ŠIFRA UČENIKA

STRUČNI ISPIT

JUN 2018.

MATEMATIKA

UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.
Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.
Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod rješenja zadatka otvorenog tipa krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).
Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike, geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.
Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.
Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.
Želimo vam puno uspjeha!

M86922

PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1, \quad z = a + bi, \quad \bar{z} = a - bi, \;\; a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3, \qquad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}, (a \neq 0)$, $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\dfrac{b}{2a}, \dfrac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$,

  $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} b = \dfrac{1}{k} \log_a b$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha$, $\qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \sin\beta \cos\alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\beta \sin\alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \dfrac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha + \sin\beta = 2 \sin\dfrac{\alpha + \beta}{2} \cos\dfrac{\alpha - \beta}{2}$, $\qquad \sin\alpha - \sin\beta = 2 \cos\dfrac{\alpha + \beta}{2} \sin\dfrac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos\dfrac{\alpha + \beta}{2} \cos\dfrac{\alpha - \beta}{2}$, $\qquad \cos\alpha - \cos\beta = -2 \sin\dfrac{\alpha + \beta}{2} \sin\dfrac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$
- Trougao: $P = \dfrac{ah_a}{2}$, $P = \dfrac{ab \sin\gamma}{2}$,

  $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \dfrac{a + b + c}{2}$, $\quad P = r \cdot s$, $\quad P = \dfrac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, $\qquad$ Romb: $P = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$ $\qquad$ Trapez: $P = \dfrac{a + b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M$, $\quad V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M$, $\quad V = \dfrac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M$, $\quad V = \dfrac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R+H)$, $V = B\cdot H = R^2\pi H$
- Kupa: $P = B + M = R\pi(R+l)$, $V = \frac{1}{3}B\cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa : $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3) + x_2(y_3-y_1) + x_3(y_1-y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $tg\varphi = \left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left|\frac{Ax_0+By_0+C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right|$
- Kružna linija: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$
  Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinantnom početku i prave
  $R^2(1+k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2-b^2}, 0)$
  Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2+b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$
  Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
  Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{a_1+a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1\cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, $q\neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Vrijednost brojevnog izraza $(0,5+0,25+0,125)^{-1}$ je:

A. $\frac{8}{5}$

B. $\frac{8}{7}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{7}{8}$

3 boda

2. Najveći zajednički djelilac za polinome x^2-4x+4, x^2-4, x^3-8 je:

A. $x-2$

B. $x+2$

C. $(x-2)^2(x+2)^2$

D. $(x-2)^2(x+2)(x^2+x+4)$

3 boda

3. Koja se funkcija dobija kada se odsječak na y-osi funkcije $f(x)=\frac{1}{5}x-5$ uveća za 4?

A. $g(x)=4\frac{1}{5}x-1$

B. $g(x)=4\frac{1}{5}x-9$

C. $g(x)=\frac{1}{5}x-9$

D. $g(x)=\frac{1}{5}x-1$

3 boda

4. Date su nejednačine $\frac{x}{2}-\frac{x-4}{3}>0$ i $x-4>3x+6$.

Koji od datih brojeva se nalazi u skupu rješenja obje nejednačine?

A. -9

B. -7

C. -5

D. -3

3 boda

5. $tg\,(-300^\circ)$ jednak je:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{3}$

D. $-\sqrt{3}$

3 boda

6. Jedna osnovica trapeza je $\frac{4}{5}$ druge osnovice. Za koliko se razlikuju osnovice trapeza ako je srednja linija trapeza $18\,cm$?

A. $4\,cm$

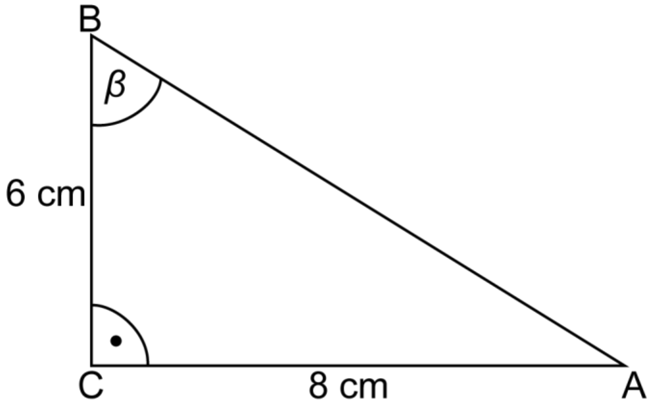
B. $6\,cm$

C. $8\,cm$

D. $12\,cm$

3 boda

7. Ako su u pravouglom trouglu ABC katete dužine $6\,cm$ i $8\,cm$, koliko je $\sin\beta$?



A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{4}{3}$

3 boda

8. Oblast definisanosti funkcije $f(x)=\frac{5}{\sqrt{x}-1}$ je:

A. $(0,+\infty)$

B. $[0,+\infty)$

C. $(0,1)\cup(1,+\infty)$

D. $[0,1)\cup(1,+\infty)$

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. **a)** Rastavite na proste činioce broj 680.

1 bod

b) Sredite izraz $-a+\sqrt{4}\,a-\sqrt{9}\,a+\sqrt{16}\,a-\sqrt{25}\,a+\sqrt{36}\,a$.

1 bod

c) Izračunajte $(-3)^{-3}$.

1 bod

Rješenje:

10. Uprostite izraz $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)ab\,\frac{1}{b^2-a^2}$.

Rješenje:

2 boda

11. Cijena turističkog aranžmana je sa 280 eura, prvo povećana 15%, a zatim smanjena 15%. Kolika je nova cijena aranžmana?

Rješenje:

2 boda

12. Riješite sistem jednačina $\begin{cases} \dfrac{5x-6}{5x+y}=\dfrac{4}{5} \\ (x-2)\left(x^2+2x+4\right)=y+x^3 \end{cases}$.

Rješenje:

3 boda

13. Riješite jednačinu $5^{-\frac{x+2}{3}} \cdot 5^{x^2+2x} = 1$.

Rješenje:

3 boda

14. Riješite jednačinu $2\log\sqrt{x+1}=1$.

Rješenje:

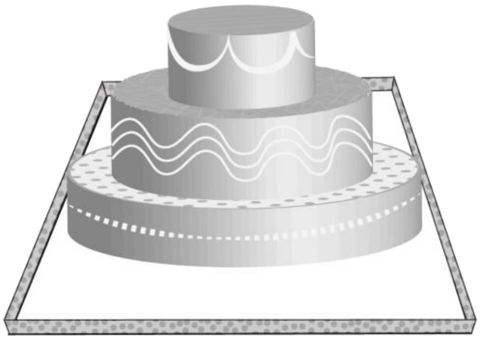
3 boda

15. Dokažite da važi $\sin(x-y)\sin(x+y)=\sin^2 x-\sin^2 y$.

Rješenje:

3 boda

16. Trospratnu toru kao na crtežu treba prekriti dekor masom. Kod torte je najveći prečnik $30cm$, a svaki naredni je za $10cm$ manji. Visina „prvog sprata“ je $10cm$, a svakog sljedećeg je za $5cm$ veća. Izračunajte koliku površinu torte treba prekriti dekor masom.



Rješenje:

4 boda

17. Neka prava p sadrži tačke $A(4,7)$ i $B(0,3)$. Odredite ugao koji prava zaklapa sa pozitivnim dijelom x - ose i koordinate tačke u kojoj prava p siječe y - osu.

Rješenje:

3 boda

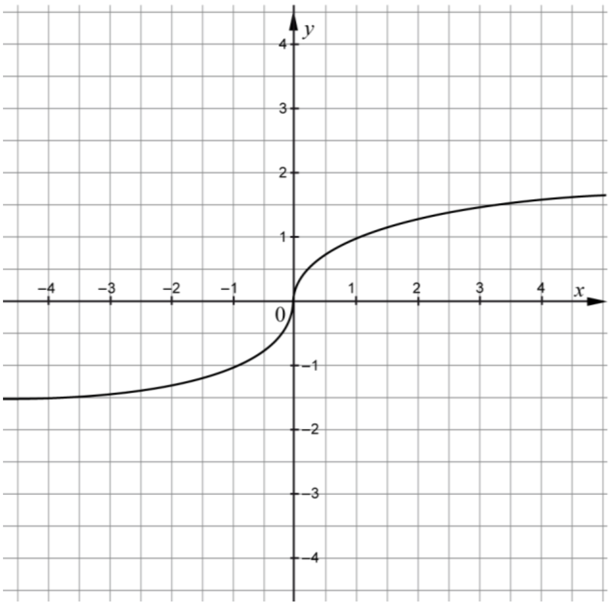
18. Data je hiperbola $x^2 - y^2 = 1$. Izračunajte površinu trougla koji grade asimptote hiperbole i prava $y = 2$.

Napomena: Nacrtati skicu koja odgovara tekstu zadatka

Rješenje:

3 boda

19. U datom koordinantnom sistemu je prikazan grafik funkcije $f(x)=\sqrt[3]{x}$.



Za datu funkciju odredite:

a) funkciju $f^{-1}(x)$ koja je inverzna datoj;

1 bod

b) znak funkcije;

1 bod

c) intervale monotonosti.

1 bod

Rješenje:

20. Neka su aritmetički nizovi (a_n) i (b_n) zadati na sljedeći način:

(a_n): **161, 157, 153, 149, 145,...**

(b_n): **0, 3, 6, 9, 12,...**

Odredite n tako da važi $a_n = b_n$.

Rješenje:

3 boda