

ŠIFRA UČENIKA

STRUČNI ISPIT

AVGUST 2016.

MATEMATIKA

UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.
Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod rješenja zadatka otvorenog tipa krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike, geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač buduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!



PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1, \quad z = a + bi, \quad \bar{z} = a - bi, \quad a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3, \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \quad a^m : a^n = a^{m-n}, \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}, \quad (a \neq 0), \quad \sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c, \quad \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c, \quad \log_a b^r = r \log_a b,$
 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \quad \log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha,$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \cdot \tan \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao: $P = \frac{ah_a}{2}, \quad P = \frac{ab \sin \gamma}{2},$
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2}, \quad P = r \cdot s, \quad P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a, \quad$ Romb: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} \quad$ Trapez: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M, \quad V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M, \quad V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M, \quad V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Kupa: $P = B + M = R\pi(R + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa: $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $\tg \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Kružna linija: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinantnom početku i prave

$$R^2(1 + k^2) = n^2$$

- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$

Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$

- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$

Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$

- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$

Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$

- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Ako je masa jednog mrava $100mg$ ($1mg = 10^{-6}kg$), kolika je masa 1000 mrava?

- A. $0,001kg$
- B. $0,01kg$
- C. $0,1kg$
- D. $1kg$

3 boda

2. Vrijednost izraza $-2^{-2} \cdot (-2)^2 + 4^{\frac{1}{2}}$ je:

- A. -14
- B. 1
- C. 3
- D. 18

3 boda

3. Najmanji zajednički sadržalac (NZS) za imenioce $\frac{1}{3}, \frac{3}{5x}, \frac{7}{x}$ je:

- A. $3x$
- B. $5x$
- C. $15x$
- D. $15x^2$

3 boda

4.

Najmanji cijeli broj koji pripada intervalu rješenja nejednačina $3x+2 > 2x-7$ i $2x-5 < 4x-6$ je:

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. 2

3 boda

5.

Izmjerena temperatura izražena u Farenhajtima ($^{\circ}F$) iznosila je 86. Koliko je to u Celzijusovim stepenima ($^{\circ}C$)?
(Formula za konverziju: $^{\circ}F = ^{\circ}C \cdot 1,8 + 32$)

- A. 27,5
- B. 30
- C. 32,5
- D. 35

3 boda

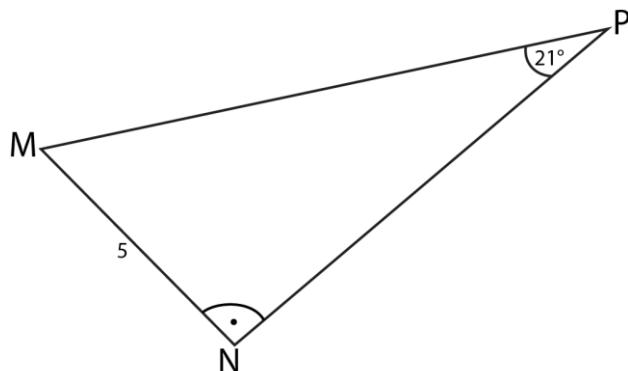
6.

Neka su x_1 i x_2 riješenja kvadratne jednačine $x^2 - 2x + 3 = 0$. Tada je vrijednost izraza $x_1 \cdot x_2$ jednaka:

- A. -3
- B. -2
- C. 2
- D. 3

3 boda

7. Iz koje jednakosti se može izraziti dužina stranice MP u datom trouglu MNP?



A. $\sin 21^\circ = \frac{5}{MP}$

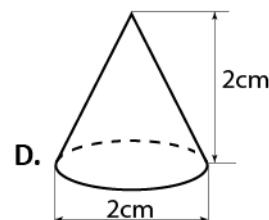
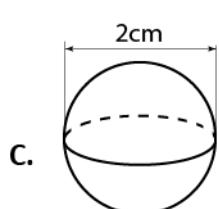
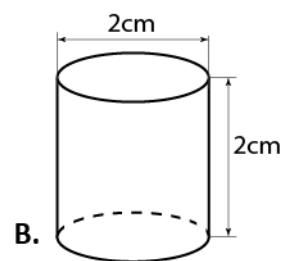
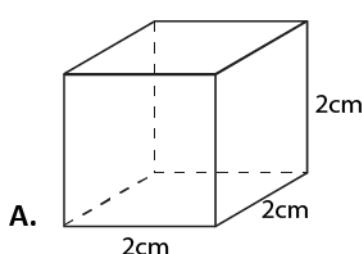
B. $\sin 21^\circ = \frac{MP}{5}$

C. $\cos 21^\circ = \frac{5}{MP}$

D. $\cos 21^\circ = \frac{MP}{5}$

3 boda

8. Koje od tijela sa slike ima najveću zapreminu?



3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

- 9.** Ema je zaradila 100 €, Rade 40% više, a Helena 80% više od Eme. Koliko procenata je veća Helenina zarada u odnosu na Radovu?

Rješenje:

3 boda

10. Rastavite na proizvod prostih činilaca.

a) $\frac{a^3}{125} - 0,027$

1 bod

b) $x^4 - x^2 + 2x - 1$

2 boda

Rješenje:

11.

Riješiti jednačinu $12x^4 - x^2 - 1 = 0$.

Rješenje:

4 boda

- 12.** Za koju vrijednost realnog parametra m funkcija $f(x) = x^2 + 6x + m$ nema realnih nula?

Rješenje:

2 boda

13. Riješiti jednačinu $6\log x - 2\log x^2 = \log 25$.

Rješenje:

3 boda

14. Izračunajte $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}$.

Rješenje:

2 boda

- 15.** Prav valjak i prava kupa imaju podudarne osnove poluprečnika $r = 3\text{ cm}$ i jednake visine $H = 4\text{ cm}$. Naći odnos površina omotača ta dva tijela.

Napomena: Uz rješenje je neophodno da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.

Rješenje:

4 boda

- 16.** Odredite koordinate tačke C koja je jednako udaljena od tačaka $A(3,0)$ i $B(0,1)$ ako je njen odstojanje od y -ose dva puta manje od njenog odstojanja od x -ose.

Rješenje:

4 boda

17.

Data je hiperbola $9x^2 - y^2 = 9$. Odredite jednačine prava koje prolaze kroz tačku $M(0, 2)$ i paralelne su asimptotama hiperbole.

Rješenje:

3 boda

18.

Koliko članova aritmetičkog niza $-14, -10, -6, \dots$ treba sabrati da se dobije zbir 0?

Rješenje:

4 boda

19. Date su funkcije $y = x^2$ i $y = -x + 2$.

a) U kojim tačkama se sijeku grafici ovih funkcija?

3 boda

b) Naći prve izvode datih funkcija.

2 boda

Rješenje:

20. Odredite inverznu funkciju za $f(x) = \sqrt{3-x}$.

Rješenje:

3 boda

