

ŠIFRA UČENIKA

## STRUČNI ISPIT

JANUAR 2017.

# MATEMATIKA

### U P U T S T V O

## VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

**Pribor:** grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.  
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

**Pažljivo pročitajte uputstvo.**

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.  
Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod rješenja zadatka otvorenog tipa krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

**Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:**

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike, geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekržite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!





**PRAZNA STRANA**



## FORMULE

- $i^2 = -1$ ,  $z = a + bi$ ,  $\bar{z} = a - bi$ ,  $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ,  $a^m : a^n = a^{m-n}$ ,  $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ , ( $a \neq 0$ ),  $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole:  $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ ,  $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ ,  $\log_a b^r = r \log_a b$ ,  
 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ,  $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ ,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao:  $P = \frac{ah_a}{2}$ ,  $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$ ,  
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ,  $P = r \cdot s$ ,  $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram:  $P = a \cdot h_a$ , Romb:  $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$  Trapez:  $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma:  $P = 2B + M$ ,  $V = B \cdot H$
- Piramida:  $P = B + M$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida:  $P = B_1 + B_2 + M$ ,  $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

- $R$  – oznaka za poluprečnik
- Valjak:  $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$ ,  $V = B \cdot H = R^2\pi H$
  - Kupa:  $P = B + M = R\pi(R + l)$ ,  $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
  - Zarubljena kupa:  $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$ ,  $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
  - Sfera:  $P = 4R^2\pi$       Lopta:  $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
  - Rastojanje između dvije tačke:  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
  - Površina trougla:  $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
  - Ugao između dvije prave:  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
  - Rastojanje između tačke i prave:  $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
  - Kružna linija:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$   
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave  
 $R^2(1 + k^2) = n^2$
  - Elipsa:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$   
Uslov dodira prave i elipse:  $a^2k^2 + b^2 = n^2$
  - Hiperbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ , asimptote hiperbole  $y = \pm\frac{b}{a}x$   
Uslov dodira prave i hiperbole:  $a^2k^2 - b^2 = n^2$
  - Parabola:  $y^2 = 2px$ ,  $F(\frac{p}{2}, 0)$   
Uslov dodira prave i parabole:  $p = 2kn$
  - Aritmetički niz:  $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
  - Geometrijski niz:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ ,  $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. U datom postupku sređivanja izraza  $(12 \cdot (x^2 - x) - 3 \cdot (2x - 1)^2) \cdot 2$  postoji greška.

Prvi red:  $(12 \cdot (x^2 - x) - 3 \cdot (4x^2 - 4x + 1)) \cdot 2$

Drugi red:  $(12x^2 - x - 12x^2 + 12x - 3) \cdot 2$

Treći red:  $(11x - 3) \cdot 2$

Četvrti red:  $22x - 6$

U kom redu se prvi put pojavila greška?

- A. prvom
- B. drugom
- C. trećem
- D. četvrtom

3 boda

2. Koji od datih brojeva je najveći zajednički djelioc za 980 i 406?

- A. 2
- B. 14
- C. 29
- D. 406

3 boda

3. Cijena soka je porasla 25%, a Petar je odlučio da potroši samo 20% više novca od planiranog. Za koliko procenata će se smanjiti količina soka koju će kupiti?

- A. 2%
- B. 4%
- C. 5%
- D. 8%

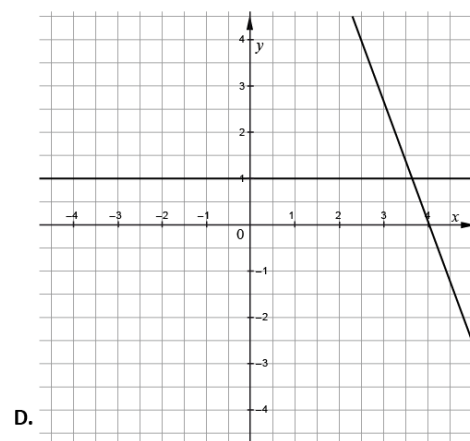
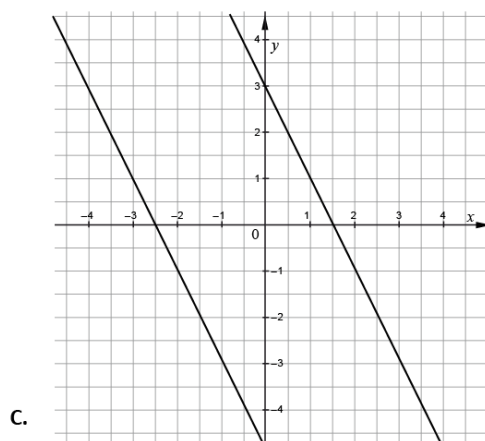
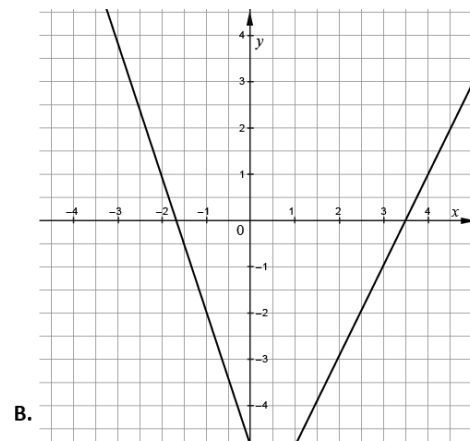
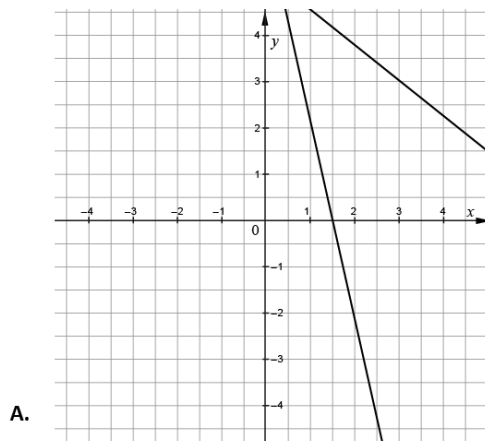
3 boda

4. Vrijednost brojevnog izraza  $\frac{\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} + 1000^{\frac{1}{3}}}{12^{\frac{1}{3}} \cdot 12^{-\frac{1}{3}}}$  iznosi:

- A. 0
- B. 1
- C.  $12^{\frac{1}{3}}$
- D. 12

3 boda

5. Na kojoj slici je predstavljen sistem linearnih jednačina koji nema rješenja?



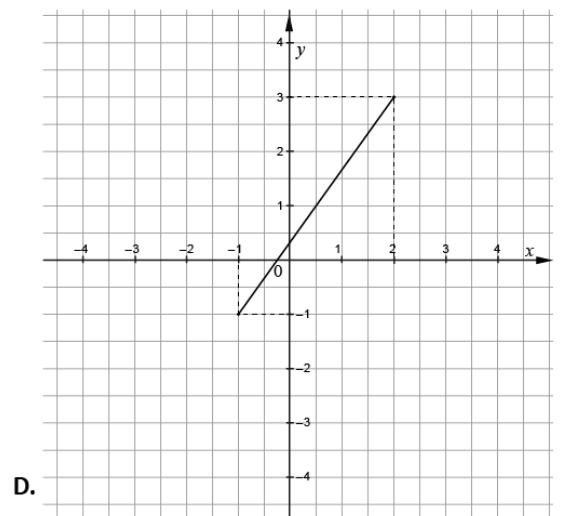
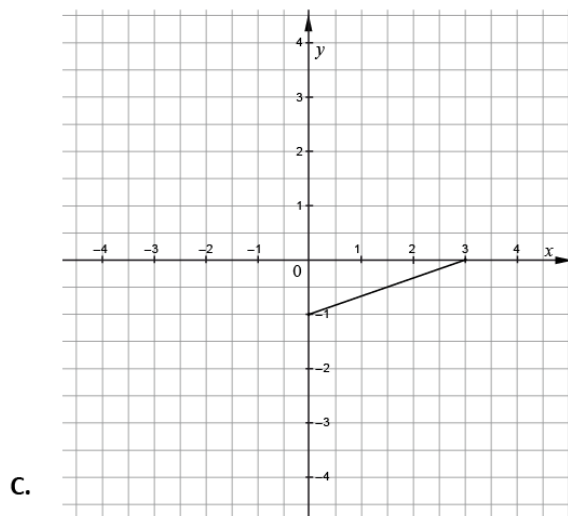
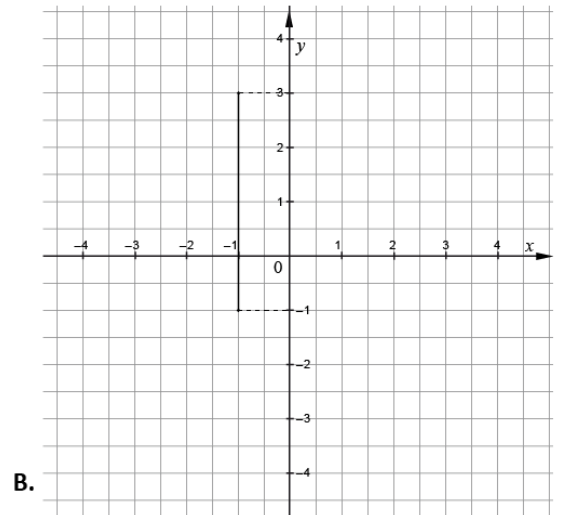
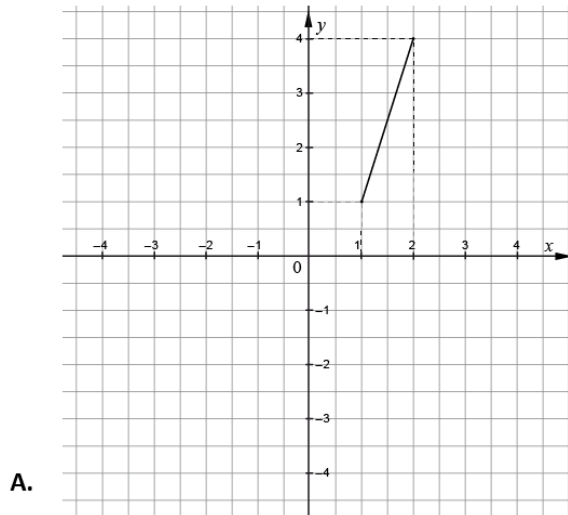
3 boda

6. Tjeme parabole za funkciju  $y = x^2 - 2x + 3$  je:

- A. (1,2)
- B. (2,1)
- C. (-1,-2)
- D. (-1,2)

3 boda

7. U kom koordinatnom sistemu je data duž dužine 5?



3 boda



**8.** Koja od datih jednačina predstavlja jednačinu hiperbole?

A.  $x^2 + y^2 = -4y + 12$

B.  $9y^2 = (6 - 2x)(6 + 2x)$

C.  $(2x - 3y)(2x + 3y) = 36$

D.  $x^2 + y^2 = 6x + x^2$

*3 boda*

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

**9.** Rastavite na proste činioce.

a)  $(2x + y)^2 - 9$

*1 bod*

b)  $x^2 + x + 0,25$

*1 bod*

c)  $27x^3 - 8$

*1 bod*

**Rješenje:**

- 10.** Odredite vrijednost koeficijenta  $m$  u jednačini  $x^2 + 4x + m = 0$  ako je poznato da je  $-3$  jedno njeno rješenje.

**Rješenje:**

*2 boda*

**11.** Riješite nejednačinu  $\frac{x}{x-3} \geq \frac{1+2x}{3-x} + \frac{2x}{x-3}$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

- 12.** Data je funkcija  $f(x) = 3^{3x} - 1$ . Odredite  $m$  ako je poznato da tačka  $A(m, 2)$  pripada grafiku funkcije.

**Rješenje:**

*2 boda*

**13.** Izračunajte  $2 - 3\log_2 16 - \log_{\frac{1}{2}}^2 8$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

**14.** Odredite rješenja jednačine  $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$  na segmentu  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Rješenje:**

*3 boda*



**15.** Dokazati jednakost  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

**Rješenje:**

*2 boda*

- 16.** Dužina osnovne ivice pravilne trostrane piramide je 3 cm, a površina omotača je dva puta veća od površine osnove. Odredite dužinu visine bočne strane.

**Napomena:** Uz rješenje je **neophodno** da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.

**Rješenje:**

*3 boda*

**17.**

Pitanja koja slijede odnose se na trougao čije su stranice  $3\text{ cm}$ ,  $4\text{ cm}$  i  $5\text{ cm}$ .

a) Kolika je dužina poluprečnika kruga opisanog oko tog trougla?

*2 boda*

b) Kolika je mjera spoljašnjeg ugla trougla koji odgovara uglu naspram stranice dužine  $5\text{ cm}$ ?

*1 bod*

c) Ako je nad stranicom dužine  $4\text{ cm}$  konstruisan kvadrat, koliki je sinus oštrog ugla koji gradi dijagonala kvadrata sa stranicom?

*1 bod*

**Rješenje:**

- 18.** Odrediti jednačinu prave koja sadrži centre kružnih linija  $x^2 + y^2 = 1$  i  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 4 = 0$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

- 19.** Između 3 i 384 umetnuto je šest brojeva i dobijen je geometrijski niz. Odredite sumu **umetnutih** brojeva.

**Rješenje:**

*4 boda*

**20.** Data je funkcija  $f(x) = \frac{1}{x+5}$ .

a) Nađite oblast definisanosti funkcije.

*1 bod*

b) Odredite znak funkcije.

*1 bod*

c) Ispitati monotonost funkcije.

*3 boda*

**Rješenje:**

















1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9