



ispitni centar
**PRAVA
MJERA
ZNANJA**

DRŽAVNO TAKMIČENJE

2018.

**SREDNJA ŠKOLA
FIZIKA**

Autorka/autor testa

Recenzentkinja/recenzent

Podgorica, 20..... godine

UPUTSTVO UČENICIMA

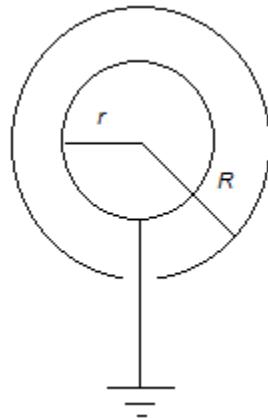
Redni broj zadatka	Broj bodova
1	20
2	20
3	20
4	20
5	20
Ukupno	100

Vrijeme za rad: **180 min**

Pribor za rad: kalkulator, geometrijski pribor i hemijska olovka.

- 1.** Unutar sfere tankih zidova radijusa $R = 20\text{cm}$ smještena je metalna lopta radijusa $r = 10\text{cm}$, koja ima zajednički centar sa sferom. Lopta je uzemljena dugom žicom preko otvora u sferi (Slika 1). Naelektrisanje $Q = 10^{-8}\text{C}$ je smješteno na spoljašnjosti sfere.

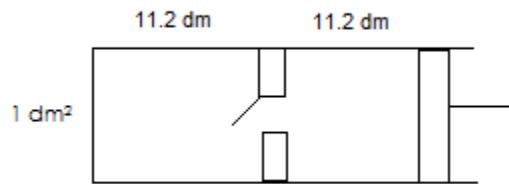
Izračunati potencijal sfere, kao i električni kapacitet sistema sfera – lopta.



Slika 1.



2. Termoizolovani cilindar čija je površina baze 1dm^2 podijeljena je pregradnim zidom na dva jednaka dijela (Slika 2). Ventil na pregradnom zidu se otvara samo ako je pritisak u desnoj polovini cilindra veći nego u lijevoj. Na početku u lijevoj polovini cilindra je 12g He , a u desnoj 2g He . Dužina svake polovine cilindra je 11.2dm , a početna temperatura je 0°C . Spoljašnji pritisak je 100kPa . Specifična toplota pri konstantnoj zapremini je $c_v = 3.15\text{J/gK}$, a pri konstantnom pritisku je $c_p = 5.25\text{J/gK}$. I ventil i pregradni zid su takođe termoizolovani. Klip sa desne strane cilindra polako guramo prema pregradnom zidu. Kada se ventil otvori kratko prekinemo guranje dok se temperatura u obje polovine cilindra ne izjednači, pa nastavimo da polako guramo klip sve do pregradnog zida. Koliki ukupni rad izvrši klip?



Slika 2.



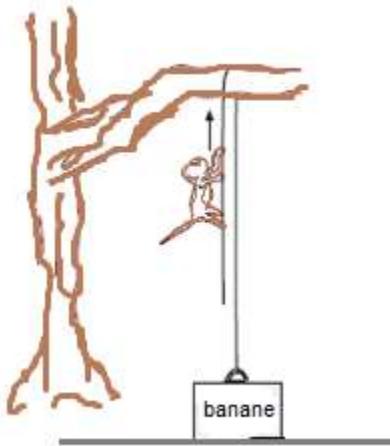
3. Preko grane drveta prebačen je konopac, zanemarljive mase, a na njegovom kraju vezan je paket, mase 15kg, koji leži na zemlji. Majmun mase 10kg penje se uz konopac. (Slika).

a) Kolikim minimalnim ubrzanjem, u odnosu na posmatrača sa zemlje, treba da se penje majmun uz konopac da bi uspio da podigne paket sa zemlje?

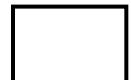
Nakon što podigne paket majmun prestane da se penje duž konopca.

b) Kolikim se ubrzanjem sada kreće majmun u odnosu na posmatrača sa zemlje?

c) Kolika je sila zatezanja konopca?



Slika 3.



4. Prijemnik i izvor zvuka nalaze se na x – osi. Izvor zvuka se kreće tako što osciluje duž x – ose amplitudom $A = 50\text{cm}$. Prijemnik se udaljava od izvora brzinom $v = 10\text{m/s}$. Frekvencija zvuka kojeg emituje izvor je $f_0 = 2000\text{Hz}$, a prijemnik registruje zvuk u rasponu frekvencija $\Delta f = 200\text{Hz}$.

Odrediti frekvenciju oscilovanja izvora zvuka. Brzina zvuka u vazduhu je $c = 340\text{m/s}$.

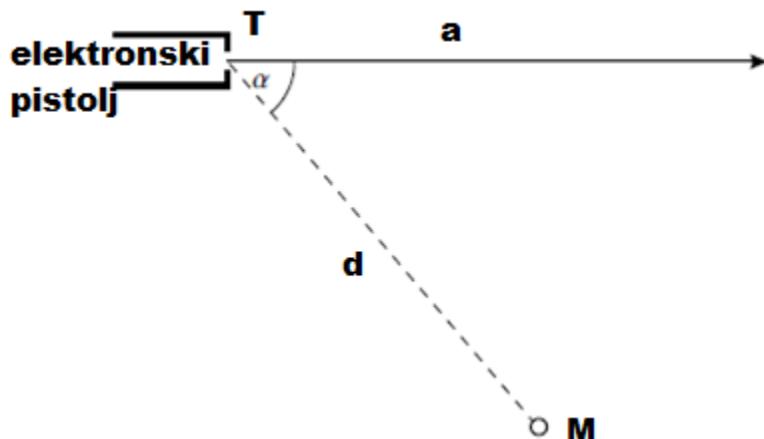


5. Elektronski pištolj T emituje elektrone ubrzane potencijalnom razlikom U . Iz pištolja elektroni izljeću duž pravca prikazanog na slici 4. Meta M koju treba da pogode elektroni nalazi se na rastojanju d od pištolja i postavljena je pod uglom α u odnosu na pravac pod kojim elektroni izljeću iz pištolja. U prostoru između pištolja i mete nalazi se uniformno magnetno polje koje djeluje na elektrone tokom njihovog kretanja od pištolja do mete.

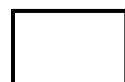
Koliko treba da iznosi indukcija uniformnog magnetnog polja da bi elektroni pogodili metu ukoliko je pravac magnetnog polja:

- a) normalan na ravan u kojoj se nalazi meta M i početni pravac kretanja elektrona;
- b) paralelan sa pravcem TM .

Prvo naći opšte rešenje, a potom zamijeniti brojne vrijednosti: $U = 1000V$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}C$, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}kg$, $\alpha = 60^\circ$, $d = 5cm$, $B < 0.03T$.



Slika 4.



Rješenja:

1. Pošto je lopta nenaelektrisana, sfera ima potencijal:

$$\varphi_{0s} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} = 450 V \dots (2p)$$

Električno polje sfere (van sfere) privlači elektrone iz Zemlje i oni kroz žicu dodju do sfere i negativno je nanelektrišu. El.polje unutar sfere definisano je nanelektrisanjem lopte q . Potencijalna razlika između lopte i sfere je:

$$\Delta\varphi = \varphi_l - \varphi_s = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r} - \frac{q}{R} \right) \dots (4p)$$

Kada je lopta uzemljena, potencijal sfere je:

$$\varphi_s = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q+Q}{R} \dots (2p)$$

Tada je potencijal lopte:

$$\varphi_l = \varphi_s + \Delta\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q+Q}{R} + \frac{q}{r} - \frac{q}{R} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{R} + \frac{q}{r} \right) = 0 \dots (3p)$$

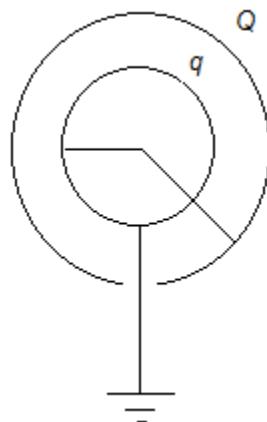
Odakle se dobija da je nanelektrisanje lopte: $q = -Q \frac{r}{R} \dots (1p)$

Zamjenjujući izraz za nanelektrisanje lopte, dobija se da je potencijal sfere:

$$\varphi_s = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q - Q \frac{r}{R}}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q(R-r)}{R^2} \dots (1p), \quad \varphi_s = 225 V \dots (1p)$$

Električni kapacitet cijelog sistema provodnika je:

$$C = \frac{Q}{\varphi_s} = \frac{4\pi\epsilon_0 R^2}{R-r} = 4.4 * 10^{-11} F \dots (2p)$$



- 2.** Pri $t = 0^\circ\text{C}$ i $p = 100\text{kPa}$ zapremina jednog mola gasa je 22.4dm^3 (molarna zapremina) ... (1p)

Odavde slijedi da je u početnom trenutku pritisak u lijevoj polovini cilindra u početnom trenutku 600kPa , a u desnoj 100kPa . Prema tome, ventil na pregradnom zidu je zatvoren. (2p)

Adijabatska kompresija se dešava dok pritisak u desnoj polovini cilindra ne dostigne 600kPa .

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \dots \text{(1p)}$$

$$100 * 11.2^{5/3} = 600 * V_2^\gamma \dots \text{(1p)} \Rightarrow$$

$V_2 = 3.82 \text{ dm}^3$... (0.5p) - zapremina u desnoj polovini cilindra kada se ventil otvori.

Iz jednačine stanja idealnog gasa, temperatura u desnoj polovini u ovom trenutku je: $p_2 V_2 = nRT_2$... (0.5p) $\Rightarrow T_2 = 552\text{K}$... (0.5p)

Tokom ove faze ukupan rad koji izvrši klip povećava unutrašnju energiju gasa:

$$A_1 = m_2 c_V \Delta T = 3.15\text{J/gK} * 2\text{g} * (552\text{K} - 273\text{K}) = 1760\text{J} \dots \text{(2p)}$$

Zatim se ventil otvara i sada je temperatura smješe:

$$T_3 = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} \dots \text{(1p)}$$

$$T_3 = 313\text{K} \dots \text{(0.5p)}$$

Slijedi adijabatska kompresija od $11.2 + 3.82 = 15.02\text{dm}^3$ do 11.2dm^3 , tj.

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1} \dots \text{(1p)}$$

$$313 * 15.02^{2/3} = T_4 * 11.2^{2/3} \dots \text{(2p)} \Rightarrow T_4 = 381\text{K} \dots \text{(0.5p)}$$

Rad koji izvrši klip povećava energiju gasa:

$$A_2 = (m_1 + m_2) c_V \Delta T = 3.15\text{J/gK} * 14\text{g} * (381\text{K} - 313\text{K}) = 3000\text{J} \dots \text{(2p)}$$

Ukupan rad koji izvrši klip je: $A_{ukup} = A_1 + A_2 \dots \text{(1p)}$

$$A_{ukup} = 4760\text{J} \dots \text{(0.5p)}$$

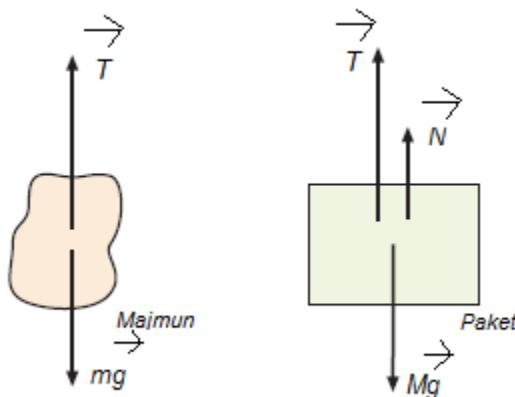
Rad izvršen atmosferskim pritiskom: $A_{atm} = pV \dots \text{(0.5p)}$

$$A_{atm} = 100 \text{ kPa} * 11.2\text{dm}^3 = 1120\text{J} \dots \text{(0.5p)}$$

Rad koji izvrši klip mora biti umanjen radom koji je izvršen atmosferskim pritiskom: $A = A_{\text{ukup}} - A_{\text{atm}}$ (1.5p)

$$A = 3640 \text{ J} \dots (0.5 \text{ p})$$

- 3.** Na slici su prikazane sile koje djeluju na ova dva objekta, gdje je m – masa majmuna, a M – masa paketa.



- a) U ovom slučaju majmun se kreće duž konopca. Neka je a_m - ubrzanje majmuna, a_p – ubrzanje paketa. Ubrzanje majmuna će tada biti jednako:

$$T - mg = ma_m \dots (2 \text{ p})$$

Kada se paket nalazi na Zemlji tada je njegovo ubrzanje jednako nuli i važi da je: $T + N = Mg$... (2p), ali čim se odvoji od podloge tada je:

$$T - Mg = Ma_p \dots (2 \text{ p})$$

Pošto je, u našem slučaju, paket samo podignut sa Zemlje tada je:

$T = Mg$... (1p) pa zamjenjujući ovo u izraz za ubrzanje majmuna dobijamo:

$$Mg - mg = ma_m \dots (2 \text{ p}) \Rightarrow a_m = \frac{(M-m)g}{m} = 4.9 \text{ m/s}^2 \dots (1 \text{ p})$$

Ubrzanje koje je manje od ovog neće podići paket sa Zemlje.

- b) Rastojanje koje prelazi majmun isto je kao i rastojanje koje prelazi kutija. (1p) Isto važi i za brzine i ubrzanja majmuna i kutije, samo što su

smjerovi ubrzanja majmuna i kutije suprotni ... (2p), pa gore navedene jednačine sada izgledaju:

$$T - mg = ma \dots (1p) \quad \text{i} \quad T - Mg = M(-a) \dots (1p)$$

Odavde dobijamo: $T = mg + ma \dots (1p)$, pa zamjenom u drugoj jednačini dobijamo: $ma + Ma = Mg - mg \Rightarrow a = g \frac{M-m}{m+M} \dots (2p)$

$$a = 2\text{m/s}^2 \dots (1p)$$

- c) Sada se za silu zatezanja jednostavno dobija: $T = m(g + a) = 118\text{N} \dots (1p)$

- 4.** Kako izvor harmonički osciluje, on se u odnosu na prijemnik kreće brzinama u intervalu $-v_{max}$ do $v_{max} \dots (2p)$

Maksimalna brzina harmoničkog oscilatora je $v_{max} = Aw \dots (1p)$, gdje je A – amplituda oscilovanja, w - kružna frekvencija oscilatora.

Prijemnik će registrovati frekvencije u intervalu $f = f_0 \frac{c-v}{c+v_{max}} \dots (3p)$ do $f' = f_0 \frac{c-v}{c-v_{max}} \dots (3p)$.

Razlika ovih frekvencija je: $\Delta f = f' - f = f_0(c-v) \frac{2v_{max}}{c^2-v_{max}^2} \dots (4p)$, odakle se dobija kvadratna jednačina: $\Delta f v_{max}^2 + 2v_{max}f_0(c-v) - \Delta f c^2 = 0 \dots (3p)$,

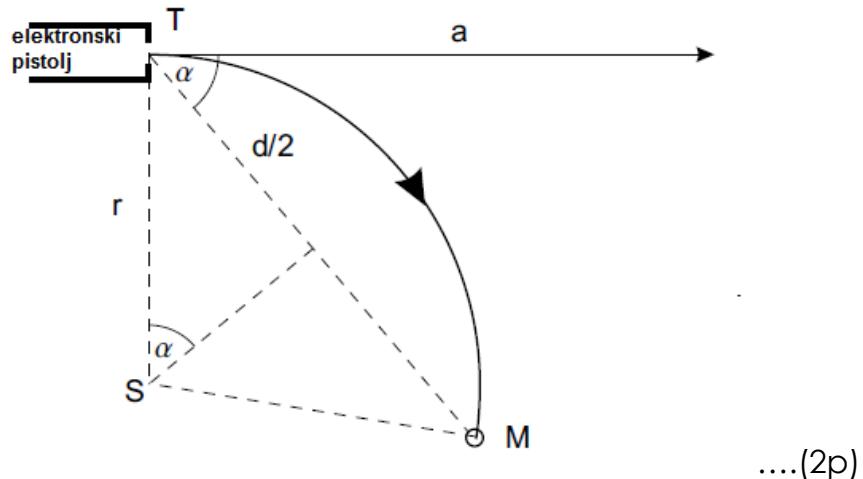
$$\text{čije je rešenje: } v_{max1,2} = \frac{-f(c-v) \pm \sqrt{f_0^2(c-v)^2 + \Delta f^2 c^2}}{\Delta f} \dots (2p)$$

Uzima se samo pozitivno rešenje, pa je: $v_{max} = 17.5\text{m/s} \dots (1p)$, odnosno $w = v_{max}/A = 35\text{s}^{-1} \dots (1p)$

- 5.** Ako je magnetno polje normalno na početni pravac kretanja elektronskog snopa, elektroni će biti rasijani pod dejstvom sile koja je normalna na njihovu brzinu i magnetno polje. Stoga, elektroni će se kretati po kružnoj putanji, pa važi:

$$Bev = \frac{m_e v^2}{r} \dots (2p)$$

Radius trajektorije je jednostavno izračunati koristeći geometriju, kao na slici:



$$\text{Posmatrajući sliku dobija se za radijus trajektorije: } r = \frac{d}{2 \sin \alpha} \dots (1p)$$

Brzina elektrona može se naći izjednačavajući njihovu kinetičku energiju sa radom koji eletrično polje napona U izvrši nad njima u elektronskom pištolju: $\frac{1}{2} m_e v^2 = eU \dots (2p) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} \dots (1p)$

Zamjenjujući dobijene izraze u prvu jednačinu, dobija se:

$$B = m_e \sqrt{\frac{2eU}{m_e} \frac{2 \sin \alpha}{ed}} = 2 \sqrt{\frac{2U m_e \sin \alpha}{e d}} \dots (1p)$$

$$B = 3.7 * 10^{-3} T \dots (1p)$$

- b) Ako magnetno polje nije ni normalno ni paralelano sa početnim pravcem kretanja elektronskog snopa, tada će se elektroni kretati po spiralnoj putanji. Naime, kretanje elektrona će se sastojati od ravnomjernog kretanja po krugu u ravni koja je normalna na magnetno polje i ravnomjerno pravolinijskog kretanja u pravcu magnetnog polja. Komponenta v_1 početne brzine v , koja je normalna na magnetno polje, manifestovaće Lorencovu silu i tokom kretanja će ravnomjerno rotirati oko linija koje su paralelne magnetnom polju (Slika). Komponenta v_2 paralelna magnetnom polju ostaje konstantna tokom kretanja i predstavlja brzinu ravnomjerno pravolinijskog kretanja. Vrijednosti ovih komponenti su:

$$v_1 = v \sin \alpha ; \quad v_2 = v \cos \alpha \dots (1p)$$

Ako sa N označimo broj vijaka na spirali, vrijeme kretanja elektrona biće:

$$t = \frac{d}{v_2} = \frac{d}{vcos\alpha} = \frac{2\pi r N}{v_1} = \frac{2\pi r N}{vsin\alpha} \dots (3p)$$

Dalje možemo izračnati radijus kružne putanje: $r = \frac{dsin\alpha}{2\pi N cos\alpha} \dots (1p)$

Međutim, Lorencova sila mora biti jednaka centripetalnoj sili, tj:

$$Bevsina = \frac{m_e v^2 sin^2 \alpha}{r} = \frac{m_e v^2 sin^2 \alpha}{\frac{dsin\alpha}{2\pi N cos\alpha}} \dots (2p)$$

$$B = \frac{m_e v^2 sin^2 2\pi N cos\alpha}{dsin\alpha evsina} = \frac{2\pi N m_e v cos\alpha}{de} \dots (1p)$$

Zamjenjujući izraz za brzinu: $v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$ dobijamo: $B = \frac{2\pi N cos\alpha}{d} \sqrt{\frac{2Um_e}{e}} \dots (1p)$

Zamjenjujući brojne vrijednosti dobija se $B = N * 6.7 * 10^{-3} T \dots (1p)$

Ako je $B < 0.03 T$, onda postoji četiri mogućnosti ($N \leq 4$) ... (1p) a to su:

$$B_1 = 6.7 * 10^{-3} T; B_2 = 13.4 * 10^{-3} T; B_3 = 20.1 * 10^{-3} T; B_4 = 26.8 * 10^{-3} T \dots (1p)$$