ispitni centar

ŠIFRA UČENIKA

MATURSKI ISPIT

AVGUST 2016.

MATEMATIKA

UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.
Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.
Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).
Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.
Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.
Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.
Želimo vam puno uspjeha!

M71819

PRAZNA STRANA

- $i^2 = -1, \quad z = a + bi, \quad \bar{z} = a - bi, , \ |z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \ a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3, \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \ \log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Skalarna projekcija vektora na osu $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos\alpha$
- Skalarni proizvod vektora preko koordinata $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$
- Vektorski proizvod vektora preko koordinata
  $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1 z_2 - z_1 y_2)\vec{i} + (z_1 x_2 - x_1 z_2)\vec{j} + (x_1 y_2 - y_1 x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha, \quad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \sin\beta \cos\alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\beta \sin\alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha + \sin\beta = 2 \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cos\frac{\alpha-\beta}{2}, \qquad \sin\alpha - \sin\beta = 2 \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cos\frac{\alpha-\beta}{2}, \qquad \cos\alpha - \cos\beta = -2 \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$
- Trougao: $P = \frac{ah_a}{2}, \ P = \frac{ab \sin\gamma}{2}$,
  $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \ s = \frac{a+b+c}{2}, \quad P = r \cdot s, \quad P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, Romb: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M, \quad V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M, \quad V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M, \quad V = \frac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P=2B+M=2R\pi(R+H)$, $V=B\cdot H=R^2\pi H$
- Kupa: $P=B+M=R\pi(R+l)$, $V=\frac{1}{3}B\cdot H=\frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa : $P=\pi(R_1^2+R_2^2+(R_1+R_2)l)$, $V=\frac{1}{3}\pi H(R_1^2+R_1R_2+R_2^2)$
- Sfera: $P=4R^2\pi$ Lopta: $V=\frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- Površina trougla: $P=\frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $tg\varphi=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d=\left|\frac{Ax_0+By_0+C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right|$
- Kružna linija: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

  Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinantnom početku i prave $R^2(1+k^2)=n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2-b^2},0)$

  Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2+b^2=n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2+b^2},0)$, asimptote hiperbole $y=\pm\frac{b}{a}x$

  Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2-b^2=n^2$
- Parabola: $y^2=2px$, $F(\frac{p}{2},0)$

  Uslov dodira prave i parabole: $p=2kn$
- Aritmetički niz: $a_n=a_1+(n-1)d$, $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n=b_1\cdot q^{n-1}$, $S_n=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, $q\neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Vrijednost izraza $-2^{-2}\cdot(-2)^2+4^{\frac{1}{2}}$ je:

A. -14

B. 1

C. 3

D. 18

3 boda

2. Najmanja udaljenost Zemlje od Sunca je oko $1,48\cdot10^8 km$, dok je najmanja udaljenost Merkura od Sunca približno $4,6\cdot10^7 km$. Za koliko kilometara je bliži Merkur Suncu u odnosu na Zemlju?

A. $102\,000\,000$

B. $194\,000\,000$

C. $312\,000\,000$

D. $608\,000\,000$

3 boda

3. Pri dijeljenju polinoma $\left(x^5-1\right):\left(x-1\right)$ rezultat je:

A. x^4+1

B. x^4+x^2+1

C. $x^4+x^3+x^2+1$

D. $x^4+x^3+x^2+x+1$

3 boda

4. Izmjerena temperatura izražena u Farenhajtima (^{o}F) iznosila je 86. Koliko je to u Celzijusovim stepenima (^{o}C)?

(Formula za konverziju: $^{o}F = ^{o}C \cdot 1,8 + 32$)

A. $27,5$

B. 30

C. $32,5$

D. 35

3 boda

5. Neka su x_1 i x_2 riješenja kvadratne jednačine $x^2 - 2x + 3 = 0$. Tada je vrijednost izraza $(x_1 \cdot x_2)^{-3}$ jednaka:

A. -27

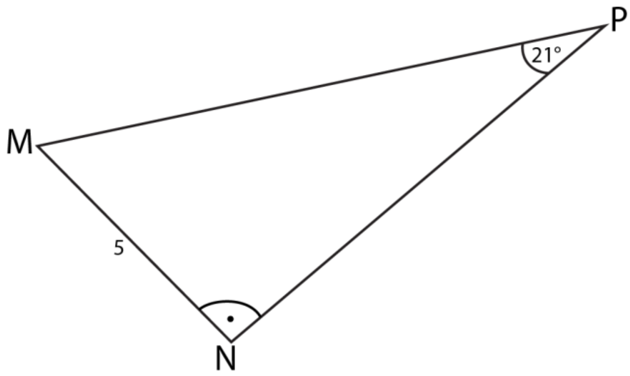
B. $-\frac{1}{27}$

C. $\frac{1}{27}$

D. 27

3 boda

6. Iz koje jednakosti se može izraziti dužina stranice MP u datom trouglu MNP?



A. $\sin 21^o = \frac{5}{MP}$

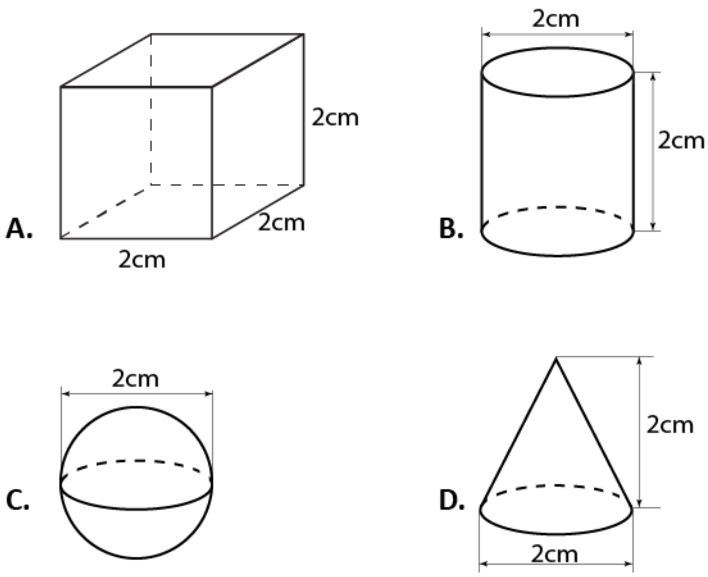
B. $\sin 21^o = \frac{MP}{5}$

C. $\cos 21^o = \frac{5}{MP}$

D. $\cos 21^o = \frac{MP}{5}$

3 boda

7. Koje od tijela sa slike ima najveću zapreminu?



3 boda

8. Na koliko načina se može 7 pisama staviti u 4 poštanska sandučića ako nije bitan broj pisama u jednom sandučiću?

A. 7^4

B. 7^3

C. 4^7

D. 3^7

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Odrediti **imaginarni** dio kompleksnog broja $z = \dfrac{1}{(1+2i)\left(\overline{3+i}\right)}$.

Rješenje:

3 boda

10. Rastavite na proizvod prostih činilaca.

a) $\frac{a^3}{125} - 0,027$ *1 bod*

b) $x^4 - x^2 + 2x - 1$ *2 boda*

Rješenje:

11. Riješiti jednačinu $12x^4 - x^2 - 1 = 0$.

Rješenje:

4 boda

12. Za koju vrijednost realnog parametra m funkcija $f(x)=x^2+6x+m$ nema realnih nula?

Rješenje:

2 boda

13. Analitički pokazati da grafici funkcija $f(x)=\ln(x-1)+1$ i $g(x)=1-\ln(2-x)$ nemaju zajedničkih tačaka na intervalu $(1,2)$.

Rješenje:

5 bodova

14. Izračunajte $tg\,\dfrac{3\pi}{4}$.

Rješenje:

2 boda

15. Izračunati zapreminu tijela koje nastaje rotacijom pravouglog trougla ABC oko hipotenuze, pri čemu je poznato: $\measuredangle ACB = 90^\circ, \measuredangle CAB = 30^\circ, |AC| = 2\sqrt{3}$.

Napomena: *Uz rješenje je* ***neophodno*** *da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.*

Rješenje:

5 bodova

16. Odredite koordinate tačke C koja je jednako udaljena od tačaka $A(3,0)$ i $B(0,1)$ ako je njeno odstojanje od y-ose dva puta manje od njenog odstojanja od x-ose.

Rješenje:

4 boda

17. Data je hiperbola $9x^2 - y^2 = 9$. Odredite jednačine prava koje prolaze kroz tačku $M(0,2)$ i paralelne su asimptotama hiperbole.

Rješenje:

3 boda

18. Ako je drugi član geometrijskog niza 16, a peti 54, odredite prvi član tog niza.

Rješenje:

4 boda

19. Date su funkcije $f(x)=\dfrac{1}{x}$ i $g(x)=-x+2$.

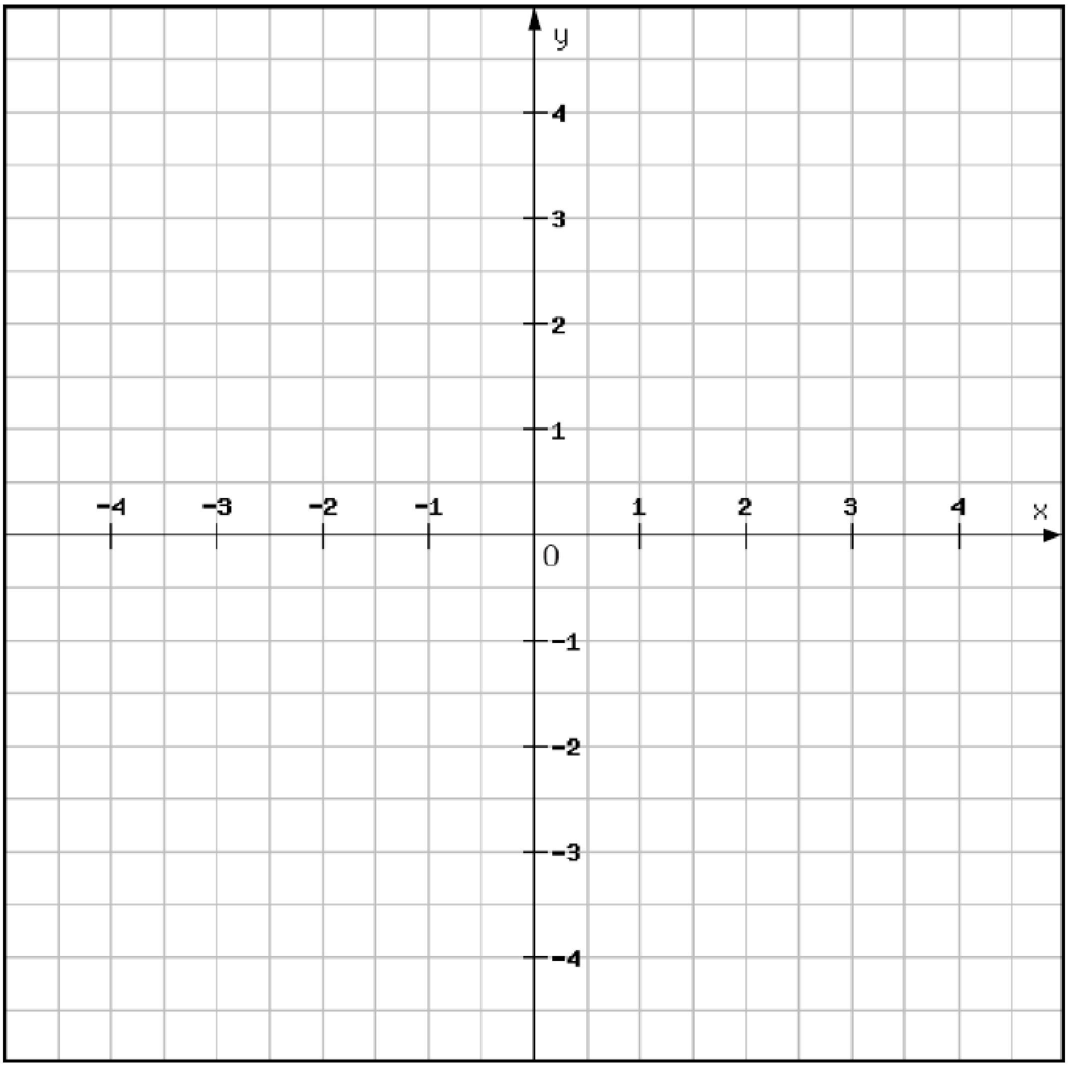
a) Nacrtati grafike funkcija u istom koordinatnom sistemu.

3 boda

b) Odrediti površinu ograničenu graficima datih funkcija i pravama $x=1$ i $x=2$.

3 boda

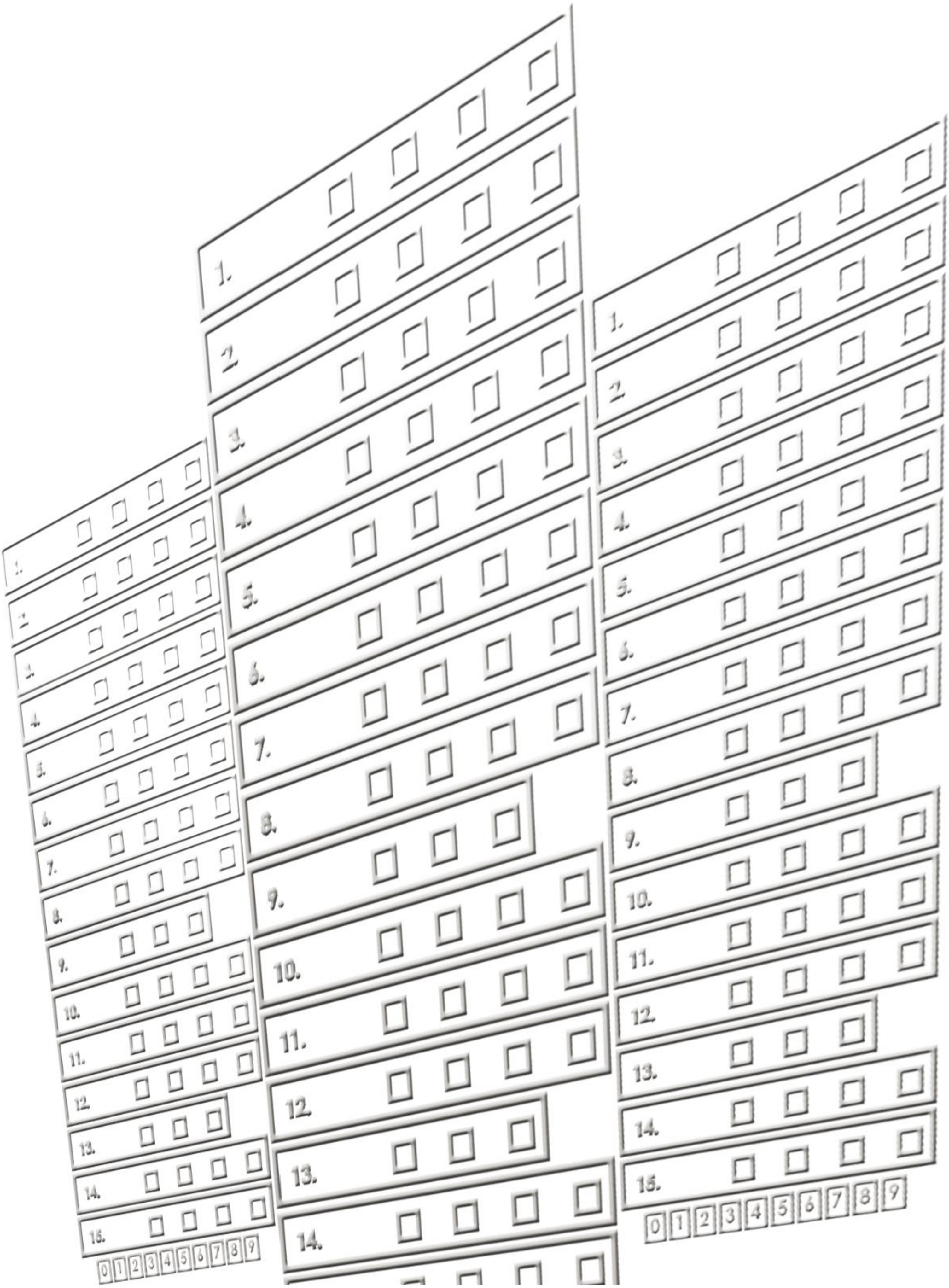
Rješenje:



20. Na koliko načina možemo ispisati cifre od 0 do 9 da cifra 0 ne bude na prvom niti cifra 1 na drugom mjestu?

Rješenje:

4 boda


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.
14.
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9