

ŠIFRA UČENIKA

STRUČNI ISPIT

JUN 2015.

MATEMATIKA

U P U T S T V O

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!



* M 5 7 7 4 6 *

PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $a, b \in \mathbb{R}$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, ($a \neq 0$), $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$, $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
 $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao: $P = \frac{ah_a}{2}$, $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$,
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $P = r \cdot s$, $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, Romb: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M$, $V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M$, $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M$, $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Kupa: $P = B + M = R\pi(R + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa: $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Kružna linija: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave
 $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm \frac{b}{a}x$
Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Koje od sljedećih tvrđenja je tačno za realne brojeve a, b i c ?

- A. Ako je $a < b$ i $a < c$ tada je $b < c$
- B. Ako je $a > b$ i $b > c$ tada je $a > c$
- C. Ako je $a > b$ i $a > c$ tada je $a > b + c$
- D. Ako je $a > b$ i $a > c$ tada je $b > c$

3 boda

2. Ako neki proizvod pojeftini za $p\%$ cijena mu je 120€, a ako poskupi za $p\%$ cijena mu je 180€. Koliko je p ?

- A. 10
- B. 15
- C. 20
- D. 25

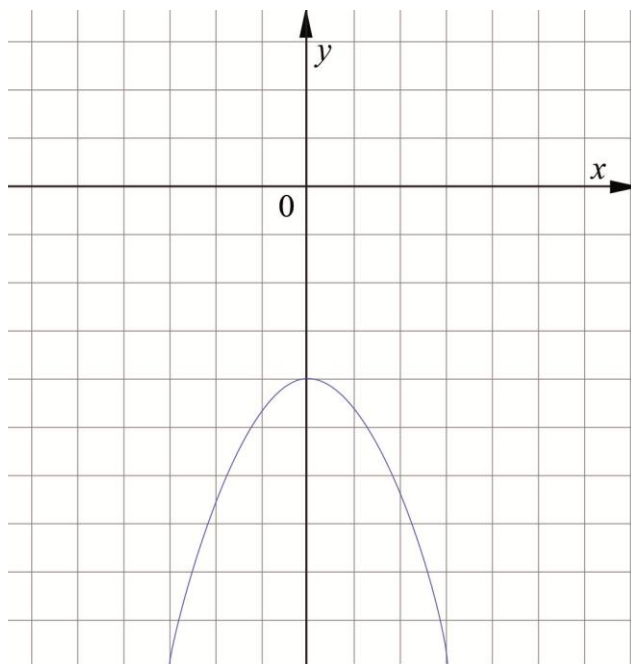
3 boda

3. Vrijednost izraza je $16^{(-2)^{-2}} : 16^{-2^{-2}}$ je:

- A. -1
- B. $\frac{1}{4}$
- C. 1
- D. 4

3 boda

4. Koja funkcija je predstavljena datim grafikom?



- A. $y = -x^2 - 2$
- B. $y = -x^2 + 2$
- C. $y = x^2 - 2$
- D. $y = x^2 + 2$

3 boda

5. Ako je $6 - \frac{1}{2}c = 10$ i $\frac{1}{2^a} = \sqrt[8]{2}$ tada je proizvod $a \cdot c$ jednak:

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. 8

3 boda

6. Gdje su tačke sa koordinatama $(2,1)$ i $(1,-1)$ u odnosu na pravu $4x+5y-6=0$?

- A. pripadaju pravoj
- B. samo jedna pripada pravoj
- C. sa iste strane prave
- D. sa različitih strana prave

3 boda

7. Neka je M tačka na trigonometrijskoj kružnoj liniji kojoj odgovara ugao od $-\frac{\pi}{3}$.

Koje su njene koordinate?

- A. $M\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- B. $M\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- C. $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
- D. $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

3 boda

8. Zbir 20 uzastopnih parnih prirodnih brojeva je 1580. Najveći broj od njih je:

- A. 84
- B. 88
- C. 94
- D. 98

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Izračunajte $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{3}$.

Rješenje:

3 boda

- 10.** Tri prijatelja mogu da završe posao za tri sata. Za koliko **minuta** će se završiti posao ako im se pridruži i četvrti prijatelj pod uslovom da radi istim tempom kao i ostali?

Rješenje:

3 boda

11.

Riješite sistem jednačina

$$\begin{cases} 2x - \frac{5x - y}{6} = y - 5 \\ \frac{7x + 2y}{3} = \frac{4y - 7x}{6} \end{cases}.$$

Rješenje:

3 boda

12. Data je funkcija $f(x) = 15 + 10x - 5x^2$.

a) Odredite znak funkcije.

3 boda

b) Izračunajte $\frac{f(2)}{f(-2)}$.

1 bod

Rješenje:

13. Riješiti jednačinu $\log_{0,25}(2-x) = -1$.

Rješenje:

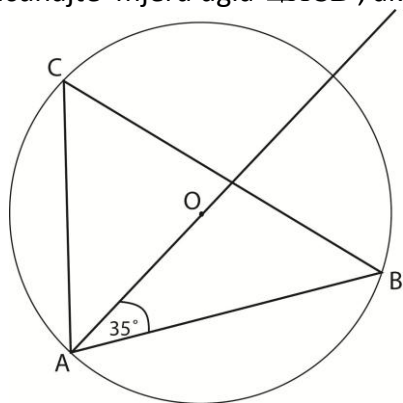
3 boda

14. Riješite jednačinu $2\sin x \cos x = 1$.

Rješenje:

2 boda

15. Izračunajte mjeru ugla $\angle ACB$, ako je $\angle OAB = 35^\circ$ (O je centar kružne linije sa skice).



Rješenje:

3 boda

- 16.** Kolika je zapremina pravilne četverostrane prizme ako je njena površina 162 cm^2 , a razvijanjem njenog omotača se dobija kvadrat?

Napomena: Uz rješenje je **neophodno** da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.

Rješenje:

4 boda

- 17.** Za koju vrijednost parametra m će prava $15x - (2m + 1)y - 15 = 0$ zaklapati sa Ox osom ugao od 45° ?

Rješenje:

3 boda

- 18.** Napišite jednačinu kružne linije kojoj pripada tačka $A(1, -2)$, a centar je u tački $C(-4, -5)$.

Rješenje:

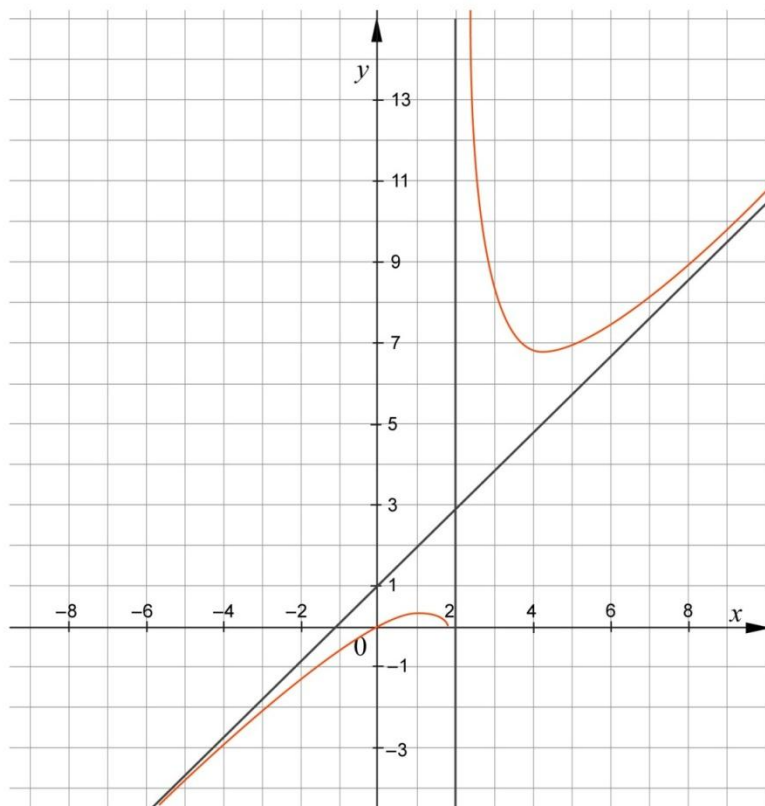
3 boda

19. Odredite oblast definisanosti funkcije $f(x) = \frac{\sqrt{-x}}{x^2 + 6x}$.

Rješenje:

3 boda

20. Na slici ispod je grafik funkcije $f(x) = xe^{\frac{1}{x-2}}$



Upišite tražene podatke (možete ih očitati sa slike ili izračunati).

a) Nula ove funkcije je: _____

1 bod

b) Jednačina vertikalne asimptote je: _____

1 bod

c) Za koje vrijednosti x - a je funkcija negativna? _____

1 bod



1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.