ispitni centar

ŠIFRA UČENIKA

MATURSKI ISPIT

AVGUST 2015.

MATEMATIKA

UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.
Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.
Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).
Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.
Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.
Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.
Želimo vam puno uspjeha!

M61760

PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1, \quad z = a + bi, \quad \bar{z} = a - bi, \; a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3, \qquad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\dfrac{b}{2a}, \dfrac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}, \; \log_{a^k} b = \dfrac{1}{k} \log_a b$
- Skalarna projekcija vektora na osu $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos\alpha$
- Skalarni proizvod vektora preko koordinata $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Vektorski proizvod vektora preko koordinata
  $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha, \qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\beta\sin\alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \dfrac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}, \qquad \sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}, \qquad \cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$
- Trougao: $P = \dfrac{ah_a}{2}, \; P = \dfrac{ab\sin\gamma}{2}$,
  $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \; s = \dfrac{a+b+c}{2}, \quad P = r \cdot s, \quad P = \dfrac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, Romb: $P = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M, \quad V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M, \quad V = \dfrac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M, \quad V = \dfrac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1B_2} + B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Kupa: $P = B + M = R\pi(R + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa : $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $tg\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$
- Kružna linija: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

  Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinantnom početku i prave $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$

  Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$

  Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$

  Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Neka su $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Koje od navedenih tvrđenja **NIJE** tačno?

A. Ako su brojevi a i b djeljivi sa $c, (c \neq 0)$ tada je njihov zbir djeljiv sa c

B. Ako je jedan od brojeva a i b djeljiv sa $c, (c \neq 0)$ tada je njihov proizvod djeljiv sa c

C. Ako su brojevi a i b djeljivi jedan sa drugim tada je a jednako b

D. Ako je a djeljivo sa b, $(b \neq 0)$ i b djeljivo sa $c, (c \neq 0)$ tada je a djeljivo sa c

3 boda

2. Kada se oduzme $m^3 - 1$ od $(m-1)^3$ dobija se:

A. $3m(1-m)$

B. $3m(m-1)$

C. $3m(1+m)$

D. $3m(-1-m)$

3 boda

3. Vrijednost izraza je $(1+i)^{2014} + (1-i)^{2014}$ je (i je imaginarna jedinica):

A. 0

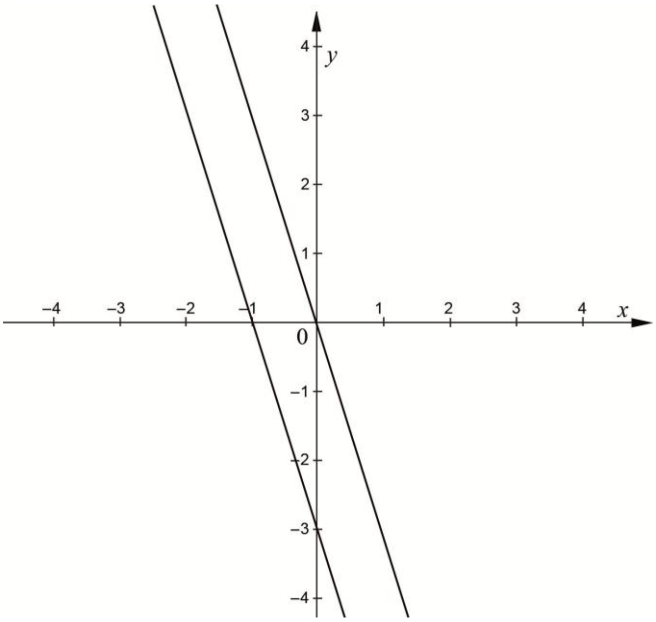
B. 1

C. $2i$

D. $4i$

3 boda

4. Koeficjent pravca prave koja prolazi kroz koordinantni početak je:



A. -3

B. $-\dfrac{1}{3}$

C. 1

D. 3

3 boda

5. Dužine kateta pravouglog trougla su $3\,cm$ i $4\,cm$. Kolika je dužina prečnika kružne linije opisane oko tog trougla?

A. $3cm$

B. $4cm$

C. $5cm$

D. $6cm$

3 boda

6. Kupa i polulopta istih zapremina imaju jednake poluprečnike $r = 3cm$. Kolika je visina kupe?

A. $6cm$

B. $8cm$

C. $12cm$

D. $18cm$

3 boda

7. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$ je

A. $-0,5$

B. $0,5$

C. 1

D. 2

3 boda

8. Broj različitih načina na koje možemo na polici složiti 4 različite knjige iz matematike, 3 iz fizike i 2 iz hemije, tako da knjige iz istog predmeta budu jedna do druge je:

A. 288

B. 576

C. 864

D. 1728

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Uprostite izraz $\left(\frac{b}{a}\cdot\frac{ac-1}{bc-1}\right)^{-1}\cdot\frac{ab-\frac{b}{c}}{ba-\frac{a}{c}}$.

Rješenje:

3 boda

10. Trgovac je petinu svoje robe prodao po cijeni koja je za 4% manja od planirane i polovinu svoje robe po cijeni koja je za 7% veća od planirane.

Odredite po kojoj cijeni treba prodati ostatak robe da bi se ostvarila planirana cijena.

Rješenje:

4 boda

11. Riješite nejednačinu $4x^2-(2x+1)(2x-1)>-\frac{x}{2}+\frac{x-1}{4}$ i skup rješenja predstavite na brojnoj pravoj.

Rješenje:

3 boda

12. Za funkciju $y = f(x)$ (x – cijena, $x \geq 0$) kažemo da na intervalu (a,b) predstavlja funkciju **TRAŽNJE** ako zadovoljava uslove:

a) $f(0) > 0$

1 bod

b) $(\forall x \in (a,b))\ f(x) > 0$

3 boda

c) $(\forall x \in (a,b))\ f'(x) < 0$

2 boda

Ispitajte da li funkcija $f(x) = 10\,000 - x^2$ na intervalu $(0,100)$ predstavlja funkciju **TRAŽNJE**.

Rješenje:

13. Nad svakom od stranica pravougaonika konstruisani su kvadrati čiji je zbir površina $122\,cm^2$. Odredite stranice pravougaonika ako je zbir njihovih dužina $11\,cm$.

Rješenje:

4 boda

14. Uporedite najveće vrijednosti koje funkcije $f(x)=\left(\frac{3}{5}\right)^{x}$ i $g(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$ dostižu na odsječku $[-1,1]$.

Rješenje:

3 boda

15. Riješite jednačinu $\log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{1}{12}$.

Rješenje:

4 boda

16. Uprostite izraz $\dfrac{\cos 4\alpha \cos 3\alpha + \sin 4\alpha \sin 3\alpha}{\sin 4\alpha \cos 3\alpha - \cos 4\alpha \sin 3\alpha}$ i izračunajte njegovu vrijednost za $\alpha = \dfrac{3\pi}{4}$.

Rješenje:

3 boda

17. U jednakokrakom trouglu krak je 2 puta veći od osnovice. Ako je α ugao izmedju kraka, naći $\sin\frac{\alpha}{2}$.

Napomena: *Uz rješenje je* ***neophodno*** *da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.*

Rješenje:

2 boda

18. Neka su A,B,C,D bilo koje četiri nekolinearne tačke u ravni. Ako su K,L,M,N redom sredine duži AB, BC, CD, DA, dokažite da je četvorougao KLMN paralelogram.

Napomena: *Uz rješenje je* ***neophodno*** *da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.*

Rješenje:

3 boda

19. Zbir prvih n članova aritmetičkog niza je $S_n = n^2 - 3n$. Odredite četvrti član niza.

Rješenje:

2 boda

20. Odredite vrijednost parametra a tako da funkcija $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{3x^2-7x+2}, x\neq 2\\ a, x=2\end{cases}$

bude neprekidna na skupu R.

Rješenje:

3 boda


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.