ispitni centar

PRAVA MJERA ZNANJA

DRŽAVNO TAKMIČENJE 2016.

ŠIFRA UČENIKA

OSNOVNA ŠKOLA

FIZIKA

UKUPAN BROJ OSVOJENIH BODOVA

Test pregledala/pregledao

....

....

Podgorica, ... 20......... godine

Upustva za takmičare

1. Svi zadaci nose jednak broj poena (20), tako da maksimalan broj poena iznosi 100.

2. Vrijeme rada je 150 minuta.

3. Svaka ispravno napisana formula ili zaključak koji je u vezi sa rješenjem zadatka se boduje prema jedinstvenom kriterijumu.

4. Molimo takmičare da pišu rješenja sa komentarima pregledno i jasno, da numerišu formule koje koriste prilikom izvođenja, da bi ocjenjivači lako i brzo mogli da prate postupak njihovog rješenja.

5. Prilikom rješavanja treba obavezno koristiti oznake navedene u formulaciji zadatka.

6. Poželjno je da se prilikom rješenja svi zadaci ilustruju odgovarajućim crtežom, na kojem su ukazane relevantne fizičke veličine (brzine, sile, rastojanja, ...)

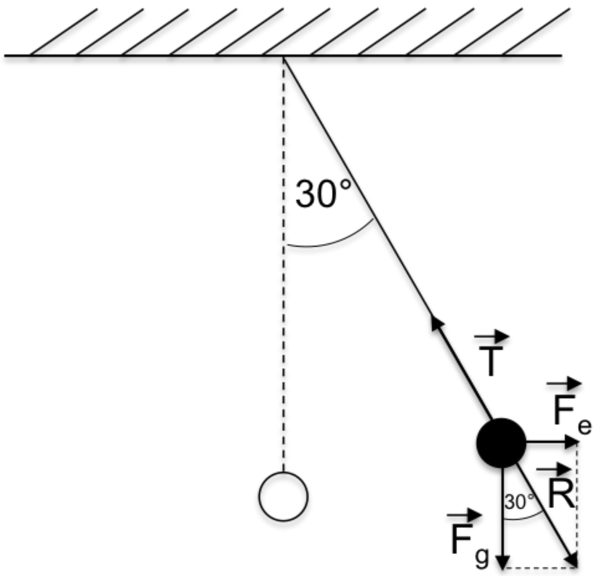
7. Zadatke treba riješiti tako da se dobije konačni analitički izraz tražene fizičke veličine u funkciji od veličina datih u formulaciji zadatka. Na kraju treba i izračunati i brojnu vrijednost, za što se može koristiti i džepni kalkulator.

ZADACI

1. Kuglica mase 10 g i naelektrisanja 3 μC okačena je o neistegljivu izolatorsku nit. Gornji kraj niti je učvršćen u jednoj tački. Kada se uključi homogeno električno polje čije su linije horizontalne, nit sa kuglicom otkloni se od vertikale za 30°.

a) Kolika je jačina polja?
b) Kolikom silom se zateže nit?
c) Koliki je period malih oscilacija oko novog položaja ravnoteže? Dužina niti je ℓ=30 cm.

Rješenje:



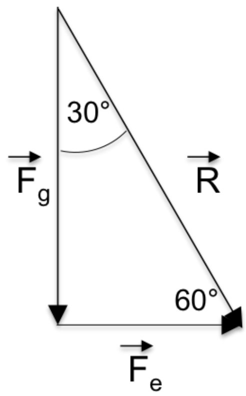
… 3 boda

Sile koje djeluju na kuglicu prikazane su na slici.

a) Sila zatezanja kanapa T jednaka je rezultanti gravitacione i električne sile, R (ravnoteža)

$$T = R$$ ... 1 bod

Na osnovu Pitagorine teoreme, primijenjene na pravougli trougao, gravitaciona sila F_g i rezultana R povezane su relacijom:



$F_g = \frac{\sqrt{3}}{2} R$ (1) ... 1 bod

a električna sila F_e i rezultanta R relacijom:

$F_e = \frac{1}{2} R$ (2) ... 1 bod

$$\left.\begin{array}{l} \text{Iz (1)} \quad R = \frac{2}{\sqrt{3}} F_g \\ \\ \text{Iz (2)} \quad R = 2F_e \end{array}\right\} \rightarrow \quad \frac{2}{\sqrt{3}} F_g = 2F_e$$ ... 1 bod

$\frac{mg}{\sqrt{3}} = qE$ ... 1 bod

$E = \frac{mg}{\sqrt{3}q}$ ... 1 bod

$E = 19.2 \frac{kN}{C}$ ... 1 bod

b) Iz (1) $R = \frac{2}{\sqrt{3}} F_g$ ... 1 bod

$R = \frac{2}{\sqrt{3}} mg$ ... 1 bod

$R = 0.12\ N$ ... 1 bod

$T = R$

$T = 0.12$ ... 1 bod

c) Kada na kuglicu klatna djeluje samo gravitaciona sila $F_g = mg$, tada
je period oscilovanja klatna

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$ ... 2 boda

U novom položaju ravnoteže oscilovanje klatna vrši se pod dejstvom rezultantne sile $R = mg'$, $R = \frac{2}{\sqrt{3}}mg$, tako da je efektivno gravitacione ubrzanje

$$g' = \frac{2}{\sqrt{3}}g = 11.56\ \frac{m}{s^2}$$ ... 2 boda

Period oscilovanja klatna oko novog položaja je:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l\sqrt{3}}{2g}}$$

... 2 boda

$$T = 1.01\ s$$

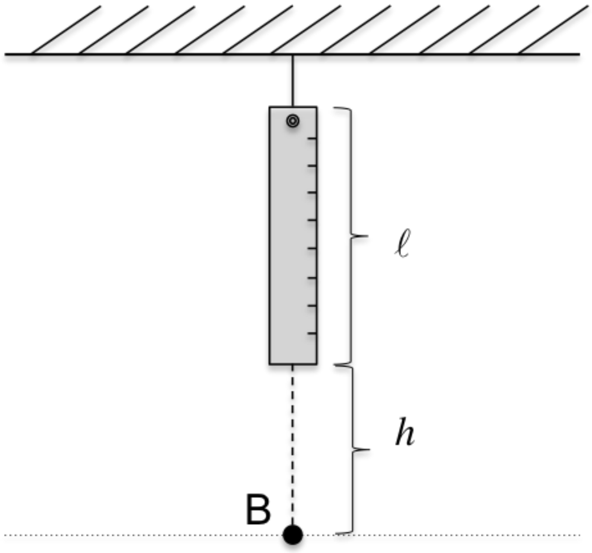
2. Lenjir dužine 25 cm obješen je koncem za zid. Ispod lenjira u zidu se nalazi mali otvor. Na kojoj visini od otvora treba da se nalazi donja ivica lenjira, da bi, poslije pregorijevanja konca, lenjir, padajući naniže, pokrivao otvor tokom vremena 0.1 s?

Rješenje:

Donja ivica lenjira stigne do otvora (tačka B na slici), za vrijeme t, a otvor je pokriven lenjirom tokom vremena Δt:

$$\mathrm{h} = \frac{gt^2}{2}$$ ... 2 boda

$$\mathrm{h} + \ell = \frac{g(t+\Delta t)^2}{2}$$ ... 3 boda



… 2 boda

$$\frac{g(t+\Delta t)^2}{2} = \frac{gt^2}{2} + \ell$$ ... 2 boda

$$\frac{g(t^2+2t\Delta t+\Delta t^2)}{2} = \frac{gt^2}{2} + \ell$$ ... 2 boda

$$\frac{gt^2}{2} + gt\Delta t + \frac{g\Delta t^2}{2} - \ell = \frac{gt^2}{2}$$ ... 2 boda

$$gt\Delta t = \ell - \frac{g\Delta t^2}{2}$$ ... 2 boda

$t = \frac{\ell - \frac{g\Delta t^2}{2}}{g\Delta t}$ ... 1 bod

$t = \frac{2\ell - g\Delta t^2}{2g\Delta t}$ ... 1 bod

$t = 0.2\ s$ ... 1 bod

$h = \frac{gt^2}{2}$

... 2 boda

$h = 0.2\ m$

3. Dvije jednake aluminijske kuglice $\rho_{Al} = 2{,}7 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$,svaka poluprečnika $r = 1\ cm$, navučene su na lak, neprovodni, tanak štap i potopljene u kerozin ($\rho_K = 800 \frac{kg}{m^3}, \varepsilon_r = 2$). Gornja kuglica je fiksirana, a donja može da se kreće duž štapa. Od svake milijarde atoma donje kuglice oduzme se jedan elektron i prebaci na gornju kuglicu. Na kom rastojanju treba da se nalaze centri kuglica da bi donja kuglica bila u ravnoteži?

Elementarna količina naelektrisanja $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$

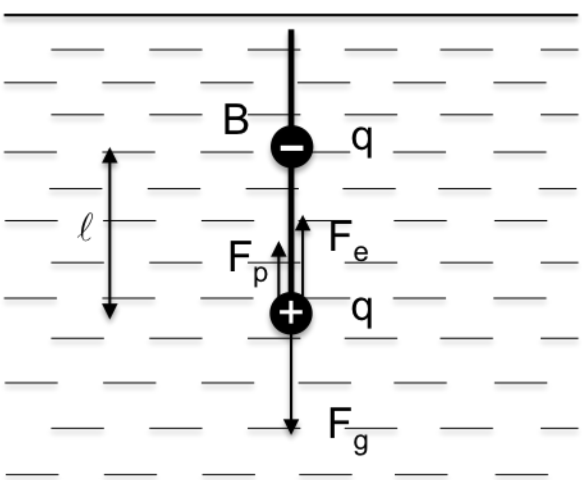
Avogadrov broj $Na = 6{,}02210^{23} mol^{-1}$

$M_{Al} = 13 \frac{g}{mol}$

$(V_{kuglice} = \frac{4}{3} r^3 \pi)$

$(K' = \frac{K}{\varepsilon_r})$ umjesto K za Kulonovu silu koristiti K'

Rješenje:



... 2 boda

Kada se elektroni sa donje kuglice premjeste na gornju, kuglice će međusobno djelovati Kulonovom silom.

Na donju kuglicu djeluju: Kulonova sile, gravitaciona sila

$$F_g = mg$$ ... 1 bod

$$F_g = \rho_{Al} \cdot V \cdot g$$ ... 1 bod

$$F_g = \rho_{Al} \cdot \frac{4}{3} r^3 \pi \cdot g \ ,$$ ... 1 bod

i sila potiska:

$$F_p = \rho_K \cdot V \cdot g$$ ... 1 bod

$$F_p = \rho_K \cdot \frac{4}{3} r^3 \pi \cdot g$$ ... 1 bod

Donja kuglica biće u ravnoteži kada je:

$$F_e + F_p = F_g$$ ... 1 bod

Odakle je: $F_e = F_g - F_p$ ... 1 bod

$$F_e = (\rho_{Al} - \rho_K) \frac{4}{3} r^3 \pi \cdot g$$ ... 1 bod

$$F_e = 0.0795\, N$$ ... 1 bod

Količina naelektrisanja svake kuglice je

$$|q| = N \cdot e,$$ ... 1 bod

gdje je N broj premještenih elektrona. Koliko je elektrona premješteno? Treba odrediti koliko atoma aluminijuma sadrži kuglica. Znamo da u jednom molu ima $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ čestica. Broj čestica je tada

$$N = n_m \cdot N_A$$ ... 1 bod

n_m- količina supstancije

$n_m = \frac{m}{M}$, gdje je m masa kuglice, a M molarna masa aluminijuma. Dakle broj atoma u kuglici je

$$N = \frac{m}{M} \cdot N_A = 5.23 \cdot 10^{23}$$ ... 1 bod

Kako je na svakih 10^9 atoma kuglice premješten po jedan elektron broj premještenih elektrona je

$$N_e = 5.23 \cdot 10^{14} \qquad \text{... 1 bod}$$

Zato je naelektrisanje kuglice (donje)

$$q_+ = e \cdot N_e = 8.34 \cdot 10^{-5} C \qquad \text{... 1 bod}$$

a gornje

$$q_- = -8.34 \cdot 10^{-5} C \qquad \text{... 1 bod}$$

Intenzitet privlačne sile je

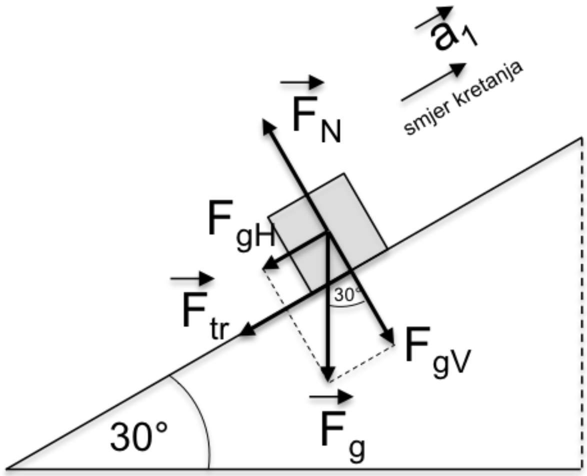
$$F_e = K' \frac{q^2}{\ell^2} \qquad \text{... 1 bod}$$

Odakle je

$$\ell = \sqrt{\frac{K' q^2}{F_e}} = 19\, m \qquad \text{... 2 boda}$$

4. Zaleđena strana brda nagnuta je prema horizontali za ugao 30˚. Uz nju se kreće kamen odozdo naviše i za vrijeme t=3 s, pređe rastojanje s=24 m, a zatim klizi naniže. Koliko će vremena t_1 trajati klizanje kamena naniže, do početnog položaja? Odrediti koeficijent trenja.

Rješenje:



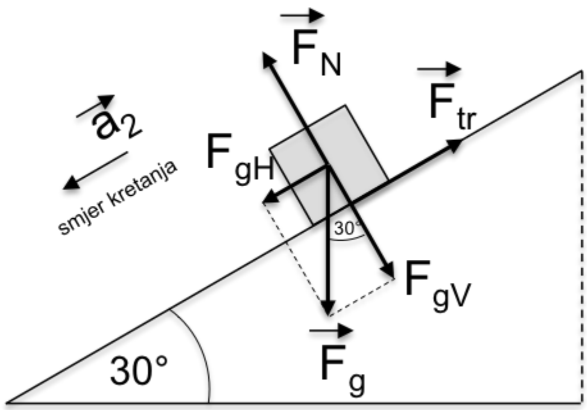
... 2 boda

Na osnovu jednačine kretanja kamena naviše:

$$ma_1 = F_{gH} + F_{tr}$$ ... 2 boda

$$ma_1 = \frac{1}{2}F_g + \mu F_g \frac{\sqrt{3}}{2}$$ ... 1 bod

$$a_1 = \frac{1}{2}g + \mu g \frac{\sqrt{3}}{2}$$ ... 1 bod



... 2 boda

Na osnovu jednačine kretanja kamena naniže:

$$ma_2 = F_{gH} - F_{tr}$$ ... 1 bod

$$ma_2 = \frac{1}{2}F_g - \mu F_g \frac{\sqrt{3}}{2}$$ ... 1 bod

$$a_2 = \frac{1}{2}g - \mu g \frac{\sqrt{3}}{2}$$ ... 1 bod

$$\underline{s_1 = s_2}$$ ... 1 bod

$$s = \frac{1}{2}a_1 t^2 = \frac{1}{2}a_2 {t_1}^2$$ ... 1 bod

$$s = \frac{1}{2}a_1 t^2 \Rightarrow a_1 = \frac{2s}{t^2}$$ ... 1 bod

$$\frac{1}{2}g(1 + \mu\sqrt{3}) = \frac{2s}{t^2} \qquad (1)$$ ... 1 bod

$$s = \frac{1}{2}a_2 {t_1}^2 \Rightarrow a_2 = \frac{2s}{{t_1}^2}$$ ... 1 bod

$$\frac{1}{2}g(1 - \mu\sqrt{3}) = \frac{2s}{{t_1}^2} \qquad (2)$$ ... 1 bod

Sabiranjem (1) i (2) dobija se

$$t_1 = t\sqrt{\frac{s}{\frac{gt^2}{2} - s}} = 3.21\ s$$ ... 1 bod

Koeficijent trenja nalazimo iz relacije (1)

$$\mu\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2s}{gt^2} - \frac{1}{2}$$ ... 1 bod

$$\mu = 0.038$$ ... 1 bod

5. Ako u staklenu šuplju kuglu poluprečnika 2 cm i mase 1 g stavimo 4 g žive, kugla će lebdjeti u tečnosti nepoznate gustine. Odredi:

a) gustinu tečnosti
b) koliko treba oduzeti žive iz kugle da bi ona plivala sa ¼ svoje zapremine iznad površine tečnosti ?
(zapremina kugle je $V = \frac{4}{3}r^3\pi$)

Rješenje:

a) Ako kuglica sa živom lebdi u tečnosti, znači da je uspostavljena ravnoteža između težine kugle i sile potiska, kojom tečnost djeluje na nju:

$$Q = F_p \qquad \text{... 4 boda}$$

$$(m_k + m_ž) \cdot g = \rho g V \qquad \text{... 2 boda}$$

$$(m_k + m_ž) = \rho \cdot \frac{4}{3} r^3 \pi \qquad \text{... 2 boda}$$

$$\rho = 0{,}149 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \qquad \text{... 1 bod}$$

b) Ako kugla viri iz tečnosti jednom svojom četvrtinom zapremine, ili da je uronjena u tečnost sa tri četvrtine svoje zapremine, potrebno je da masa žive u kugli bude manja:

$$m_ž' = m_ž - \Delta m \qquad \text{... 4 boda}$$

Uslov za ravnotežu kugle tada je

$$(m_k + m_ž') \cdot g = \rho \cdot g \cdot \frac{3}{4} V \qquad \text{... 3 boda}$$

$$(m_k + m_ž') = \rho \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} r^3 \pi \qquad \text{... 2 boda}$$

$$m_ž' = m_ž - \Delta m \qquad \text{... 1 bod}$$

$$\Delta m = 1.25\, g \qquad \text{... 1 bod}$$