

ŠIFRA UČENIKA

STRUČNI ISPIT

JUN 2019.

# MATEMATIKA

## U P U T S T V O

### VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

**Pribor:** grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.  
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

**Pažljivo pročitajte uputstvo.**

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.  
Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod rješavanja zadatka otvorenog tipa krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

**Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:**

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike, geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekržite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!



\* M 9 5 9 6 4 \*



**PRAZNA STRANA**

## FORMULE

- $i^2 = -1$ ,  $z = a + bi$ ,  $\bar{z} = a - bi$ ,  $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ,  $a^m : a^n = a^{m-n}$ ,  $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ , ( $a \neq 0$ ),  $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole:  $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ ,  $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ ,  $\log_a b^r = r \log_a b$ ,  
 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ,  $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ ,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao:  $P = \frac{ah_a}{2}$ ,  $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$ ,  
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ,  $P = r \cdot s$ ,  $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram:  $P = a \cdot h_a$ , Romb:  $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$  Trapez:  $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma:  $P = 2B + M$ ,  $V = B \cdot H$
- Piramida:  $P = B + M$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida:  $P = B_1 + B_2 + M$ ,  $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

- $R$  – oznaka za poluprečnik
- Valjak:  $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$ ,  $V = B \cdot H = R^2\pi H$
  - Kupa:  $P = B + M = R\pi(R + l)$ ,  $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
  - Zarubljena kupa:  $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$ ,  $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
  - Sfera:  $P = 4R^2\pi$       Lopta:  $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
  - Rastojanje između dvije tačke:  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
  - Površina trougla:  $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
  - Ugao između dvije prave:  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
  - Rastojanje između tačke i prave:  $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
  - Kružna linija:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$   
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave  
 $R^2(1 + k^2) = n^2$
  - Elipsa:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$   
Uslov dodira prave i elipse:  $a^2k^2 + b^2 = n^2$
  - Hiperbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ , asimptote hiperbole  $y = \pm\frac{b}{a}x$   
Uslov dodira prave i hiperbole:  $a^2k^2 - b^2 = n^2$
  - Parabola:  $y^2 = 2px$ ,  $F(\frac{p}{2}, 0)$   
Uslov dodira prave i parabole:  $p = 2kn$
  - Aritmetički niz:  $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
  - Geometrijski niz:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ ,  $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Koliko ima prirodnih brojeva  $n$  koji zadovoljavaju  $50 < n^2 < 250$ ?

- A. 7
- B. 8
- C. 9
- D. 10

3 boda

2. Čemu je jednako  $\sqrt{\frac{2500}{0,1 \cdot 0,1}}$ ?

- A. 0,5
- B. 5
- C. 50
- D. 500

3 boda

3. Cijena frižidera je 300 €. Trgovac nudi sljedeće povoljnosti pri kupovini:

- 18% se plaća odmah, gotovinom,
- ostatak se dijeli u 6 jednakih mjesečnih rata.

Koliki je iznos rate?

- A. 40 €
- B. 41 €
- C. 50 €
- D. 54 €

3 boda

4.

Vozač je za 16 minuta prešao 28 kilometara. Koliko će kilometara preći za 36 minuta pod uslovom da je brzina kretanja konstantna?

- A. 53
- B. 58
- C. 63
- D. 68

3 boda

5. Koji od datih intervala je skup rješenja nejednačine  $(x+2)^2 > 0$ ?

- A.  $\emptyset$
- B.  $R$
- C.  $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$
- D.  $(-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$

3 boda

6. Koja od datih funkcija je parna?

- A.  $f(x) = \cos x$
- B.  $f(x) = \sin x$
- C.  $f(x) = \operatorname{tg} x$
- D.  $f(x) = \operatorname{ctg} x$

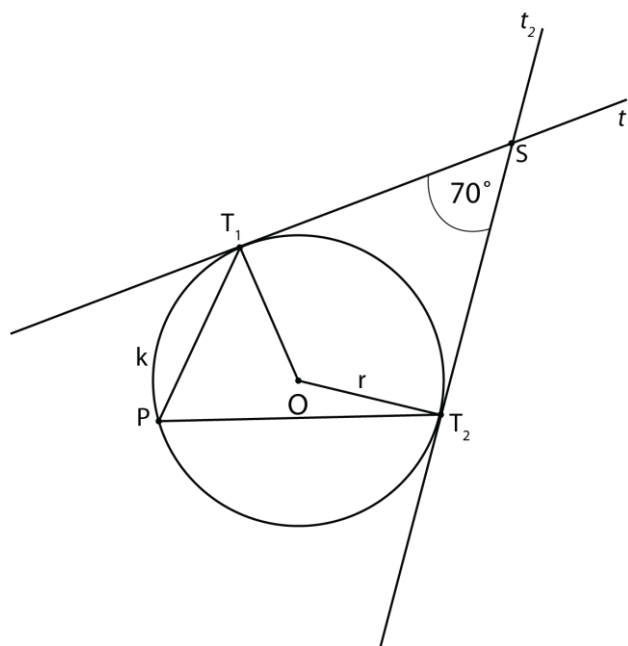
3 boda

7. Za koju vrijednost parametra  $a$  su prave  $3x - 2y + 5 = 0$  i  $6x + ay - 4 = 0$  paralelne?

- A.  $-9$
- B.  $-4$
- C.  $4$
- D.  $9$

3 boda

8. Tangente  $t_1$  i  $t_2$  u tačkama  $T_1$  i  $T_2$  kružne linije  $k(O, r)$  se sijeku u tački  $S$  i zaklapaju ugao od  $70^\circ$ . Na osnovu podataka sa crteža se može izračunati da je mjera ugla  $\sphericalangle T_1PT_2$  jednaka:



- A.  $35^\circ$
- B.  $55^\circ$
- C.  $70^\circ$
- D.  $110^\circ$

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

**9.** Rastavite na činioce  $x^5 - x^3 - x^2 + 1$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

**10.** Riješite sistem jednačina  $\begin{cases} x : y = 5 : 3 \\ 9x - 10y = 30 \end{cases}$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

**11.** Riješite jednačinu  $\frac{3}{x+2} + \frac{1}{x-2} = 1$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

- 12.** Odredite vrijednost parametra  $k$  u jednačini  $x^2 + (2k - 1)x + 5 = 0$  ako je poznato da za rješenja jednačine važi  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

**13.**

a) U datom koordinatnom sistemu skicirajte grafik kvadratne funkcije  $f(x)$  koja ima nule  $x_1 = -2$  i  $x_2 = 2$ , a  $y$ -osu siječe u tački  $(0, -4)$ .

*1 bod*

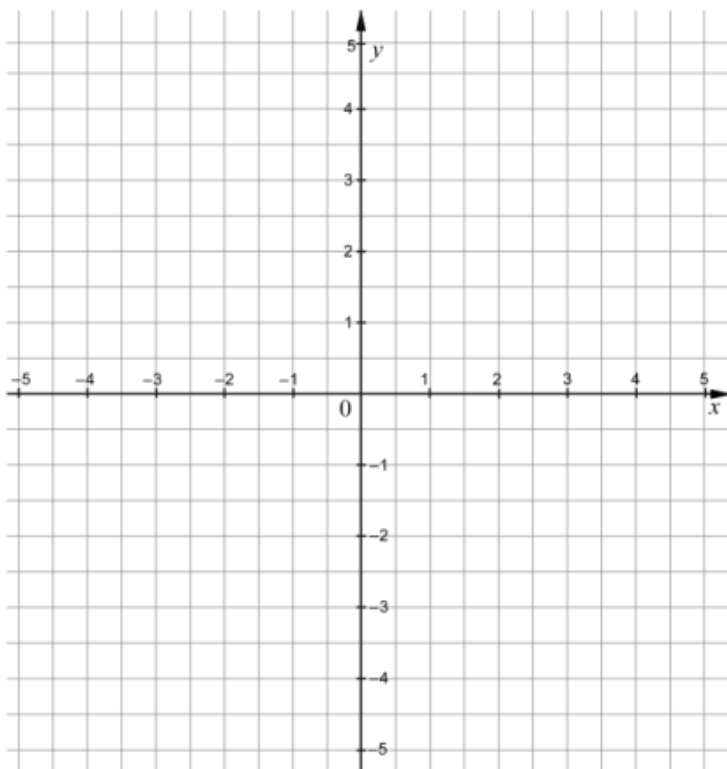
b) Odredite znak funkcije  $f(x)$ .

*1 bod*

c) Navedite intervale monotonosti funkcije  $f(x)$ .

*1 bod*

**Rješenje:**



**14.** Riješite jednačinu  $\left(4^{\frac{1}{3}}\right)\left(4^{\frac{2}{3}}\right)^4 = 64^{x+4}$ .

Rješenje:

*3 boda*

**15.** Izračunajte  $\log_4(\log_2 16)$ .

**Rješenje:**

*2 boda*

**16.** Stranica AB pravougaonika ABCD je 4 cm, a kosinus ugla koji obrazuje ta stranica sa dijagonalom AC je  $\frac{1}{2}$ . Odredite:

a) dužinu dijagonale;

*1 bod*

b) dužinu druge stranice pravougaonika;

*1 bod*

c) mjeru uglova trougla ABC.

*1 bod*

**Rješenje:**

**17.** Odredite zapreminu valjka ako je njegov omotač kvadrat stranice 2 cm.

*Napomena: Uz rješenje je **neophodno** da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.*

**Rješenje:**

*3 boda*

- 18.** Ako su  $A(-2,3)$ ,  $B(4,0)$  i  $C(2,6)$  tjemena trougla  $\triangle ABC$ , odrediti dužinu visine trougla koja odgovara stranici  $AB$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

**19.** Izračunajte koliko ima članova u aritmetičkom nizu  $-12, -3, 6, \dots, 159$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

**20.** Data je funkcija  $f(x) = \frac{\sin 2x}{\sin x}$ . Odredite:

a) domen (oblast definisanosti) funkcije.

*1 bod*

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin x}$ .

*2 boda*

**Rješenje:**





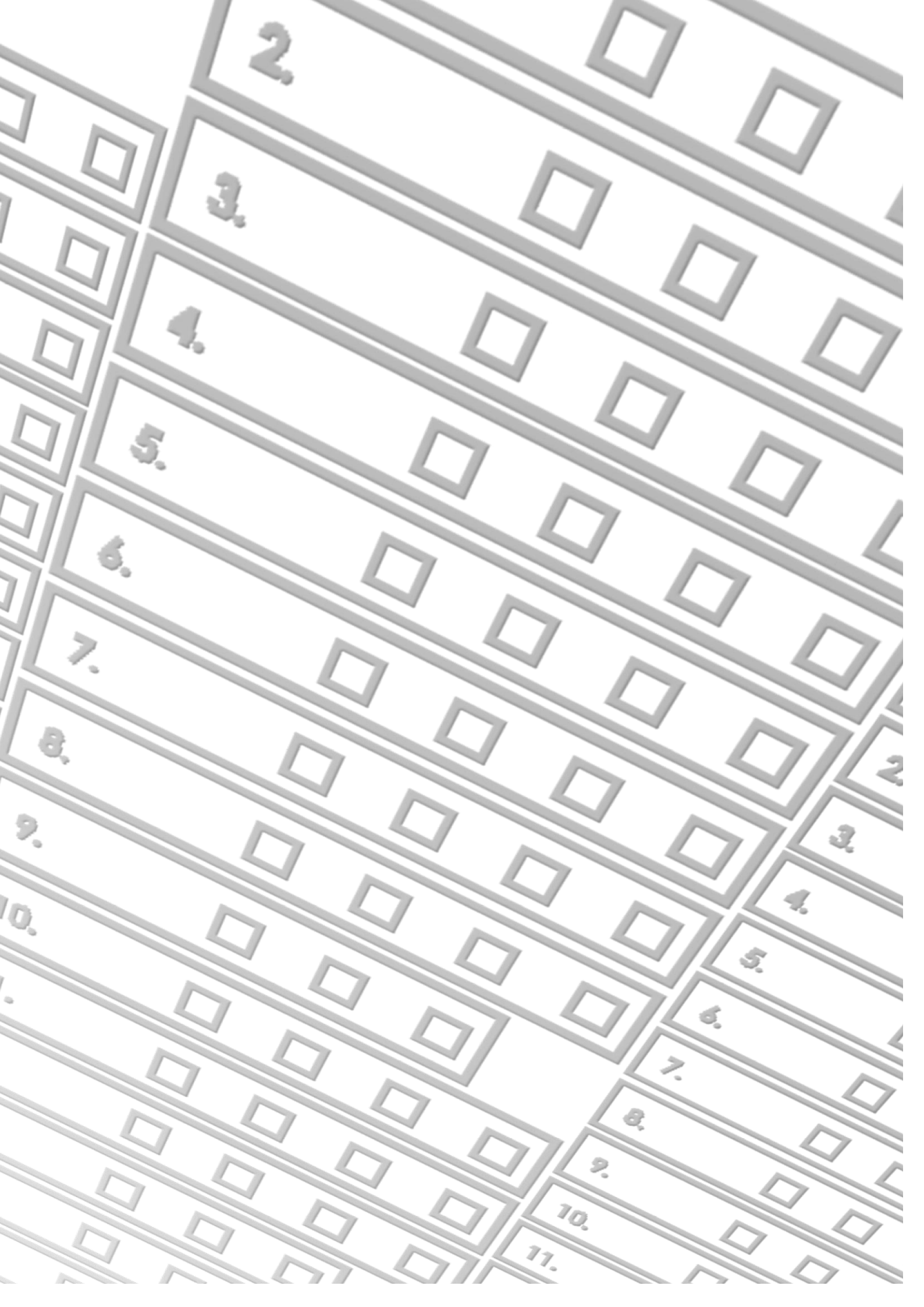












2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11