

SHIFRA E NXËNËSIT

## PROVIMI I MATURËS

GUSHT 2015

# M A T E M A T I K Ë

### U D H Ë Z I M

KOHA PËR ZGJIDHJEN E TESTIT ËSHTË 150 MINUTA

**Mjetet:** lapsi i thjeshtë (grafit) dhe goma, lapsi kimik, veglat gjeometrike.  
Përdorimi i kalkulatorit nuk lejohet.

**Lexoni me kujdes udhëzimin.**

Mos i shpalosni fletët dhe mos filloni me zgjidhjen e detyrave pa ju dhënë leje mësimdhënësi kujdestar.

Testi përmban 20 detyra.

Gjatë punës mund të shfrytëzoni formulat të cilat janë dhënë në faqet 4 dhe 5.

Me test është dhënë edhe lista e përgjigjeve për detyrat me zgjedhje të shumëfishtë. Është e nevojshme që në vendin përkatës me kujdes t'i përshkruani përgjigjet tuaja për 8 detyrat e para.

Pritet që te zgjidhja e detyrave të tipit të hapur rezultati përfundimtar të jetë i përtuar (p. sh. është bërë thjeshtimi i thyesave, mbledhja e anëtarëve të llojit të njëjtë) dhe të jetë e shkruar njësia përkatëse e matjes (te detyrat nga stereometria).

**Detyra do të vlerësohet me 0 pikë nëse:**

- është e pasaktë
- janë qarkuar më shumë përgjigje të ofruara
- është e palexueshme dhe nuk është shkruar qartë
- zgjidhja është shkruar me laps të thjeshtë

Grafikët, figurat gjeometrike mund t'i vizatoni me laps të thjeshtë.

Nëse gaboni zgjidhjen tuaj, vendosni një vijë të kryqëzuar mbi të dhe zgjidheni përsëri. Nëse detyrën e keni zgjidhur në disa mënyra, duhet që saktësisht të theksoni zgjidhjen që duhet ta vlerësojë vlerësuesi.

Kur të përfundoni me zgjidhjen e detyrave, kontrolloni edhe një herë përgjigjet tuaja.

Ju dëshirojmë sukses të plotë!



\* M 6 1 7 6 0 \*



## FAQE E ZBRAZËT

## FORMULAT

- $i^2 = -1$ ,  $z = a + bi$ ,  $\bar{z} = a - bi$ ,  $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Rregullat e Vietit:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Kulmi i parabolës:  $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ,  $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Projektioni shkallor i vektorit në bosht  $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Prodhi i shkallor i vektorit përmes koordinatave  $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Prodhi i vektor i vektorit përmes koordinatave  
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ ,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  
 $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Teorema e Sinusit:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Teorema e Kosinusit:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trekëndëshi:  $S = \frac{ah_a}{2}$ ,  $S = \frac{ab \sin \gamma}{2}$ ,  
 $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ,  $S = r \cdot s$ ,  $S = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogrami:  $S = a \cdot h_a$ , Rombi:  $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$  Trapezi:  $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizmi:  $S = 2B + M$ ,  $V = B \cdot H$
- Piramida:  $S = B + M$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Piramida e cinguar:  $S = B_1 + B_2 + M$ ,  $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

$R$  – shenja për rrezën

- Cilindri:  $S = 2B + M = 2R\pi(R + H)$ ,  $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Koni:  $S = B + M = R\pi(R + l)$ ,  $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Koni i cinguar :  $S = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$ ,  $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera:  $S = 4R^2\pi$  Topi:  $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Distanca ndërmjet dy pikave:  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Syprina e trekëndëshit:  $S = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Këndi ndërmjet dy drejtëzave:  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Distanca ndërmjet pikës dhe drejtëzës:  $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Vija rrethore:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$   
Kushti i prekjes së vijës rrethore me qendrën në fillimin e sistemit koordinativ dhe në drejtëz  $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$   
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe elipsës:  $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ , asimptotat e hiperbolës  $y = \pm\frac{b}{a}x$   
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe hiperbolës:  $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola:  $y^2 = 2px$ ,  $F(\frac{p}{2}, 0)$   
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe parabolës:  $p = 2kn$
- Vargu aritmetik:  $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Vargu gjeometrik:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ ,  $q \neq 1$

1. Le të jenë  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Cili nga pohimet e cekura **NUK** është i saktë?

- A. Nëse numrat  $a$  dhe  $b$  janë të pjesëtueshëm me  $c$ , ( $c \neq 0$ ), atëherë shuma e tyre është e pjesëtueshme me  $c$
- B. Nëse njëri nga numrat  $a$  dhe  $b$  është i pjesëtueshëm me  $c$ , ( $c \neq 0$ ), atëherë prodhimi i tyre është e pjesëtueshëm me  $c$
- C. Nëse numrat  $a$  dhe  $b$  janë të pjesëtueshëm me njëri tjetrin, atëherë  $a$  është i barabartë me  $b$
- D. Nëse  $a$  është i pjesëtueshëm me  $b$ , ( $b \neq 0$ ) edhe  $b$  i pjesëtueshëm me  $c$ , ( $c \neq 0$ ), atëherë  $a$  është i pjesëtueshëm me  $c$

1 pikë

2. Kur  $m^3 - 1$  zbritet nga  $(m-1)^3$  fitohet:

- A.  $3m(1-m)$
- B.  $3m(m-1)$
- C.  $3m(1+m)$
- D.  $3m(-1-m)$

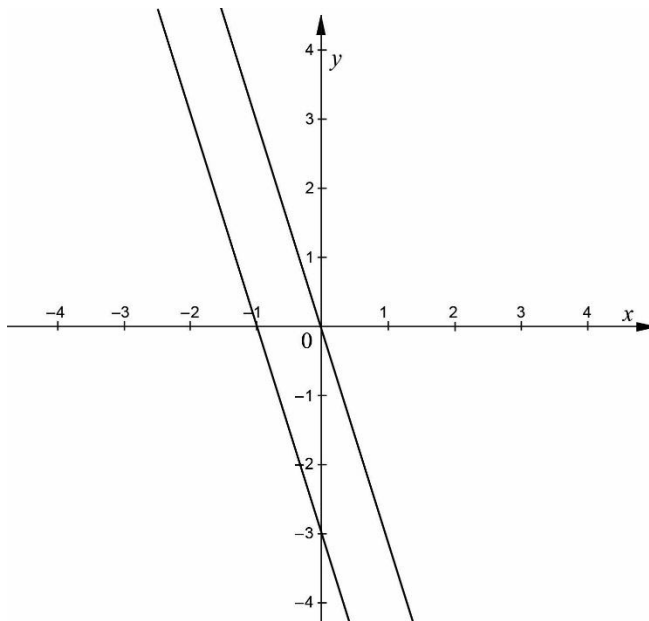
3 pikë

3. Vlera e shprehjes  $(1+i)^{2014} + (1-i)^{2014}$  është ( $i$  është njësia imagjinare):

- A. 0
- B. 1
- C.  $2i$
- D.  $4i$

3 pikë

4. Koeficienti i drejtimit të drejtëzës që kalon nëpër fillimin koordinativ është:



- A.  $-3$   
B.  $-\frac{1}{3}$   
C.  $1$   
D.  $3$

3 pikë

5. Gjatësitë e kateteve të trekëndëshit kënddrejtë janë  $3\text{ cm}$  dhe  $4\text{ cm}$ . Sa është gjatësia e diametrit të vijës rrethore të përshkruar rreth këtij trekëndëshi?

- A.  $3\text{ cm}$   
B.  $4\text{ cm}$   
C.  $5\text{ cm}$   
D.  $6\text{ cm}$

3 pikë

**6.** Koni dhe gjysmë sfera me vëllime të njëjta kanë rreze të njëjta  $r = 3\text{ cm}$ . Sa është lartësia e konit?

- A.  $6\text{ cm}$
- B.  $8\text{ cm}$
- C.  $12\text{ cm}$
- D.  $18\text{ cm}$

3 pikë

**7.**  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$  është:

- A.  $-0,5$
- B.  $0,5$
- C.  $1$
- D.  $2$

3 pikë

**8.** Numri i mënyrave të ndryshme që mund t'i paketojmë në raft 4 libra të ndryshëm nga matematika, 3 nga fizika dhe 2 nga kimia, ashtu që librat nga lënda e njëjtë të gjenden njëri pranë tjetrit është:

- A.  $288$
- B.  $576$
- C.  $864$
- D.  $1728$

3 pikë



9. Thjeshtësoni shprehjen  $\left(\frac{b}{a} \cdot \frac{ac-1}{bc-1}\right)^{-1} \cdot \frac{ab - \frac{b}{c}}{ba - \frac{a}{c}}$ .

Zgjidhje:

3 pikë

- 10.** Tregtari të pestën e mallit të vet e ka shitur me çmimin për 4% më të vogël sesa e ka planifikuar dhe gjysmën e mallit të vet me çmimin që është më i madh për 7% nga ai i planifikuar.  
Përcaktoni se me çfarë çmimi duhet shitur mallin e mbetur për të realizuar çmimin e planifikuar.

**Zgjidhje:**

*4 pikë*

**11.** Llogaritni jobarazimin  $4x^2 - (2x+1)(2x-1) > -\frac{x}{2} + \frac{x-1}{4}$  dhe bashkësinë e

zgjidhjeve paraqiteni në drejtëzën numerike.

**Zgjidhje:**

*3 pikë*

**12.** Për funksionin  $y = f(x)$  ( $x$  – çmimi,  $x \geq 0$ ) themi se në intervalin  $(a, b)$  paraqet funksionin e **KËRKESËS**, nëse i plotëson kushtet:

a)  $f(0) > 0$

*1 pikë*

b)  $(\forall x \in (a, b)) f(x) > 0$

*3 pikë*

c)  $(\forall x \in (a, b)) f'(x) < 0$

*2 pikë*

Shqyrtoni, nëse funksioni  $f(x) = 10000 - x^2$  në intervalin  $(0, 100)$  paraqet funksionin e **KËRKESËS**.

**Zgjidhje:**

- 13.** Në secilën nga brinjët e drejtkëndëshit janë konstruktuar katrorët shuma e të cilëve është sipërfaqja  $122\text{ cm}^2$ . Përcaktoni brinjët e drejtkëndëshit, nëse shuma e tyre është  $11\text{ cm}$ .

**Zgjidhje:**

*4 pikë*

- 14.** Krahasoni vlerat më të mëdha që funksionet  $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x$  dhe  $g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$  i arrijnë në pikën e prerjes  $[-1, 1]$ .

**Zgjidhje:**

*3 pikë*

**15.** Zgjidhni ekuacionin  $\log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{1}{12}$ .

**Zgjidhje:**

*4 pikë*

**16.** TThjeshtësoni shprehjen  $\frac{\cos 4\alpha \cos 3\alpha + \sin 4\alpha \sin 3\alpha}{\sin 4\alpha \cos 3\alpha - \cos 4\alpha \sin 3\alpha}$  dhe llogaritni vlerën e saj për

$$\alpha = \frac{3\pi}{4}.$$

**Zgjidhje:**

*3 pikë*



- 17.** Në trekëndëshin barakrahës krahu është 2 herë më i madh se baza. Nëse është  $\alpha$  këndi në mes dy krahëve, gjeni  $\sin \frac{\alpha}{2}$ .

**Vërejtje :** vizatoni skicën që i përgjigjet tekstit të detyrës

**Zgjidhje:**

2 pikë

**18.** Le të jenë  $A, B, C, D$  cilat do katër pika jokolineare në rrafsh. Nëse janë  $K, L, M, N$  me rend, meset e segmenteve  $AB, BC, CD, DA$ , tregoni se katërkëndëshi  $KLMN$  është paralelogram.

**Vërejtje :** vizatoni skicën që i përgjigjet tekstit të detyrës

**Zgjidhje:**

3 pikë

- 19.** Shuma e  $n$  anëtarëve të vargut aritmetikor është  $S_n = n^2 - 3n$ . Përcaktoni anëtarin e katërt të vargut.

**Zgjidhje:**

*2 pikë*

**20.** Përcaktoni vlerën e parametrin  $a$  ashtu që funksioni  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{3x^2 - 7x + 2}, & x \neq 2 \\ a, & x = 2 \end{cases}$

të jetë i pakëputshëm në bashkësinë  $\mathbb{R}$ .

**Zgjidhje:**

*3 pikë*



















1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.