ispitni centar

ŠIFRA UČENIKA

STRUČNI ISPIT

JUN 2017.

MATEMATIKA

UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.
Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.
Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod rješenja zadatka otvorenog tipa krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).
Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike, geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.
Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.
Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.
Želimo vam puno uspjeha!

M77862

PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1, \quad z = a + bi, \quad \bar{z} = a - bi, \; a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3, \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \; a^m : a^n = a^{m-n}, \; a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}, (a \neq 0), \; \sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\dfrac{b}{2a}, \dfrac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c, \; \log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c, \; \log_a b^r = r \log_a b,$

  $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}, \; \log_{a^k} b = \dfrac{1}{k} \log_a b$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha, \qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \sin\beta \cos\alpha,$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\beta \sin\alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \dfrac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha + \sin\beta = 2 \sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}, \qquad \sin\alpha - \sin\beta = 2 \cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}, \qquad \cos\alpha - \cos\beta = -2 \sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$
- Trougao: $P = \dfrac{ah_a}{2}, \; P = \dfrac{ab\sin\gamma}{2},$

  $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \; s = \dfrac{a+b+c}{2}, \quad P = r \cdot s, \quad P = \dfrac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, Romb: $P = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M, \quad V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M, \quad V = \dfrac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M, \quad V = \dfrac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1B_2} + B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R+H)$, $V = B \cdot H = R^2 \pi H$
- Kupa: $P = B + M = R\pi(R+l)$, $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} R^2 \pi H$
- Zarubljena kupa : $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3} R^3 \pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $tg\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$
- Kružna linija: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$
  Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinantnom početku i prave
  $R^2(1+k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
  Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$
  Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
  Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Kom skupu brojeva pripada zbir $\sqrt{3}+\sqrt{11}$?

A. Prirodnih

B. Cijelih

C. Racionalnih

D. Iracionalnih

3 boda

2. Kada se u rezultatu sabiranja $\frac{5}{6}+\frac{9}{14}$ imenilac rastavi na proizvod prostih činilaca, dobija se:

A. $2\cdot 1$

B. $6\cdot 14$

C. $2\cdot 3\cdot 7$

D. $2\cdot 3\cdot 2\cdot 7$

3 boda

3. Izraz $\frac{8a^4-16a^6}{2a^3}$ je ekvivalentan sa:

A. $2a\left(1-2a^2\right)$

B. $2a\left(1-4a^4\right)$

C. $4a\left(1-2a^2\right)$

D. $8a^3(1-a)$

3 boda

4. Cijena proizvoda je prvo snižena $15\,\%$, a zatim je nova cijena snižena još za $20\,\%$ tako da je proizvod koštao 204€. Kolika je bila prvobitna cijena?

A. $275,4$€

B. 280€

C. 300 €

D. $313,8$€

3 boda

5. Koji od datih sistema jednačina ima beskonačno mnogo rješenja?

A. $3x+4y-5=0 \wedge 6x+8y-9=0$

B. $3x+4y-5=0 \wedge 9x+12y-15=0$

C. $3x+4y-5=0 \wedge 6x+8y-15=0$

D. $3x+4y-5=0 \wedge 9x+12y-10=0$

3 boda

6. Ako su α i β rješenja jednačine $x^2-9x+m=0$, koliko je $\dfrac{\alpha \cdot \beta}{\alpha+\beta}$?

A. $\dfrac{m}{9}$

B. $\dfrac{9}{m}$

C. $-\dfrac{9}{m}$

D. $-\dfrac{m}{9}$

3 boda

7. Koeficjent pravca prave p koja prolazi kroz tačku $(4,-3)$ je $\frac{1}{3}$.

Koja od datih tačaka pripada pravoj p ?

A. $(-5,1)$

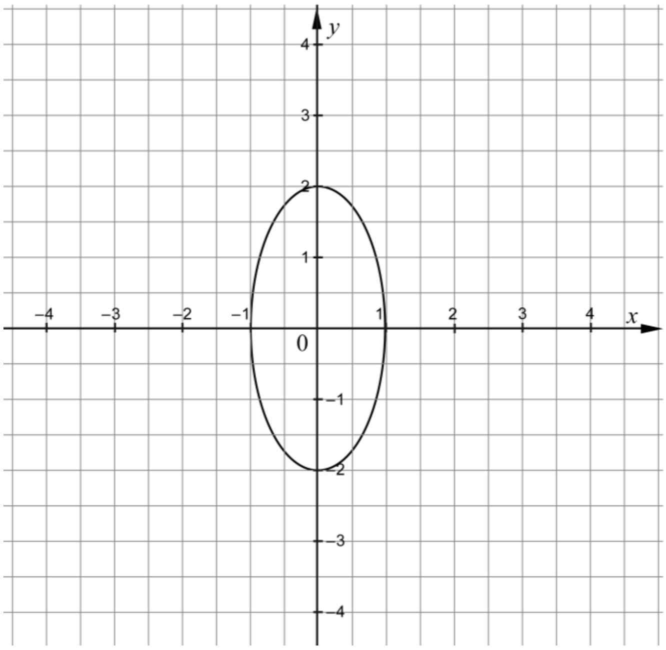
B. $(-3,1)$

C. $(2,6)$

D. $(1,-4)$

3 boda

8. Koja od datih jednačina opisuje krivu sa slike?



A. $x^2+y^2-4=0$

B. $4x^2+y^2=4$

C. $x^2-4y^2=4$

D. $y^2-4x=0$

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Uprostite izraz $(a-1)^2+2(a-1)(b+1)+(b+1)^2$, a zatim izračunajte njegovu vrijednost za $a=9{,}9$ i $b=0{,}1$.

Rješenje:

2 boda

10. Riješite jednačinu $\frac{2}{z+2}+1=\frac{z^3}{z^3+8}-\frac{1-2z}{z^2-2z+4}$.

Rješenje:

3 boda

11. Riješite nejednačinu $\frac{1}{x^2-3x-28}<0$.

Rješenje:

3 boda

12. Odredite koordinate tačaka u kojima se grafici funkcija $f(x)=x^2-1$ i $g(x)=x+1$ sijeku.

Rješenje:

3 boda

13. Eksperimentom je praćena brzina razmnožavanja bakterija. Zabilježen je eksponencijalan rast. Dio rezultata je dat u tabeli ispod.

x – vrijeme u minutama	1	3	5
y – broj bakterija	3	27	243

a) Zapišite funkciju kojom je određena brzina razmnožavanja.

1 bod

b) Izračunajte na osnovu podataka koliko će biti bakterija nakon 8 minuta.

1 bod

Rješenje:

14. Izračunajte $\log_2(\log_7 49) + 5^{1+\log_5 2}$.

Rješenje:

3 boda

15. Uprostite izraz $\frac{\sin\alpha}{1+\sin\alpha}-\frac{\sin\alpha}{1-\sin\alpha}$.

Rješenje:

2 boda

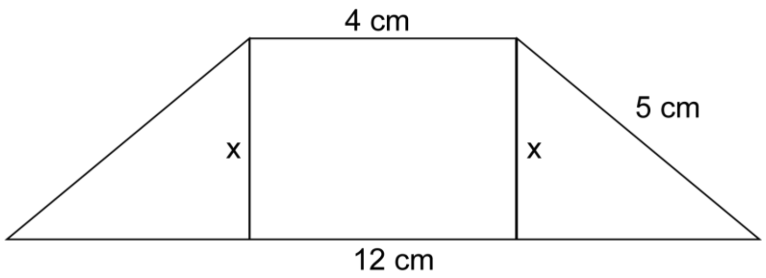
16. Izračunajte površinu piramide koja ima u osnovi kvadrat, a bočne strane su jednakostranični trouglovi. Poluprečnik opisanog kruga oko kvadrata $\sqrt{2}$.

Napomena: *Uz rješenje je* ***neophodno*** *da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.*

Rješenje:

3 boda

17. Na crtežu je jednakokraki trapez kod koga su osnovice dužine $12cm$ i $4cm$, a kraci su dužine $5cm$. Izračunajte x.



Rješenje:

2 boda

18. Neka su tačke $A(-3,3)$, $B(-2,-4)$ i $C(2,0)$ koordinate tjemena trougla ABC.

a) U datom koordinantnom sistemu nacrtajte trougao ABC.

1 bod

b) Ako su tačke M i N, središta duži BC i AC redom, **izračunajte** njihove koordinate.

1 bod

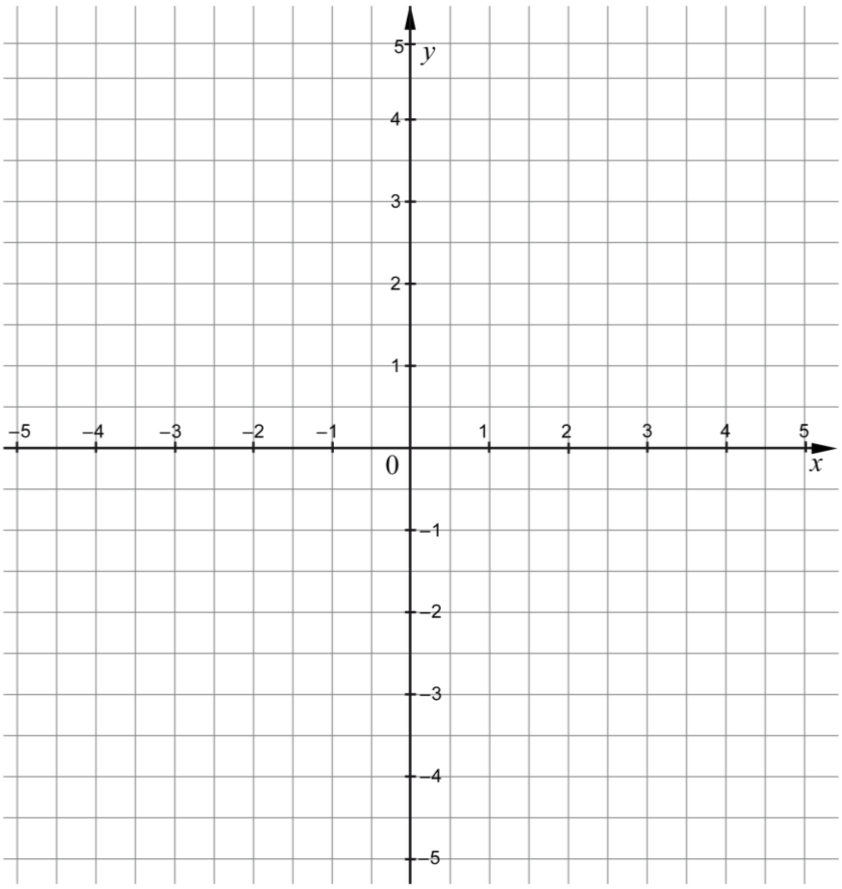
c) Zašto je $MN \parallel AB$?

1 bod

d) Odredite dužinu stranice AB.

1 bod

Rješenje:



19. Prvi član aritmetičkog niza je – 10, a deseti član je 17. Odredite razliku (diferenciju) i sumu prvih deset članova tog niza.

Rješenje:

3 boda

20. Odrediti nule prvog izvoda funkcije $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x}$.

Rješenje:

3 boda