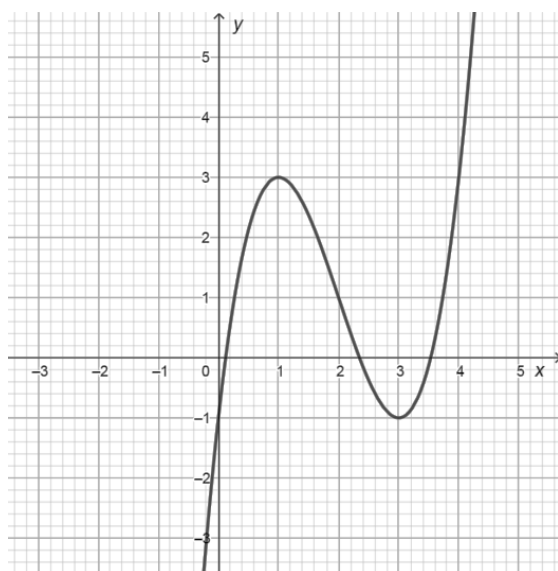
2 pikë

8. Janë dhënë topi dhe cilindri me syprina të njëjta, ku rrezja e topit  $r$  është e barabartë me rrezën e bazës së cilindrit. Nëse lartësia e cilindrit është  $H$ , cili nga pohimet e poshtme është i saktë?

- A.  $H = r$
- B.  $H = 2r$
- C.  $H = 3r$
- D.  $H = 4r$

2 pikë

9. Grafiku i funksionit  $y = f(x)$  me maksimum lokal në pikën  $(1,3)$  është dhënë në figurë.



Cili relacion është i saktë?

- A.  $f(1) < f'(1) < f''(1)$
- B.  $f(1) < f''(1) < f'(1)$
- C.  $f''(1) < f'(1) < f(1)$
- D.  $f'(1) < f(1) < f''(1)$

2 pikë

**10.** Zari i kubit për lojë hidhet dy herë. Sa është probabiliteti që prodhimi i numrave të fituar të jetë katror i një numri natyror?

A.  $\frac{1}{6}$

B.  $\frac{7}{36}$

C.  $\frac{2}{9}$

D.  $\frac{1}{4}$

*2 pikë*

Detyrat në vijim zgjidhni me ecuri.

- 11.** Përcaktoni fushën e përcaktimit të shprehjes  $\frac{1}{1-x} + \frac{2}{1+x} + \frac{3}{x^2-1}$  dhe pastaj thjeshtoni atë.

**Zgjidhje:**

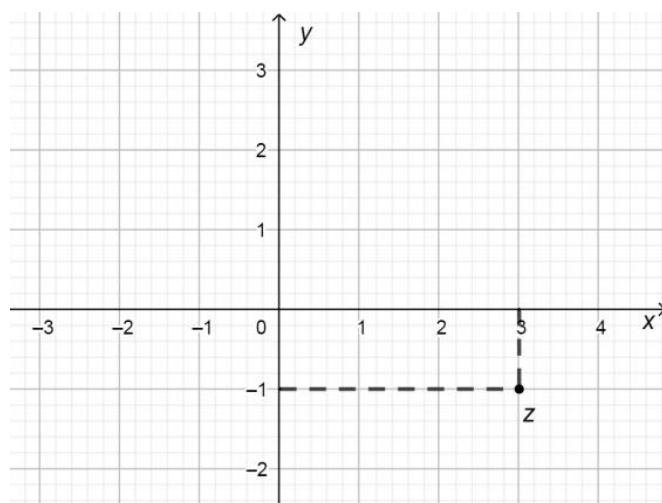
*3 pikë*

- 12.** Blerësi ka porositur nga fabrika e xhamit 1200 gota. Gabimisht janë dërguar 320 gota më pak, dhe gjatë transportit janë thyer 40 gota. Në përqindje, në raport me sasinë e kërkuar, sa gota të padëmtuara kanë mbërritur tek blerësi?

**Zgjidhje:**

*2 pikë*

**13.** Në boshtin koordinativ është dhënë numri kompleks  $z$ .



Përcaktoni:

a)  $\frac{1}{z}$

*2 pikë*

b)  $i^{2021} \cdot |z|$

*2 pikë*

**Zgjidhje:**

**14.** Është dhënë funksioni  $y = (m+2)x + (m-5)$ ,  $m \in R$ . Përcaktoni vlerën e parametrin  $m$  ashtu që  $x = -8$  të jetë zero e funksionit.

**Zgjidhje:**

*2 pikë*

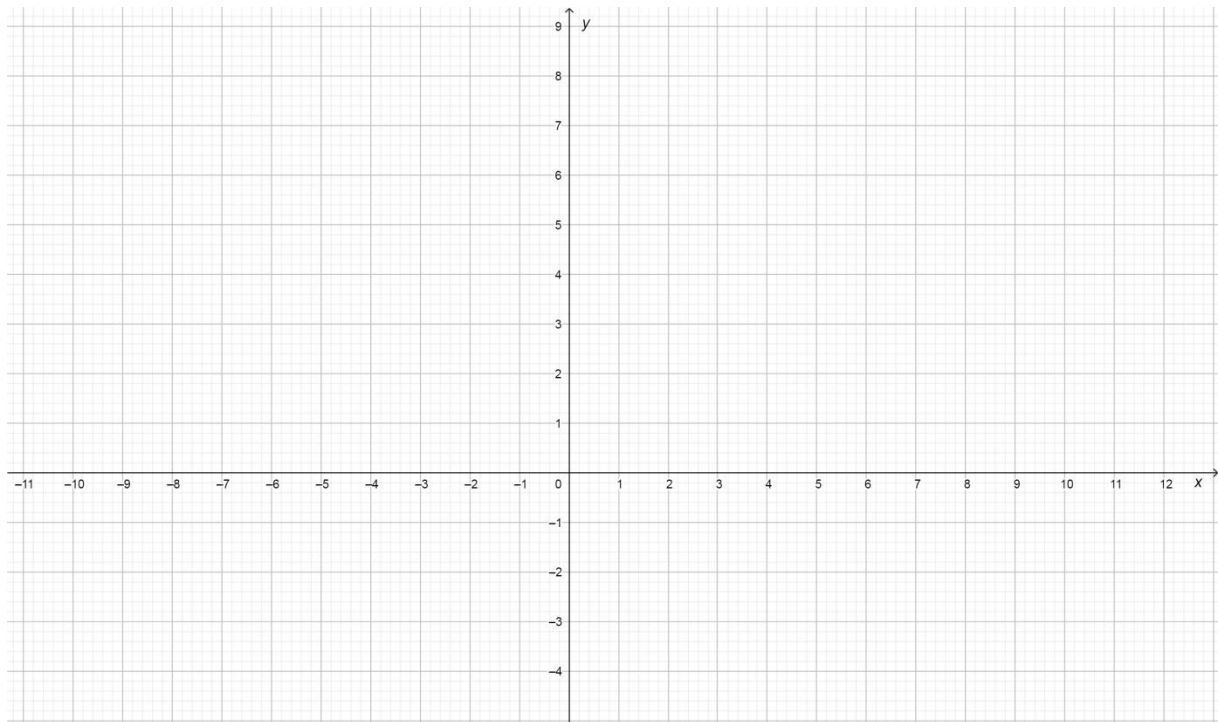
**15.** Zgjidhni ekuacionin  $\log_7 x + 2\log_{49} x = \log_{\frac{1}{7}} 9$ .

**Zgjidhje:**

*4 pikë*

- 16.** Në sistemin e dhënë koordinativ vizatoni grafikët e funksioneve  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  dhe  $g(x) = 8$  e pastaj përcaktoni koordinatat e pikës së tyre të prerjes.

**Zgjidhje:**



*4 pikë*

**17.** Nëse  $p = 3\cos\alpha$  dhe  $q = 2\sin\alpha$ , vërtetoni se vlen  $4p^2 + 9q^2 = 36$ .

**Zgjidhje:**

*2 pikë*

**18.** Është dhënë pika  $A(2,5)$  dhe drejtëza  $p: 3x - 4y + 4 = 0$ . Përcaktoni:

a) Distancën e pikës  $A$  nga drejtëza  $p$ .

*1 pikë*

b) Ekuacionin e vijës rrethore me qendër në pikës  $A$  që prek drejtëzën  $p$ .

*2 pikë*

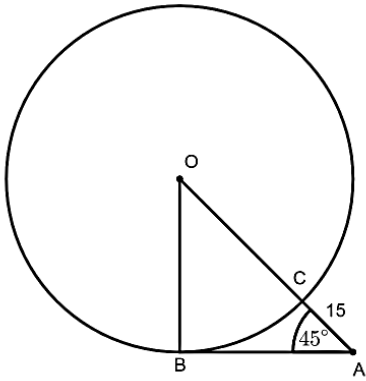
**Zgjidhje:**

**19.** Janë dhënë pikat  $A(3, -3)$  dhe  $B(1, 4)$ . Në segmentin  $AB$  përcaktoni pikën  $M$  që ka ordinatën 0.

**Zgjidhje:**

*4 pikë*

- 20.** Në figurë është dhënë vija rrethore  $k$  me qendër në pikën  $O$  dhe trekëndëshi kënddrejtë  $\triangle ABO$ . Nëse  $AO \cap k = \{C\}$ ,  $\angle BAO = 45^\circ$  dhe  $AC = 15$  përcaktoni rrezën e vijës rrethore  $k$  ?



**Zgjidhje:**

*3 pikë*

**21.** Llogaritni  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$  nëse  $f(x) = 5\cos^2(\pi - x)$ .

**Zgjidhje:**

*3 pikë*

**22.** Llogaritni  $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x} - 4}{x - 16}$ .

**Zgjidhje:**

*2 pikë*

**23.** Zgjidhni ekuacionin  $|6 - 2x| = 3x + 1$ .

**Zgjidhje:**

*4 pikë*

- 24.** Drejkëndëshi me dimensione  $3\text{ cm}$  dhe  $5\text{ cm}$  rrotullohet rreth drejtëzës e cila ndodhet në rrafshin e drejkëndëshit, është paralele me brinjën e shkurtë dhe është në largësi  $5\text{ cm}$  nga prerja e diagonaleve të drejkëndëshit. Sa është syprina e trupit të fituar?

*Vërejtje: Është e domosdoshme të vizatohet skica e cila i përgjigjet tekstit të detyrës.*

**Zgjidhje:**

*4 pikë*

**25.** Përcaktoni domenin e funksionit  $f(x) = \frac{9}{x^3 + 5x^2 - 4x - 20}$ .

**Zgjidhje:**

*3 pikë*

**26.** Në sa mënyra mund të radhiten në rend 8 meshkuj dhe 8 gra ashtu që meshkujt të jenë në tetë vendet e fundit?

**Zgjidhje:**

*2 pikë*









