

ŠIFRA UČENIKA

STRUČNI ISPIT
AVGUST 2019.**MATEMATIKA****U P U T S T V O**
VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.
Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod rješenja zadatka otvorenog tipa krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike, geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekržite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!



PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, ($a \neq 0$), $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$,
 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao: $P = \frac{ah_a}{2}$, $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$,
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $P = r \cdot s$, $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, Romb: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M$, $V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M$, $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M$, $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

- R – oznaka za poluprečnik
- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
 - Kupa: $P = B + M = R\pi(R + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
 - Zarubljena kupa: $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
 - Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
 - Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
 - Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
 - Ugao između dvije prave: $tg \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
 - Rastojanje između tačke i prave: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
 - Kružna linija: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave
 $R^2(1 + k^2) = n^2$
 - Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
 - Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$
Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
 - Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
 - Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
 - Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Koje cifre redom treba upisati tako da se dobije broj djeljiv sa 4 i sa 9?

4(?)3(?)

- A. 9 i 2
- B. 3 i 2
- C. 9 i 4
- D. 2 i 0

3 boda

2. Koji od datih izraza ima najveću vrijednost?

- A. $2,063 \cdot 10^4$
- B. $26,03 \cdot 10^3$
- C. $63,22 \cdot 10^{-3}$
- D. $632,2 \cdot 10^{-4}$

3 boda

3. Čemu je jednako $\frac{2^{-5}}{2^{-2}} : \frac{(2^2)^{-3}}{(3+5^2):4}$?

- A. 14
- B. 56
- C. 101
- D. 104

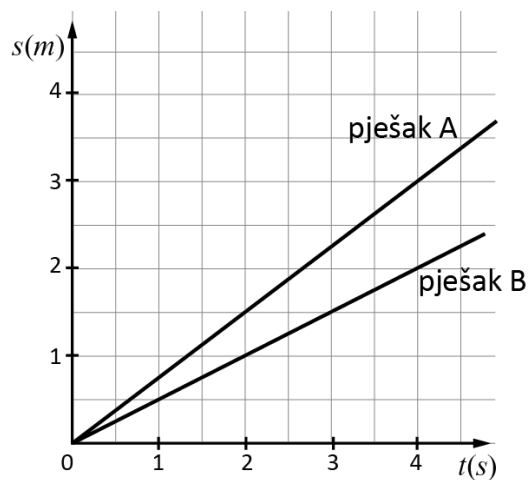
3 boda

4. Vrijednost izraza $\frac{3}{2} \log_2 3 - \log_{2^2} 27$ je

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

3 boda

5. Dati su grafici kretanja dva pješaka. Kolika je razlika u putevima koje su prešli pješaci A i B posle 3 sekunde hoda?



- A. $\frac{2}{3}m$
B. $\frac{3}{4}m$
C. $\frac{4}{3}m$
D. $\frac{3}{2}m$

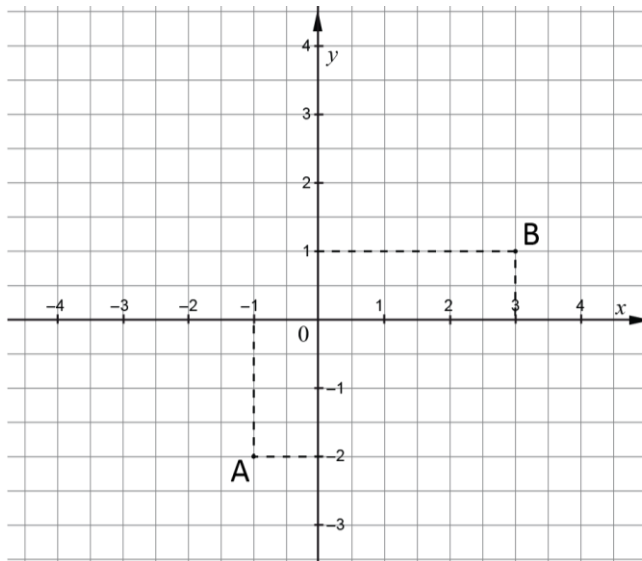
3 boda

6. Rješenja jednačine $\frac{1}{2}x^2 = 2x - \frac{13}{2}$ su:

- A. $1 \pm 5i$
B. $1 \pm \sqrt{17}i$
C. $-2 \pm 3i$
D. $2 \pm 3i$

3 boda

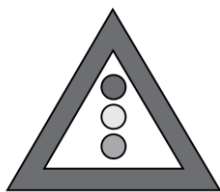
7. Kolika je dužina duži čije su krajnje tačke A i B iz datog koordinatnog sistema?



- A. $\sqrt{5}$
B. $\sqrt{7}$
C. 5
D. 25

3 boda

8. Dimenzije stranica većeg trougla kod saobraćajnog znaka su 90 cm . Površina unutrašnjeg trougla je $1600\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Koeficijent sličnosti ovih trouglova je:



- A. $\frac{9}{16}$
B. $\frac{3}{4}$
C. $\frac{9}{8}$
D. $\frac{81}{64}$

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Uprostite izraz $\left(x - \frac{y^2}{x}\right) : \left(1 + \frac{y}{x}\right)$, ($x \neq 0, x \neq -y$), a zatim izračunajte njegovu vrijednost za $x = 1,99$ i $y = 0,99$.

Rješenje:

3 boda

- 10.** Cijena proizvoda poslije sniženja od 20% iznosi 400 eura. Trgovac je još jednom snizio cijenu tako da proizvod ne košta 400 već 300 eura. Koliko procenata je sniženje kada se uporedi početna cijena proizvoda i finalna cijena od 300 eura?

Rješenje:

3 boda

- 11.** Odrediti brojeve s i t , ($s > t$) ako je njihova razlika $\frac{23}{3}$, a kada se većem broju doda dvostruka vrijednost manjeg broja, dobije se $\frac{26}{3}$.

Rješenje:

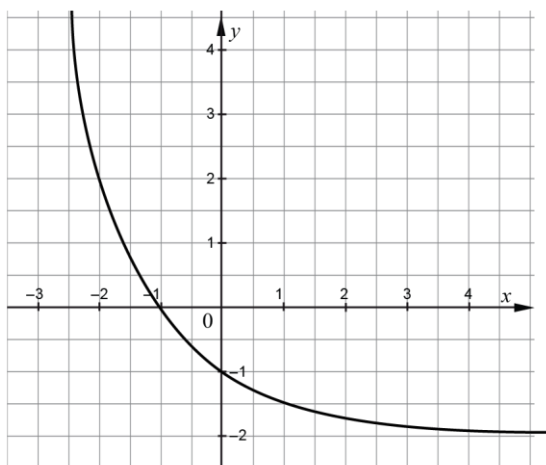
3 boda

12.

Data je funkcija $f(x) = -x^2 - 9 + 6x$. Odredite tačke presjeka sa koordinatnim osama i koordinate tjemena (tj. maksimum ili minimum).

Rješenje:*3 boda*

- 13.** Dat je grafik funkcije $f(x) = a^x + b$.



- a) Dati grafik pripada jednoj od elementarnih funkcija. Kojoj?

1 bod

- b) Odredite koeficijente a i b .

2 boda

- c) Zapišite domen (oblast definisanosti) i kodomen (oblast vrijednosti) ove funkcije.

1 bod

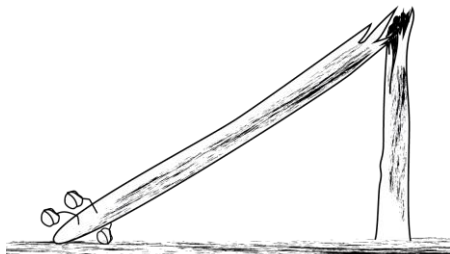
Rješenje:

14. Dokažite identitet $(\operatorname{tg}\alpha - 1)^2 + (\operatorname{tg}\alpha + 1)^2 = \frac{2}{\cos^2 \alpha}$.

Rješenje:

3 boda

- 15.** Za vrijeme oluje stub se prelomio na dva dijela koji su ostali spojeni. Prelomljeni dio dužine 7 m sa tlom zaklapa ugao od 30° . Kolika je bila prvobitna visina stuba?



Rješenje:

2 boda

- 16.** Visine, H_1 i H_2 , dvije prave kupe istih osnova (baza) odnose se 1:3. Zapremina prve kupe je $36\pi \text{ cm}^3$. Izračunajte zapreminu druge kupe?

Napomena: Uz rješenje je **neophodno** da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.

Rješenje:

3 boda

17.

Data je jednačina prave $mx + 2y - 3 = 0$. Odredite parameter m tako da prava sadrži tačku $M(-1, 4)$, a zatim izračunajte rastojanje između date prave i koordinatnog početka.

Rješenje:*2 boda*

18. Suma prvih 8 članova aritmetičkog niza je 72, a razlika je 2. Kako glasi peti član tog niza?

Rješenje:

3 boda

19. Izračunajte $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$.

Rješenje:

2 boda

20. Naći drugi izvod funkcije $f(x) = \frac{1}{x^5} - 5x$.

Rješenje:

2 boda

