

ŠIFRA UČENIKA

STRUČNI ISPIT

AVGUST 2017.

MATEMATIKA

U P U T S T V O

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 120 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod rješenja zadatka otvorenog tipa krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike, geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekrizite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!



PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, ($a \neq 0$), $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b^r = r \log_a b$,
 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao: $P = \frac{ah_a}{2}$, $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$,
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $P = r \cdot s$, $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, Romb: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M$, $V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M$, $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M$, $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

- R** – oznaka za poluprečnik
- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
 - Kupa: $P = B + M = R\pi(R + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
 - Zarubljena kupa: $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
 - Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
 - Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
 - Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
 - Ugao između dvije prave: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
 - Rastojanje između tačke i prave: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
 - Kružna linija: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave
 $R^2(1 + k^2) = n^2$
 - Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
 - Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$
Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
 - Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
 - Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
 - Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Za koju vrijednost parametra m su polinomi $3x^2 - 42x + m$ i $3(x-7)^2 - 15$ jednaki?

- A. 34
- B. 64
- C. 132
- D. 162

3 boda

2. Racionalisanjem imenioca razlomka $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2}$ dobija se:

- A. 1
- B. $3-2\sqrt{2}$
- C. $3+2\sqrt{2}$
- D. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

3 boda

3. Kolika je vrijednost parametra a ako funkcija $f(x) = ax^2 - (a-2)x$ ima maksimalnu vrijednost za $x = \frac{3}{4}$?

- A. $\frac{4}{5}$
- B. $-\frac{4}{5}$
- C. -4
- D. -5

3 boda

4. Koja od datih kvadratnih jednačina ima rješenja koja su recipročne vrijednosti u odnosu na rješenja jednačine $x^2 - 4x + 3 = 0$?

A. $x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{1}{3} = 0$

B. $x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{1}{3} = 0$

C. $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{3} = 0$

D. $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3} = 0$

3 boda

5. Vrijednost izraza $\log_9 \frac{1}{27}$ je

A. $-\frac{3}{2}$

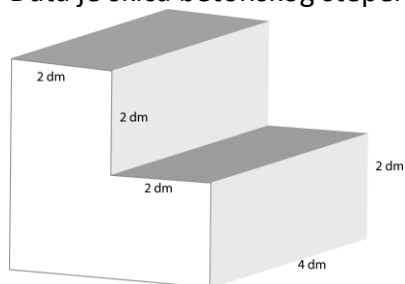
B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{2}$

3 boda

6. Data je skica betonskog stepeništa sa označenim dimenzijama.

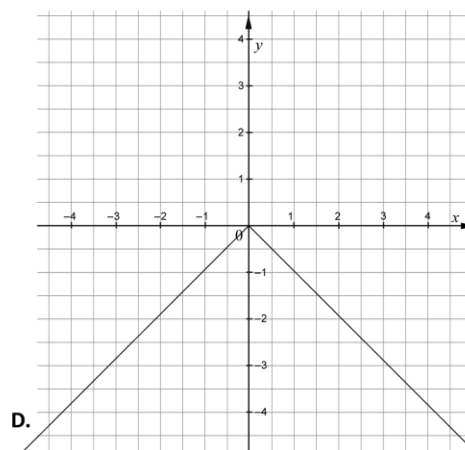
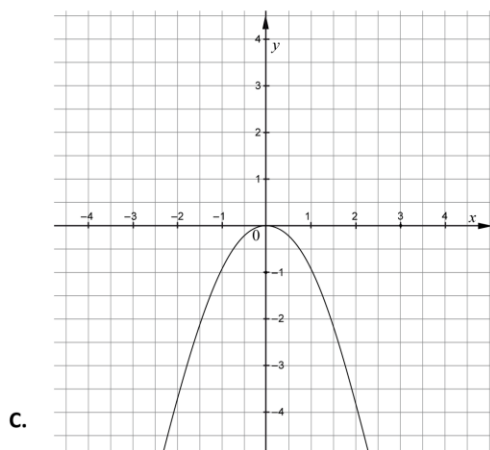
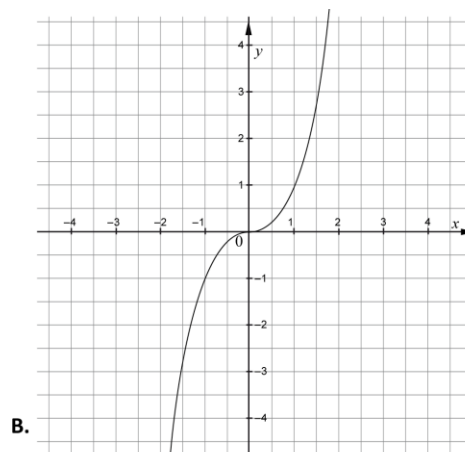
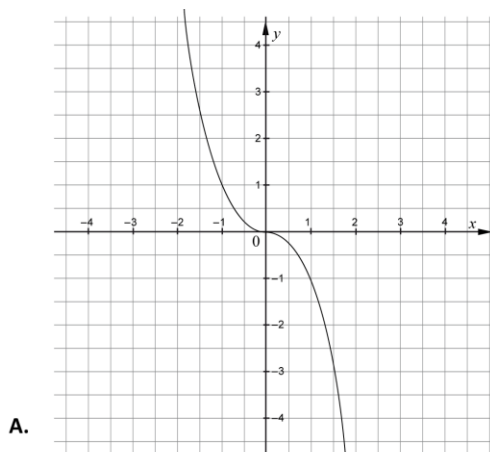


Koliko je potrebno dm^3 betona da se napravi ovo stepenište?

- A. 16
B. 48
C. 56
D. 64

3 boda

7. Koji od ponuđenih grafika odgovara funkciji $f(x) = -x^3$?



3 boda

8. Koje su koordinate tačke A ako tačka $M\left(\frac{5}{2}, 1\right)$ dijeli duž AB u odnosu 1:1? Tačka B ima koordinate $B\left(\frac{3}{2}, -2\right)$.

A. $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

B. $A(4, -1)$

C. $A\left(2, -\frac{1}{2}\right)$

D. $A\left(\frac{7}{2}, 4\right)$

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Uprostite izraz $\left(\frac{x-y}{x^2-y^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{x^3-y^3}{x-y} + xy\right)$.

3 boda

Rješenje:

- 10.** U tabeli su podaci o broju stanovnika u Crnoj Gori po opštinama na osnovu rezultata popisa stanovništva iz 2011. godine.

Opština	Broj stanovnika
Andrijevica	5071
Bar	42048
Berane	33970
Bijelo Polje	46051
Budva	19218
Cetinje	16657
Danilovgrad	18472
Herceg Novi	30864
Kolašin	8380
Kotor	22601
Mojkovac	8622
Nikšić	72443
Plav	13108
Pljevlja	30786
Plužine	3246
Podgorica	185937
Rožaje	22964
Šavnik	2070
Tivat	14031
Ulcinj	19921
Žabljak	3569
UKUPNO	620 029

Izrazite u procentima koliko od broja stanovnika u Crnoj Gori ukupno živi u opštinama Andrijevica, Plužine i Berane?

Potrebne podatke date tabelom zaokružite na najbližu hiljadu, a rezultat zaokružite na jednu decimalu.

Rješenje:

3 boda

- 11.** Data je jednačina $mx^2 + (m+4)x + 3n - 2 = 0$. Odrediti koeficijente m i n tako da $x = 2$ i $x = -2$ budu rješenja date jednačine.

Rješenje:

3 boda

12. Riješite jednačinu $\frac{6x}{x-6} = 2 + \frac{30}{x-6}$, ($x \neq 6$).

Rješenje:

2 boda

13. Odredite presjek skupa rješenja nejednačina $-x^2 + \frac{1}{2}x > 0$ i $5x - 3 > 9x - 4$.

Rješenje:

3 boda

14. Data je funkcija $f(x) = \frac{x^2}{2}$

a) U datom koordinatnom sistemu nacrtajte grafik funkcije.

2 boda

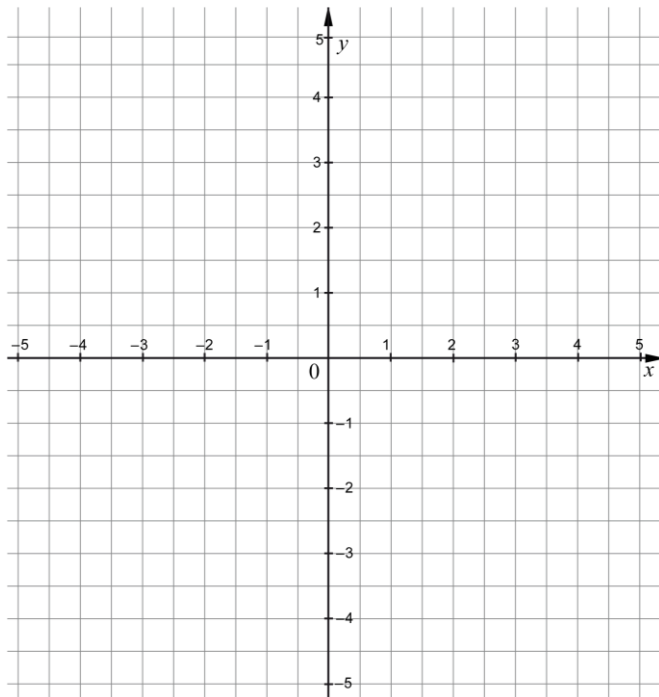
b) Ispitajte znak ove funkcije.

1 bod

c) Izračunati $f\left(-\frac{1}{2}\right)$.

1 bod

Rješenje:

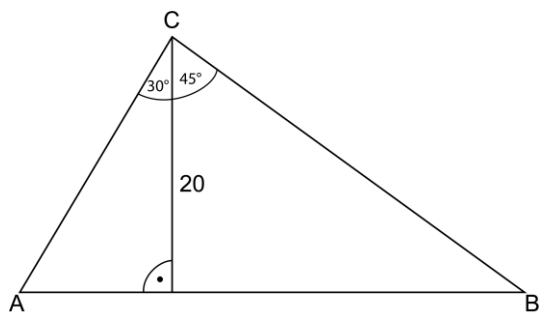


15. Riješite jednačinu $11^{4-3x} = 13^{4-3x}$.

Rješenje:

2 boda

- 16.** Koristeći podatke sa slike, izračunati dužinu stranice AB trougla ABC .



Rješenje:

3 boda

17. Neka se ivice dveju kocki razlikuju za 6 cm , a njihove površine za 576 cm^2 . Za koliko se razlikuju njihove zapremine?

Rješenje:

4 boda

18. Prava $x = 1$ siječe kružnu liniju $x^2 + y^2 = 4$ u tačkama T_1 i T_2 .

a) Izračunajte površinu trougla čija su tjemena tačka O (koordinantni početak) i tačke T_1 i T_2 .

2 boda

b) Odredite jednačine pravih OT_1 i OT_2 .

2 boda

Rješenje:

19. Data je funkcija $f(x) = \frac{1}{x^5} + x - 5x^3$. Ispitajte parnost funkcije.

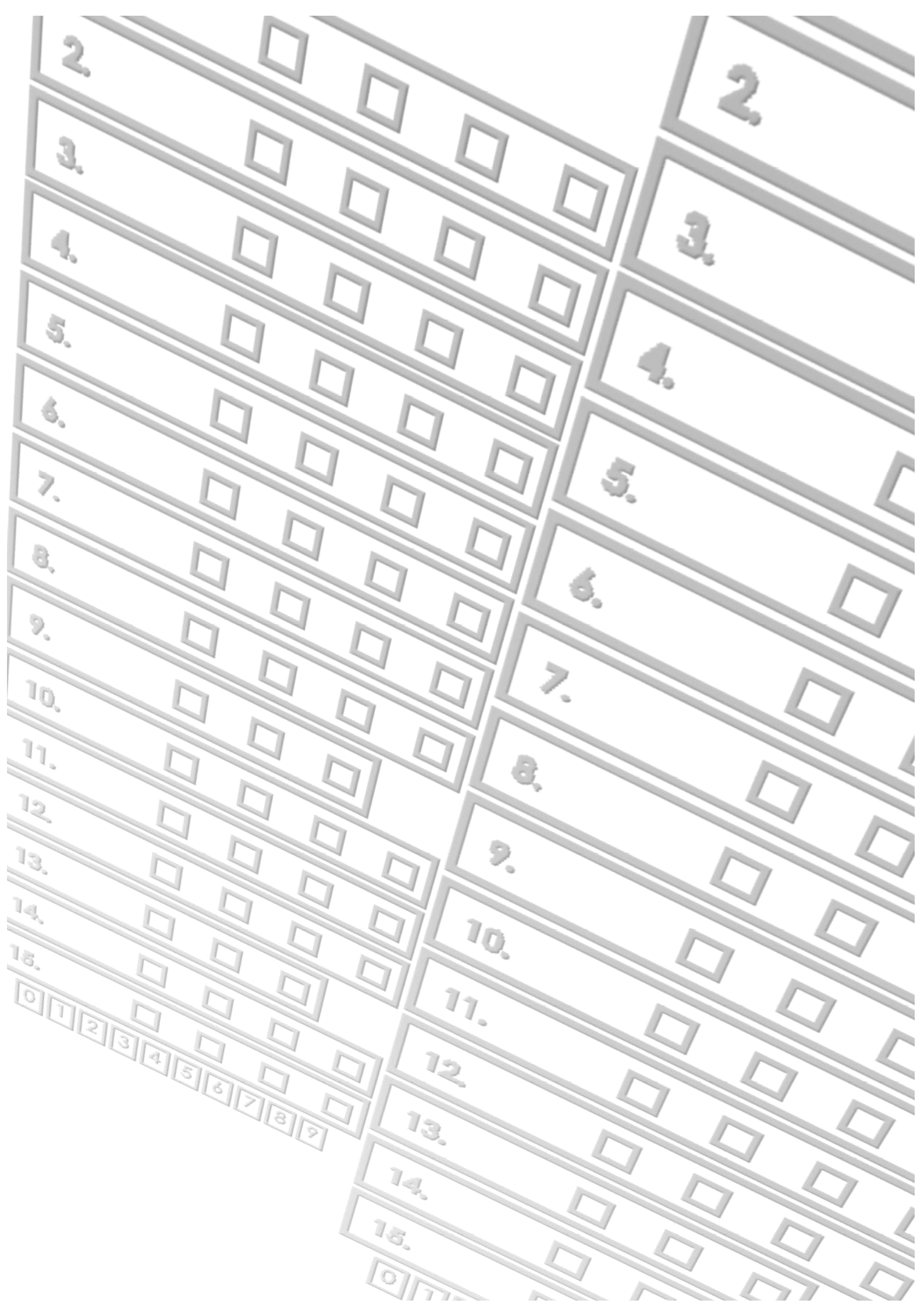
Rješenje:

2 boda

20. Koristeći svojstva aritmetičke progresije izračunajte zbir svih parnih trocifrenih brojeva.

Rješenje:

4 boda



2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

0 1