

ŠIFRA UČENIKA

STRUČNI ISPIT

JANUAR 2018.

MATEMATIKA

U P U T S T V O

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod rješenja zadatka otvorenog tipa krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike, geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekrizite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!



* M 8 3 8 8 9 *

PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, ($a \neq 0$), $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$,
 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao: $P = \frac{ah_a}{2}$, $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$,
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $P = r \cdot s$, $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, Romb: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M$, $V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M$, $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M$, $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

- R** – oznaka za poluprečnik
- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
 - Kupa: $P = B + M = R\pi(R + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
 - Zarubljena kupa: $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
 - Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
 - Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
 - Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
 - Ugao između dvije prave: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
 - Rastojanje između tačke i prave: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
 - Kružna linija: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave
 $R^2(1 + k^2) = n^2$
 - Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
 - Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$
Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
 - Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
 - Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
 - Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Vrijednost izraza $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$ je:

- A. \sqrt{x}
- B. $\sqrt[3]{x}$
- C. $\sqrt[6]{x}$
- D. $\sqrt[8]{x}$

3 boda

2. Šta je od navedenog **netačno**?

- A. $36x - 4x : 2 = 16x$
- B. $(\sqrt{11+5} + 3)^2 : 7 + 1 = 8$
- C. $\sqrt{27 \cdot 8 : 3 - 8} = 8$
- D. $(4 - x(7 - 4) + 3x)^2 = 16$

3 boda

3. Na pitanje "Da li dolazite u školu pješice?", 90% anketiranih učenika je između odgovora DA ili NE izabralo odgovor DA. Koliko je učenika izabralo odgovor NE, ako je 297 učenika odgovorilo potvrdno?

- A. 27
- B. 30
- C. 33
- D. 36

3 boda

4. Koliki je ostatak pri dijeljenju polinoma $3x^3 - 7x^2 + 11x - 3$ sa $3x - 1$?

- A. 0
- B. 1
- C. 3
- D. 5

3 boda

5. Koja od datih jednačina **nema** rješenja u skupu realnih brojeva?

- A. $x + 1 = 0$
- B. $x^2 + 1 = 0$
- C. $x^2 - 1 = 0$
- D. $(x - \sqrt{2})^3 = 0$

3 boda

6. Šta je od ponuđenog skup rješenja nejednačine $x^2 + 2x < 0$?

- A. $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$
- B. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$
- C. $(0, 2)$
- D. $(-2, 0)$

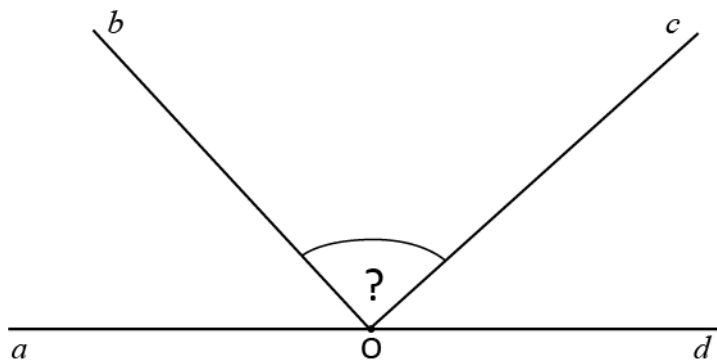
3 boda

7. Asimptota funkcije $f(x) = 2^x + 1$ je prava:

- A. $y = -1$
- B. $y = 1$
- C. $x = -1$
- D. $x = 1$

3 boda

8. Kolika je mjera $\angle bOc$ sa skice ako je $\angle aOc = 141^\circ$ i $\angle bOd = 127^\circ$?



- A. 39°
- B. 53°
- C. 77°
- D. 88°

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9.

a) Izračunajte $\left(\frac{3}{4}\right)^0 + \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$.

1 bod

b) Rastavite na činioce $a^{x+1} - a^x$.

1 bod

c) Skratite razlomak $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^3 - b^3}$.

1 bod

Rješenje:

10. Naći dva susjedna prirodna broja čiji se kvadrati razlikuju za 35.

Rješenje:

2 boda

11. Riješite jednačinu $121^{x^2-x} = 11^{8-2x}$.

Rješenje:

3 boda

12. Data je funkcija $f(x) = 1 + \log_2(x+1)$. Odredite:

- a) Domen funkcije. *1 bod*
- b) Koordinate presjeka grafika funkcije sa y -osom. *1 bod*
- c) Koordinate presjeka grafika funkcije sa x -osom. *2 boda*

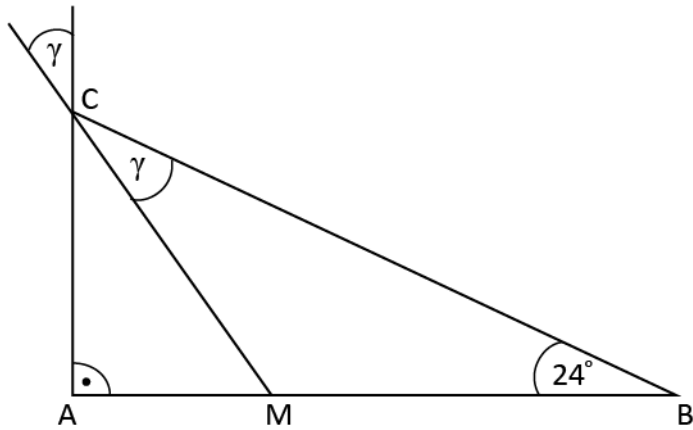
Rješenje:

13. Izračunajte $\operatorname{tg}15^\circ + \operatorname{ctg}15^\circ$.

Rješenje:

4 boda

14. Koristeći podatke sa skice odredite mjeru ugla γ .



Rješenje:

2 boda

- 15.** Metalna zarubljena kupa čiji su poluprečnici osnova 15 cm i 9 cm pretopljena je u valjak iste visine. Koliki je poluprečnik valjka?

Rješenje:

3 boda

16. Tjemena pravougaonika $ABCD$ su $A(2,1)$, $B(6,1)$, $C(6,3)$ i $D(2,3)$. Odredite

a) koordinate tačke O u kojoj se sijeku dijagonale. *1 bod*

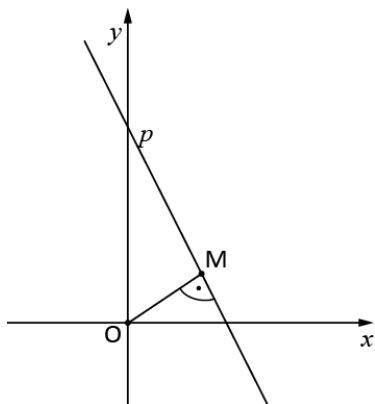
b) rastojanje od tačke O do stranice AB . *1 bod*

c) dužinu dijagonale. *1 bod*

Rješenje:

17.

Dužina duži OM , koja sa pozitivnim dijelom x – ose zaklapa ugao od 30° , je 3. Odredite jednačinu prave p sa slike.

**Rješenje:***3 boda*

- 18.** Napisati jednačinu hiperbole ako su njena tangenta i asimptote redom prave: $x + y + 1 = 0$, $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} x$.

Rješenje:

3 boda

19. Odredite količnik i peti član geometrijskog niza ako je $a_n = 3 \cdot (-2)^{n-1}$.

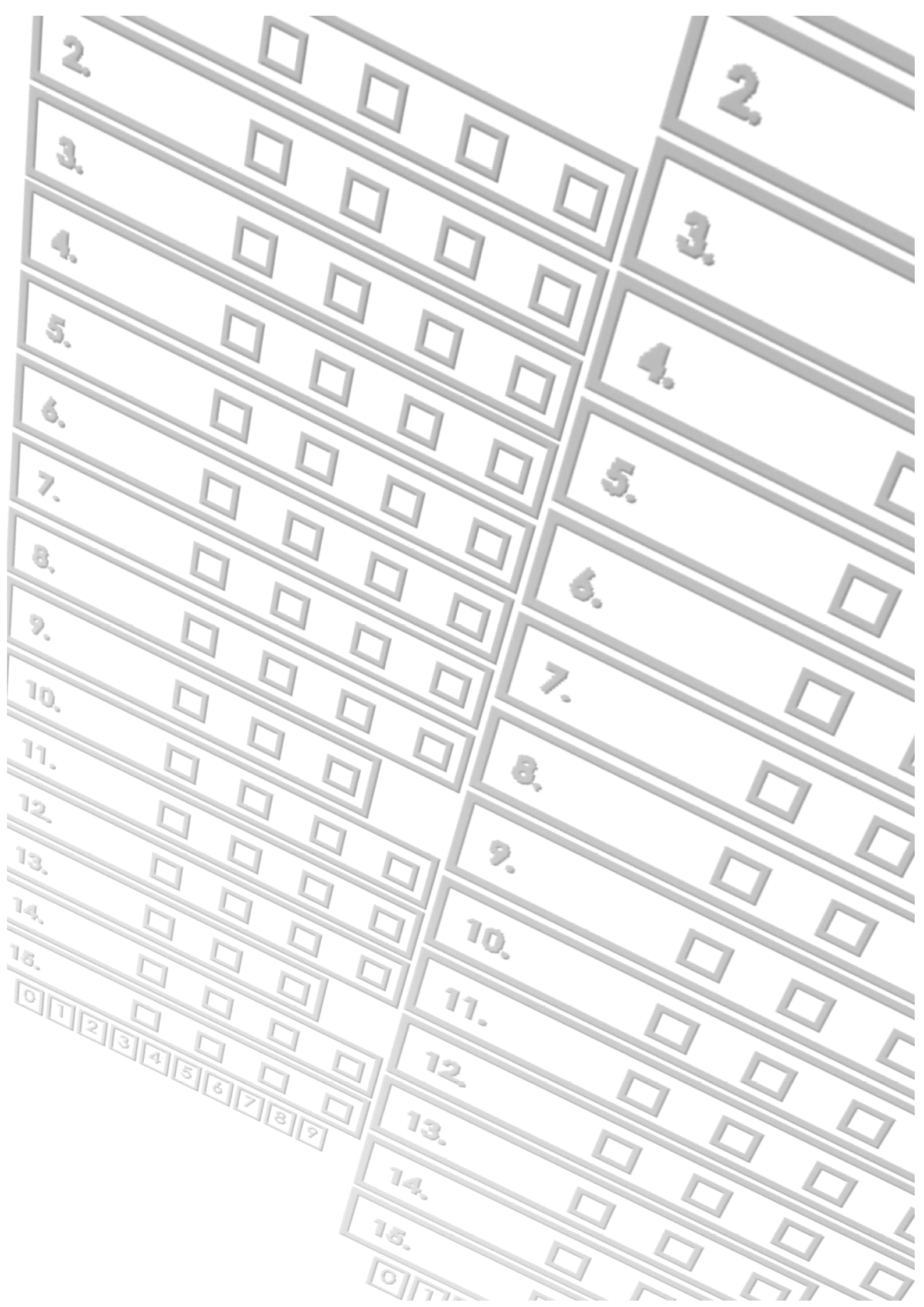
Rješenje:

3 boda

20. Ispitajte monotonost funkcije $f(x) = \frac{x-2}{x-4}$.

Rješenje:

3 boda



2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

0 1