

DRŽAVNO TAKMIČENJE 2015.

ŠIFRA UČENIKA

UKUPAN BROJ OSVOJENIH BODOVA

Test pregledala/pregledao

Podgorica, 20..... godine

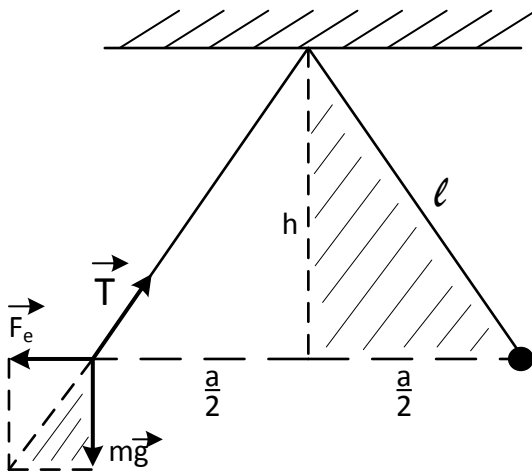
Upustva za takmičare

1. Svi zadaci nose jednak broj poena (20), tako da maksimalan broj poena iznosi 100.
2. Vrijeme rada je 150 minuta.
3. Svaka ispravno napisana formula ili zaključak koji je u vezi sa rješenjem zadatka se boduje prema jedinstvenom kriterijumu.
4. Molimo takmičare da pišu rješenja sa komentarima pregledno i jasno, da numerišu formule koje koriste prilikom izvođenja, da bi ocjenjivači lako i brzo mogli da prate postupak njihovog rješenja.
5. Prilikom rješavanja treba obavezno koristiti oznake navedene u formulaciji zadatka.
6. Poželjno je da se prilikom rješenja svi zadaci ilustruju odgovarajućim crtežom, na kojem su ukazane relevantne fizičke veličine (brzine, sile, rastojanja, ...)
7. Zadatke treba riješiti tako da se dobije konačni analitički izraz tražene fizičke veličine u funkciji od veličina datih u formulaciji zadatka. Na kraju treba i izračunati i brojnu vrijednost, za što se može koristiti i džepni kalkulator.

ZADACI

1. Dvije jednake metalne kugle obješene su o lake neistegljive izolatorske niti dužine l . Gornji krajevi niti učvršćeni su u jednoj tački. Na kuglicama su jednake količine naelektrisanja, pa one stoje na međusobnom rastojanju 5cm. Jedna od kuglica se razelektriše. Na kom rastojanju će se poslije toga zaustaviti kuglice? Smatrati da je dužina niti mnogo veća od rastojanja između kuglica.

Rješenje:



... 3 boda

Iz sličnosti trouglova (osjenčenih), slijedi:

$$\frac{F_e}{mg} = \frac{a}{2h} \quad \text{ili}$$

... 2 boda

$$\frac{kq^2}{mga^2} = \frac{a}{2h}$$

Kako je $a \ll l$, može se smatrati da je $h \approx l$, pa slijedi:

$$\frac{kq^2}{mga^2} = \frac{a}{2l} \Rightarrow$$

... 5 bodova

$$\Rightarrow \frac{kq^2}{mg} = \frac{a^3}{2l} \quad (*)$$

Ako se jedna kuglica razelektriše neće djelovati elektrostatička sila, pa će se kuglice dodirnuti. Pri kontaktu će se naelektrisanje ravnomjerno raspodijeliti među njima, te će se one ponovo odbiti do nekog rastojanja a_1 . Slično jednačini (*) tada će važiti

$$\frac{k}{mg} \left(\frac{q}{2}\right)^2 = \frac{a_1^3}{2l} \quad \text{tj.}$$

... 5 bodova

$$\frac{kq^2}{4mg} = \frac{a_1^3}{2l} \quad (**)$$

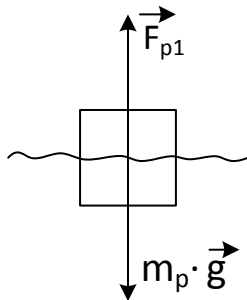
Djeljenjem jednačine (**) jednačinom (*) dobija se:

$$\frac{\frac{kq^2}{4mg}}{\frac{kq^2}{mg}} = \frac{\frac{a_1^3}{2l}}{\frac{a^3}{2l}} \quad \dots 3 \text{ boda}$$

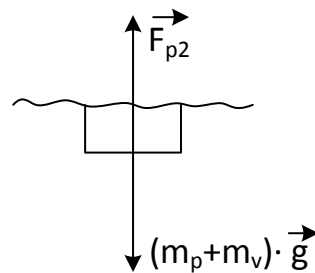
$$\frac{1}{4} = \frac{a_1^3}{a^3} \Rightarrow a_1 = \frac{a}{\sqrt[3]{4}} = 3,15 \text{ cm} \quad \dots 2 \text{ boda}$$

2. Podmornica zapremine V pliva na vodi, pri čemu je polovina njene zapremine iznad vode. Koliku zapreminu vode treba ubaciti u tank podmornice, da bi ona lebdjela?

Rješenje:



... 2 boda



... 2 boda

$$F_{p1} = m_p \cdot g \quad \dots 2 \text{ boda}$$

$$F_{p2} = (m_p + m_v) \cdot g \quad \dots 2 \text{ boda}$$

$$\rho_v \cdot g \cdot \frac{V}{2} = m_p \cdot g \quad \dots 2 \text{ boda}$$

$$\rho_v \cdot g \cdot V = (m_p + m_v) \cdot g \quad \dots 2 \text{ boda}$$

$$m_p = \rho_v \cdot g \cdot \frac{V}{2} \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$\rho_v \cdot g \cdot V = m_p \cdot g + m_v \cdot g \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$\rho_v \cdot g \cdot V = \rho_v \cdot g \cdot \frac{V}{2} + m_v \cdot g \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$m_v \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot \frac{V}{2} \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$m_v = \rho_v \cdot \frac{V}{2} \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$\rho_v = \frac{m_v}{V_v} \Rightarrow V_v = \frac{m_v}{\rho_v} \quad \dots 2 \text{ boda}$$

$$V_v = \frac{\rho_v \cdot \frac{V}{2}}{\rho_v} = \frac{V}{2} \quad \dots 1 \text{ bod}$$

3. Elastična kugla mase 200 g pada sa visine 80 m tako da se od podloge odbija sa 10% manjom brzinom.

- Koliku visinu dostigne kugla nakon što se odbije od podloge prvi put?
- Koliko će proći vremena od početka padanja pa do drugog pada kugle na podlogu?
- Kolika je kinetička energija kugle u trenutku kada drugi put udari o podlogu?
- Odredi vrijednost brzine kugle v_n , nakon n-tog odbijanja od podloge.

Rješenje:

a) Pri padanju tijela njegova E_p pretvara se u E_k :

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \quad \dots 2 \text{ boda}$$

Brzinu kojom kugla padne na podlogu možemo izraziti pomoću brzine kojom se ona od podloge odbija:

$v = \frac{10}{9}v_1$, a kinetičku energiju kugle nakon odbijanja, pomoću potencijalne energije u koju se opet pretvara: ... 2 boda

$$\frac{mv_1^2}{2} = mgh_1 \quad \dots 2 \text{ boda}$$

Tada ćemo dobiti:

$$mgh = \frac{m}{2} \cdot \frac{100}{81} \cdot v_1^2 = \frac{100}{81}mgh_1 \quad \dots 2 \text{ boda}$$

$$h_1 = \frac{81}{100}64,8 \text{ m} \quad \dots 2 \text{ boda}$$

- b) Vrijeme t koje prođe od početka kretanja kugle, do njenog drugog pada na podlogu sastoji se iz 3 dijela: vremena t_1 slobodnog pada sa visine h , vremena t_2 penjanja kugle do visine h_1 i vremena t_3 slobodnog pada sa visine h_1 .
Znamo da je za slobodni pad

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad \text{i} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \dots 2 \text{ boda}$$

Znamo da je vrijeme slobodnog pada jednako vremenu penjanja tijela do iste visine nakon odbijanja od podloge: tj. $t_2 = t_3$.
Možemo prema tome napisati:

$$t = t_1 + 2t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} + 2 \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \quad \dots 2 \text{ boda}$$

$$t = 11,31 \text{ s}$$

- c) Pri drugom udaru o podlogu kugla ima jednaku brzinu koju je imala neposredno nakon prvog odbijanja od nje, samo suprotnog smjera. Njena E_k u tom trenutku je:

$$E_k = \frac{mv_1^2}{2} = 0,81 \frac{mv_1^2}{2} = 0,81mgh$$

$$E_k = 127,14 \text{ J} \quad \dots 2 \text{ boda}$$

- d) Pri svakom sudaru sa podlogom brzina kugle se smanjuje za isti faktor.

$$v_1 = 0,9v \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$v_2 = 0,9v_1 = 0,9^2v \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$v_3 = 0,9v_2 = 0,9^3v \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$v_n = 0,9^n v \quad \dots 1 \text{ bod}$$

4. Između dvije stanice metroa rastojanje je 500 m. Voz se najprije kreće 50 m ravnomjerno ubrzano, dok ne dostigne brzinu $72 \frac{km}{h}$, potom se kreće ravnomjerno i poslednjih 50 m ravnomjerno usporava da bi se zaustavio u stanici. Kolika je srednja brzina voza na putu između tih stanica? Nacrtaj grafik zavisnosti brzine od vremena.

Rješenje:

$$S_u = 500 \text{ m}$$

$$S_1 = 50 \text{ m}$$

$$S_3 = 50 \text{ m}$$

$$v_1 = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = v_1 = 20 \frac{m}{s}$$

$$v_{30} = v_2 = v_1 = 20 \frac{m}{s}$$

$$v_{sr} = ?$$

$$S_2 = S_u - S_1 - S_3 = 400 \text{ m} \quad \dots \text{ 1 bod}$$

$$v_{sr} = \frac{S_u}{t_u} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3} \quad \dots \text{ 1 bod}$$

$$S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} \quad \dots \text{ 1 bod}$$

$$v_1 = a_1 t_1 \Rightarrow a_1 = \frac{v_1}{t_1} \quad \dots \text{ 2 boda}$$

$$S_1 = \frac{\frac{v_1}{t_1} \cdot t_1^2}{2} = \frac{v_1 t_1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{2S_1}{v_1} = 5s \quad \dots \text{ 2 boda}$$

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{s_2}{t_2} \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$t_2 = 20 \text{ s} \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$v_3 = v_{03} - a_3 t_3 \quad \dots 2 \text{ boda}$$

$$v_3 = 0 \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$v_{03} = a_3 t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{v_{03}}{a_3} \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$v_3^2 = v_{03}^2 - 2a_3 s_3 \quad \dots 1 \text{ bod}$$

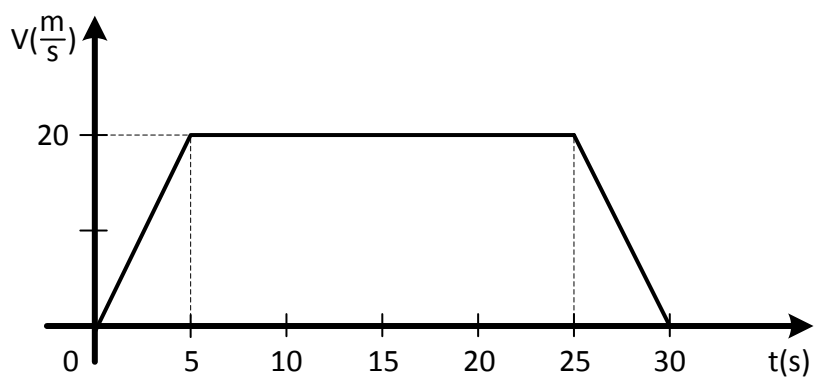
$$0 = v_{03}^2 - 2a_3 s_3$$

$$v_{03}^2 = 2a_3 s_3$$

$$a_3 = \frac{v_{03}^2}{2s_3} = 4 \frac{m}{s^2} \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$t_3 = \frac{v_{03}}{a_3} = \frac{20 \frac{m}{s}}{4 \frac{m}{s^2}} = 5 \text{ s}$$

$$v_{sr} = \frac{500 \text{ m}}{5 \text{ s} + 20 \text{ s} + 5 \text{ s}} = \frac{500 \text{ m}}{30 \text{ s}} = 16,67 \frac{m}{s} \quad \dots 2 \text{ boda}$$



... 3 boda

5. Dva jednaka otpornika, otpora po 100Ω , priključena su na izvor elektromotorne sile, prvo redno, a zatim paralelno. U oba slučaja snaga koja se troši na svakom otporniku je ista. Naći elektromotornu silu izvora, ako pri rednoj vezi kroz otpornike teče struja jačine 1 A.

Rješenje:

Pri rednoj vezi otpornika, na svakom od njih se oslobađa snaga:

$$P_1 = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(2R+r)^2} \quad \dots 6 \text{ bodova}$$

$$(R_e = R + R = 2R) * \quad \dots 2 \text{ boda}$$

Pri paralelnoj vezi na svakom otporniku oslobađa se snaga:

$$P_2 = \left(\frac{I}{2}\right)^2 \cdot R = \frac{1}{4} \frac{\varepsilon^2 R}{\left(\frac{R}{2}+r\right)^2} = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+2r)^2} \quad \dots 6 \text{ bodova}$$

Iz uslova: $P_1 = P_2$ slijedi:

$$* (R_e = \frac{R}{2}) \quad \dots 2 \text{ boda}$$

$$\frac{\varepsilon^2 R}{(2R+r)^2} = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+2r)^2} \quad \Rightarrow \quad \dots 1 \text{ bod}$$

$$\Rightarrow r = R = 100 \Omega \quad \dots 1 \text{ bod}$$

Elektromotorna sila se dobija iz Omovog zakona:

$$\varepsilon = I(2R + r) = 300 \text{ V} \quad \dots 2 \text{ boda}$$