

ŠIFRA UČENIKA

STRUČNI ISPIT

JANUAR 2016.

MATEMATIKA

U P U T S T V O

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!



PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $a, b \in \mathbb{R}$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, ($a \neq 0$), $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$, $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
 $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao: $P = \frac{ah_a}{2}$, $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$,
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $P = r \cdot s$, $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, Romb: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M$, $V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M$, $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M$, $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Kupa: $P = B + M = R\pi(R + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa: $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Kružna linija: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave
 $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm \frac{b}{a}x$
Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Za koliko je veća od sume brojeva -1 , 2 i -3 , suma kvadrata istih brojeva?

- A. 12
- B. 14
- C. 16
- D. 18

3 boda

2. Najmanji zajednički sadržalac polinoma $2x(x-1)^2$, $3x(x-1)$, x^2-1 je:

- A. $6x(x-1)^2(x+1)$
- B. $6x^2(x-1)^2(x^2-1)$
- C. $6x(x^2-1)$
- D. $6x^2(x-1)^2(x+1)$

3 boda

3. U planinskom centru, žičara preveze prosječno 5500 turista tokom vikenda u vrijeme sezone skijanja. Ljeti se tokom vikenda preveze prosječno 1760 turista. Za koliko je procenata manji broj prevezenih turista tokom ljetnjeg vikenda u odnosu na zimski vikend?

- A. 17%
- B. 32%
- C. 55%
- D. 68%

3 boda

4. Sređivanjem razlomka $\frac{\frac{a-1}{9}-\frac{1}{a}}{\frac{1}{3a}+\frac{1}{9}}$ dobija se:

- A. $a-1$
- B. $a-3$
- C. $\frac{a-1}{3}$
- D. $\frac{a-9}{9a}$

3 boda

5. Neka je uređeni par (x_0, y_0) rješenje sistema jednačina $\begin{cases} 5x-2y=3 \\ 2x-y=0 \end{cases}$.
Koliko je $x_0 \cdot y_0$?

- A. 6
- B. 9
- C. 12
- D. 18

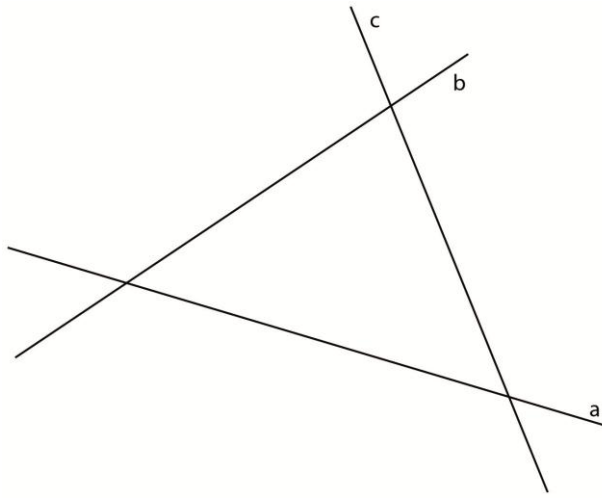
3 boda

6. Koja od datih jednačina ima korijene $-i, i$ (i je imaginarna jedinica)?

- A. $x^2-1=0$
- B. $x^2+1=0$
- C. $x^2+x+1=0$
- D. $x^2-x-1=0$

3 boda

- 7.** Vlasnik lanca motela želi da napravi novi motel na najbližem mjestu koje je jednako udaljeno od tri puta a, b i c koji izgledaju kao na slici.



Koju značajnu tačku trougla treba da sadrži lokacija na kojoj će se naći motel?

- A. Centar opisanog kruga
- B. Centar upisanog kruga
- C. Ortocentar
- D. Težište

3 boda

- 8.** Koja od navedenih funkcija je monotono rastuća?

- A. $f(x) = 3 \log x$
- B. $f(x) = -0,1x + 0,1$
- C. $f(x) = -3 \operatorname{tg}(x)$
- D. $f(x) = 10^{-x}$

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Dokažite jednakost $(ad + bc)^2 + (ac - bd)^2 = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$.

Rješenje:

2 boda

10. Koje vrijednosti može uzeti x , $x \in \mathbb{R}$ tako da proizvod binoma $3 - x$ i $2x + 6$ bude pozitivan.

Rješenje:

3 boda

- 11.** Koja je najveća vrijednost parametra a za koju jednačina $x^2 - (a+3)x + a^2 - 4 = 0$ ima rješenje $x = 3$?

Rješenje:

3 boda

12. Izračunajte:

a) $\pi^{\log_{\pi} 4} =$

b) $\sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ =$

c) $\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) =$

d) $\log_3(\log_3 27) =$

Rješenje:

4 boda

13. Riješiti jednačinu $3^x + \frac{2}{3} \cdot 3^x - \frac{7}{9} \cdot 3^x = 72$.

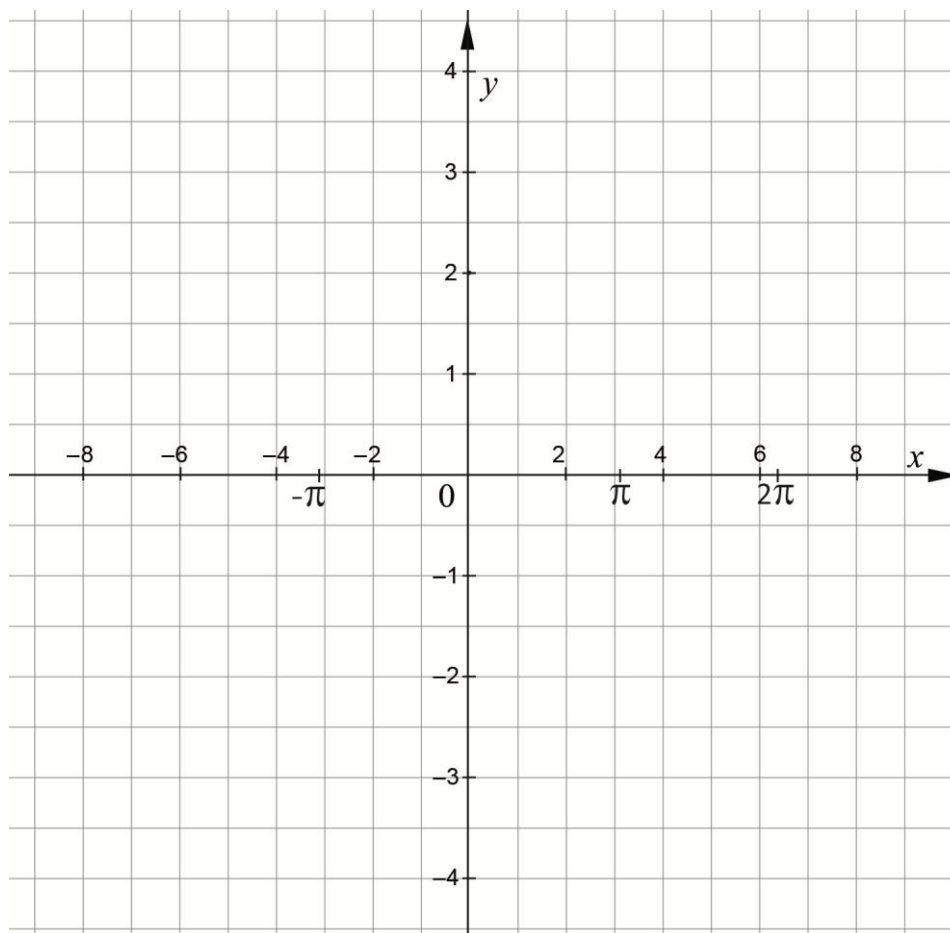
Rješenje:

3 boda

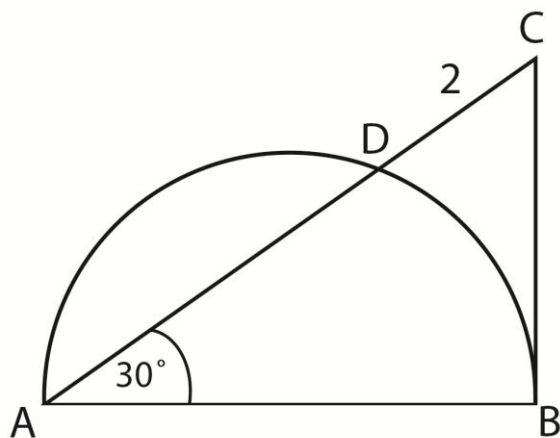
- 14.** U datom koordinatnom sistemu nacrtajte grafik funkcije $y = \operatorname{ctgx}$ na intervalu $[-\pi, 2\pi]$.

Rješenje:

3 boda



15. Koristeći podatke sa crteža odredite dužinu duži AD , ako je poznato da je $DC = 2$ i da je $\angle CAB = 30^\circ$.



Rješenje:

3 boda

- 16.** U trouglu ABC su poznate stranice $b = 2\sqrt{3}$, $c = 3\sqrt{2}$ i ugao $\gamma = 60^\circ$. Odredite mjeru ugla β .

Rješenje:

3 boda

- 17.** Svijeću oblika valjka prečnika 40 cm i visine 60 cm treba pretopiti u 100 jednakih svijeća prečnika 4 cm. Ako se u procesu topljenja izgubiti 10% voska kolike će biti visine dobijenih svijeća.

Napomena: Uz rješenje je **neophodno** da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.

Rješenje:

3 boda

18. Kružna linija sa centrom u tački $(6, -5)$ sadrži tačku $(-2, 1)$.

a) Odrediti dužinu **prečnika** te kružne linije.

2 boda

b) Napisati jednačinu te kružne linije.

1 bod

Rješenje:

19. Odredite jedanaesti član geometrijskog niza $-2, 2\sqrt{2}, -4, \dots$

Rješenje:

3 boda

20. Odrediti domen funkcije $f(x) = \ln(\cos x)$.

Rješenje:

2 boda



1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.