

ŠIFRA UČENIKA

M A T U R S K I I S P I T

JANUAR 2017.

MATEMATIKA

U P U T S T V O

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekržite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!



PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Skalarna projekcija vektora na osu $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Skalarni proizvod vektora preko koordinata $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Vektorski proizvod vektora preko koordinata
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao: $P = \frac{ah_a}{2}$, $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$,
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $P = r \cdot s$, $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, Romb: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M$, $V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M$, $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M$, $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Kupa: $P = B + M = R\pi(R + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa: $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Kružna linija: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave
 $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm \frac{b}{a}x$
Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. U datom postupku sređivanja izraza $(12 \cdot (x^2 - x) - 3 \cdot (2x - 1)^2) \cdot 2$ postoji greška.

Prvi red: $(12 \cdot (x^2 - x) - 3 \cdot (4x^2 - 4x + 1)) \cdot 2$

Drugi red: $(12x^2 - x - 12x^2 + 12x - 3) \cdot 2$

Treći red: $(11x - 3) \cdot 2$

Četvrti red: $22x - 6$

U kom redu se prvi put pojavila greška?

- A. prvom
- B. drugom
- C. trećem
- D. četvrtom

3 boda

2. Koliko ima četvorocifrenih brojeva koji imaju svojstvo da su djeljivi sa 4 i sa 9, počinju sa 5 i završavaju sa 2?

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

3 boda

3. Cijena soka je porasla 25%, a Petar je odlučio da potroši samo 20% više novca od planiranog. Za koliko procenata će se smanjiti količina soka koju će kupiti?

- A. 2%
- B. 4%
- C. 5%
- D. 8%

3 boda

4. Vrijednost brojevnog izraza $\frac{25^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} - 1000^{\frac{1}{3}}}{(1,44)^{0,5}}$ iznosi:

A. $-\frac{3}{2}$

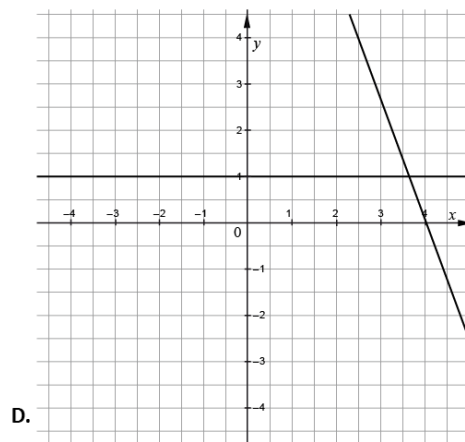
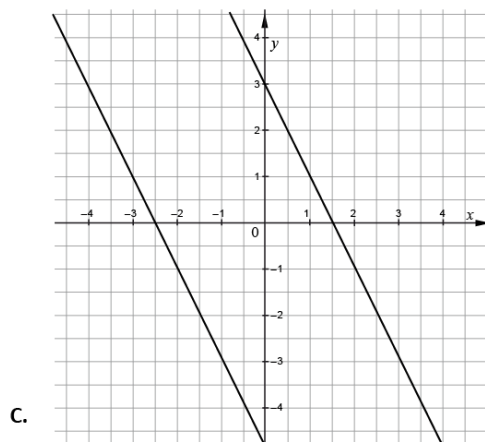
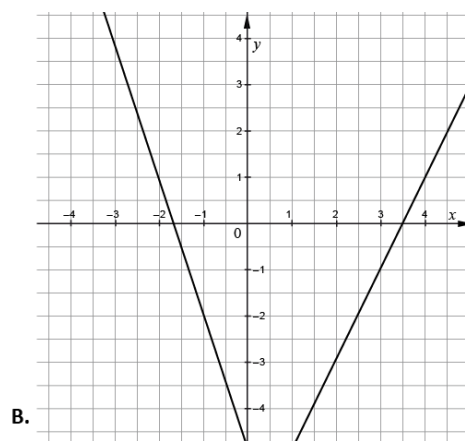
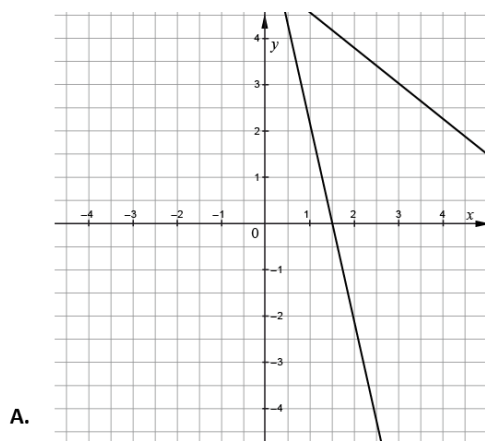
B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{2}$

3 boda

5. Na kojoj slici je predstavljen sistem linearnih jednačina koji nema rješenja?



3 boda

6. Tjeme parabole za funkciju $y = x^2 - 2x + 3$ je:

- A. (1,2)
- B. (2,1)
- C. (-1,-2)
- D. (-1,2)

3 boda

7. Rastojanje između žiža (fokusa) elipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ je:

- A. $2\sqrt{5}$
- B. 6
- C. $\sqrt{13}$
- D. $\sqrt{5}$

3 boda

8. Kolika je vjerovatnoća da će dvocifren broj čije cifre pripadaju skupu $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ biti djeljiv sa 3?

- A. 0,42
- B. 0,40
- C. 0,38
- D. 0,36

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Rastavite na proste činioce.

a) $(2x + y)^2 - 9$

1 bod

b) $x^2 + x + 0,25$

1 bod

c) $27x^3 - 8$

1 bod

Rješenje:

- 10.** Odredite vrijednost koeficijenta m u jednačini $x^2 + 4x + m = 0$ ako je poznato da je $-2+i$ jedno njeno rješenje (i je imaginarna jedinica).

Rješenje:

2 boda

11. Riješite nejednačinu $\frac{x}{x-3} \geq \frac{1+2x}{3-x} + \frac{2x}{x-3}$.

Rješenje:

3 boda

12. Data je funkcija $f(x) = 3^{3x} - 1$.

a) Odredite m ako je poznato da tačka $A(m, 2)$ pripada grafiku funkcije.

2 boda

b) Napišite jednačinu asimptote ove funkcije.

1 bod

Rješenje:

13. Ako je $f(x) = \log_4 x + 2\log_2(8x)$, odrediti $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$.

Rješenje:

3 boda

14. Odredite nulu funkcije $y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ na segmentu $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

Rješenje:

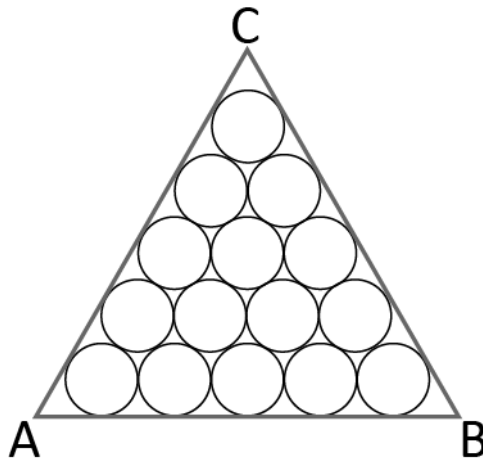
4 boda

- 15.** Ako za uglove i stranice trougla važi $a = 2b \cos \gamma$ dokazati da je taj trougao jednakokraki.

Rješenje:

3 boda

- 16.** U okvir oblika jednakostraničnog trougla postavljene su kugle kao na slici. Ako svaka kugla ima poluprečnik 1 cm, odrediti dužinu stranice jednakostraničnog trougla.



Rješenje:

4 boda

17. Naći ugao između jediničnih vektora \vec{x} i \vec{y} ako su vektori $\vec{p} = \vec{x} + 2\vec{y}$ i $\vec{q} = 5\vec{x} - 4\vec{y}$ uzajamno normalni.

Rješenje:

5 bodova

18. Između 3 i 384 umetnuto je šest brojeva i dobijen je geometrijski niz. Odredite sumu **umetnutih** brojeva.

Rješenje:

4 boda

19. Odrediti intervale monotonosti funkcije $f(x) = 4x^4 - 16x^3 + 1$.

Rješenje:

3 boda

20. Izračunajte površinu figure koja je ograničena linijom $y = -x^2 + 3x$ i x - osom.

Rješenje:

3 boda

1.										
2.										
3.										
4.										
5.										
6.										
7.										
8.										
9.										
10.										
11.										
12.										
13.										
14.										
15.										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

1.										
2.										
3.										
4.										
5.										
6.										
7.										
8.										
9.										
10.										
11.										
12.										
13.										
14.										
15.										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9