ŠIFRA UČENIKA

STRUČNI ISPIT

AVGUST 2018.

MATEMATIKA

UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.
Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.
Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod rješenja zadatka otvorenog tipa krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).
Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike, geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.
Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.
Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.
Želimo vam puno uspjeha!

M89943

PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1, \quad z = a + bi, \quad \bar{z} = a - bi, \;\; a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3, \qquad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$, $(a \neq 0)$, $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\dfrac{b}{2a}, \dfrac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$,

  $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} b = \dfrac{1}{k} \log_a b$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha$, $\qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \sin\beta \cos\alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\beta \sin\alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \dfrac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha + \sin\beta = 2 \sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$, $\qquad \sin\alpha - \sin\beta = 2 \cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$, $\qquad \cos\alpha - \cos\beta = -2 \sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$
- Trougao: $P = \dfrac{ah_a}{2}$, $P = \dfrac{ab \sin\gamma}{2}$,

  $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, $\quad P = r \cdot s$, $\quad P = \dfrac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, $\quad$ Romb: $P = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$ $\quad$ Trapez: $P = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M$, $\quad V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M$, $\quad V = \dfrac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M$, $\quad V = \dfrac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R+H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Kupa: $P = B + M = R\pi(R+l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa : $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $tg\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$
- Kružna linija: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$
  Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinantnom početku i prave
  $R^2(1+k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
  Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$
  Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
  Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Najveću vrijednost ima:

A. $\frac{19}{8}$

B. $\sqrt{10}$

C. $(16)^{\frac{1}{4}}$

D. $0,0023 \cdot 10^{3}$

3 boda

2. Planeta Zemlja je pokrivena kontinentima i okeanima, a njena površina je oko 510 miliona km^2. Približne površine kontinenata su date tabelom ispod.

Kontinent	Površina (milioni km^2)
Evropa	**10**
Azija	**44**
Afrika	**30,5**
Sjeverna Amerika	**24,5**
Južna Amerika	**18**
Australija	**9**
Antarktik	**14**

Na osnovu datih podataka, koliko procenata Zemljine površine zauzimaju okeani?

A. $29,4\%$

B. $33,3\%$

C. $66,6\%$

D. $70,6\%$

3 boda

3. Čemu je jednako $\sqrt{2^4+\sqrt{3^4}}$?

A. $\sqrt{8+\sqrt{12}}$

B. $\sqrt{19}$

C. 5

D. 25

3 boda

4. Kada se saberu sva rješenja jednačine $x^4-13x^2+36=0$ dobija se

A. 0

B. 5

C. 10

D. 13

3 boda

5. $(\log 42-\log 6)\cdot\frac{1}{\log 49}=$

A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. 7

3 boda

6. Koja od datih funkcija ima najveću vrijednost za $x = 2018$?

A. $f(x) = 2^x$

B. $f(x) = x^2$

C. $f(x) = x$

D. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

3 boda

7. Ako se ivica jedne kocke uveća tri puta, koliko puta će se uvećati površina te kocke?

A. Tri puta

B. Šest puta

C. Devet puta

D. Osamnaest puta

3 boda

8. Ako je u geometrijskom nizu prvi član 10, a petnaesti član 10^{-13} tada je količnik geometrijskog niza:

A. $0,0001$

B. $0,001$

C. $0,01$

D. $0,1$

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9.

a) Izračunajte $-3^{-3} \cdot (-3)^3 + 81^{\frac{1}{2}}$.

1 bod

b) Rastavite na proste činioce $2 - 54a^3$.

1 bod

c) Oduzmite razlomke $\dfrac{2}{a+b} - \dfrac{1}{a}$.

1 bod

Rješenje:

10. Riješite nejednačinu $(x-1)(x-5)<(x-3)(x+3)$.

Rješenje:

3 boda

11. Odredite vrijednosti parametra m tako da funkcija $f\left(x\right)=\frac{m}{m-1}x+\frac{9}{m-9}$ ima nulu kada je x=1.

Rješenje:

3 boda

12. Odredite koordinate tačaka u kojima se sijeku grafici funkcija $f(x)=x^2$ i $g(x)=3x+10$.

Rješenje:

3 boda

13. Izračunajte $\frac{\sin 75^{o}}{\sin 270^{o}}$.

Rješenje:

3 boda

14. Riješite jednačinu $4^{3x+2} = 64 \cdot 2^{2x+1}$.

Rješenje:

3 boda

15. Riješite jednačinu $\log_2(7-3x)=4$, $\left(x<\frac{7}{3}\right)$.

Rješenje:

2 boda

16. Date su tačke $A(4,1)$ i $B(3,-2)$. Odrediti jednačinu prave koja sadrži tačku A i normalna je na pravu AB.

Rješenje:

3 boda

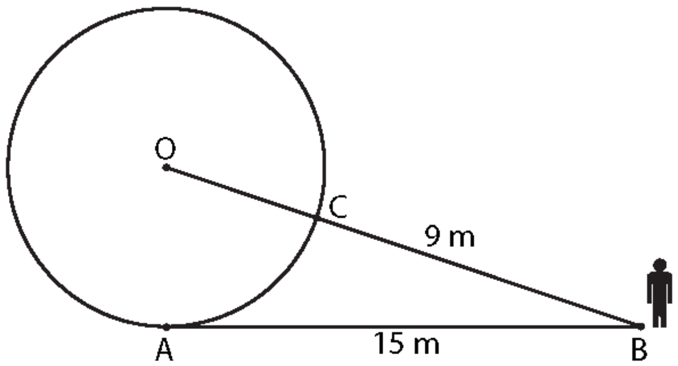
17. Izračunati visinu prave kupe zapremine $18\pi cm^3$ ako su prečnik osnove i visina iste dužine.

Napomena: *Uz rješenje je* ***neophodno*** *da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.*

Rješenje:

2 boda

18. Odredite poluprečnik kružne fontane skicirane ispod, ako su poznata rastojanja $AB = 15m$ i $BC = 9m$, pri čemu duž AB pripada tangenti na kružnicu u tački A, a duž BO siječe kružnicu u tački C (O je centar fontane).
Odredite dužinu stranice AB.



Rješenje:

4 boda

19. Odrediti jednačinu hiperbole ako je njena asimptota $y=-\frac{1}{2}x$, a žižino rastojanje $4\sqrt{5}$.

Rješenje:

3 boda

20. Odrediti nule prvog izvoda funkcije $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x}$.

Rješenje:

3 boda