ŠIFRA UČENIKA

MATURSKI ISPIT

JUN 2019.

MATEMATIKA

UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.
Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.
Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).
Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.
Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.
Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.
Želimo vam puno uspjeha!

M94959

PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2=-1, \quad z=a+bi, \quad \bar{z}=a-bi, \ |z|=\sqrt{a^2+b^2}, \ a,b\in R$
- $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3, \quad a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$
- Vietova pravila: $x_1+x_2=-\frac{b}{a}, \quad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$
- $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}, \ \log_{a^k} b=\frac{1}{k}\log_a b$
- Skalarna projekcija vektora na osu $pr_x\vec{a}=|\vec{a}|\cdot\cos\alpha$
- Skalarni proizvod vektora preko koordinata $\vec{a}_1\cdot\vec{a}_2=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$
- Vektorski proizvod vektora preko koordinata
  $\vec{a}_1\times\vec{a}_2=(y_1z_2-z_1y_2)\vec{i}+(z_1x_2-x_1z_2)\vec{j}+(x_1y_2-y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha, \qquad \cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$,
- $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\beta\sin\alpha$
- $tg(\alpha\pm\beta)=\frac{tg\alpha\pm tg\beta}{1\mp tg\alpha\cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}, \qquad \sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}, \qquad \cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$
- Kosinusna teorema : $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$
- Trougao: $P=\frac{ah_a}{2}, \ P=\frac{ab\sin\gamma}{2}$,
  $P=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \ s=\frac{a+b+c}{2}, \quad P=r\cdot s, \quad P=\frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P=a\cdot h_a$, Romb: $P=\frac{d_1\cdot d_2}{2}$ Trapez: $P=\frac{a+b}{2}\cdot h$
- Prizma: $P=2B+M \quad V=B\cdot H$
- Piramida: $P=B+M \quad V=\frac{1}{3}B\cdot H$
- Zarubljena piramida: $P=B_1+B_2+M, \quad V=\frac{H}{3}(B_1+\sqrt{B_1B_2}+B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R+H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Kupa: $P = B + M = R\pi(R+l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa : $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $tg\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$
- Kružna linija: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$
  Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinantnom početku i prave
  $R^2(1+k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
  Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$
  Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
  Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Čemu je jednako $\sqrt{\dfrac{2500}{0,1\cdot 0,1}}$?

A. $0,5$

B. 5

C. 50

D. 500

3 boda

2. Ako konobar A servira doručak za 30 minuta, a konobar B taj isti posao odradi za 20 minuta, koliko minuta im je potrebno da zajedno završe posao?

A. 12

B. 15

C. 18

D. 25

3 boda

3. Vozač je za 16 minuta prešao 28 kilometara. Koliko će kilometara preći za 36 minuta pod uslovom da je brzina kretanja konstantna?

A. 53

B. 58

C. 63

D. 68

3 boda

4. Ako je $(p+q)^2=35$ i $(p-q)^2=15$, koliko je p^2+q^2?

A. 25

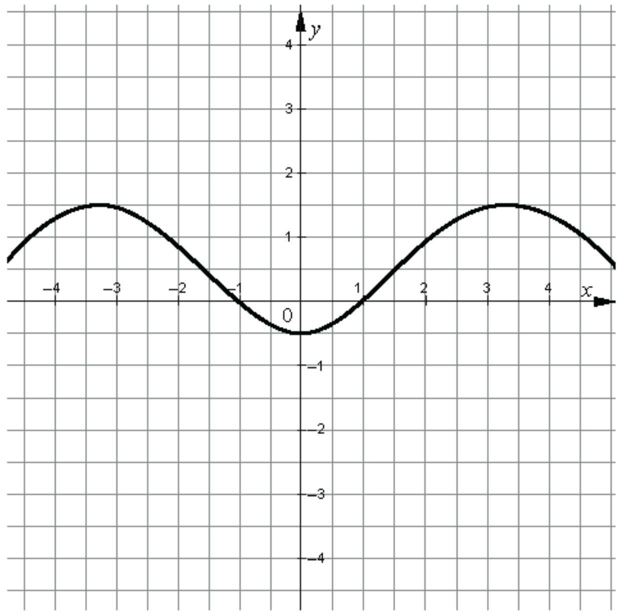
B. 50

C. 225

D. 400

3 boda

5. Koja od datih funkcija je prikazana grafikom ispod?



A. $f(x)=\sin(x+\pi)-\dfrac{1}{2}$

B. $f(x)=\sin(x+\pi)+\dfrac{1}{2}$

C. $f(x)=\cos(x+\pi)-\dfrac{1}{2}$

D. $f(x)=\cos(x+\pi)+\dfrac{1}{2}$

3 boda

6. Koji od datih intervala je skup rješenja nejednačine $x^2+2(x+2)<4$?

A. $(0,2)$

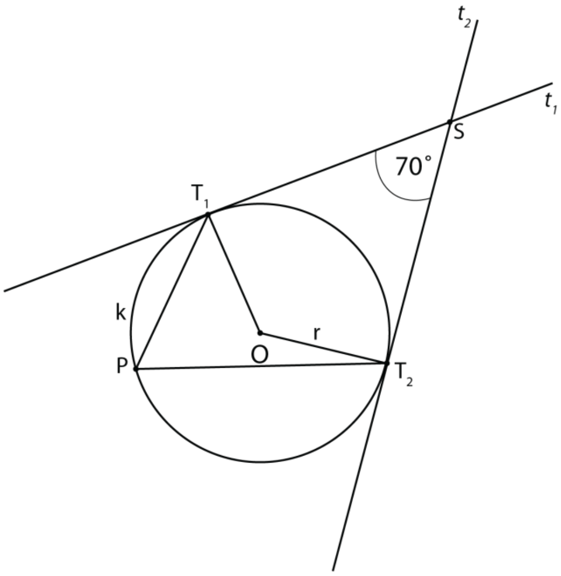
B. $(-2,0)$

C. $(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$

D. $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$

3 boda

7. Tangente t_1 i t_2 u tačkama T_1 i T_2 kružne linije $k(O,r)$, se sijeku u tački S i zaklapaju ugao od 70^o. Na osnovu podataka sa crteža se može izračunati da je mjera ugla $\measuredangle T_1PT_2$ jednaka:



A. 35^o

B. 55^o

C. 70^o

D. 110^o

3 boda

8. Prvi izvod funkcije $f(x)=(x+1)\sqrt{x-1}$ u tački $x_0=2$ iznosi:

A. 1

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{5}{2}$

D. 3

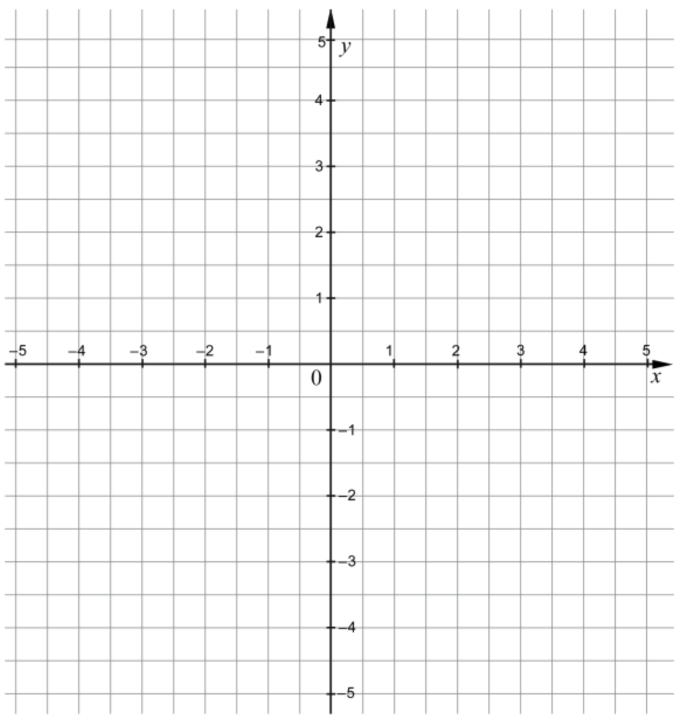
3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Zapišite $\sqrt{-4}$ u algebarskoj formi kompleksnog broja z, a zatim u koordinantnom sistemu označite z i $\overline{z}$ (konjugovano kompleksan broj) i izračunajte apsolutnu vrijednost (moduo) broja z.

Rješenje:

3 boda



10. Rastavite na proizvod prostih činilaca $\left(2x^3+1\right)^2-\left(x^3+2\right)^2$.

Rješenje:

3 boda

11. Date su jednačine $mx-2=m-6$ i $\frac{2x+1}{4}=\frac{11}{4}$. Za koju vrijednost parametra m su date jednačine ekvivalentne?

Rješenje:

3 boda

12. Proizvod broja a i broja koji je od njega veći za 25% je 320. Odredite a.

Rješenje:

2 boda

13. Odredite vrijednost parametra k u jednačini $x^2+(2k-1)x+5=0$ ako je poznato da za rješenja jednačine važi $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=3$.

Rješenje:

3 boda

14. Data je funkcija $f(x)=a\cdot 2^{bx}+c$. Odredite koeficjente a,b i c ako je $f(0)=1$, $f(1)=6$ i grafik ima horizontalnu asimptotu $y=-4$.

Rješenje:

4 boda

15. Odredite oblast definisanosti jednačine $\log_8(\log_8 2x)=0$ i provjerite da li se rješavanjem ove jednačine dobijaju vrijednosti koje pripadaju domenu.

Rješenje:

4 boda

16. Neka su kod trougla ABC poznate dužine stranica $AC = 2\sqrt{3}\,cm$ i $AB = 3\sqrt{2}\,cm$ i ugao $\measuredangle ACB = 60^o$. Odredite mjere uglova $\measuredangle ABC$ i $\measuredangle CAB$.

Rješenje:

3 boda

17. Na elipsi $2x^2 + 3y^2 = 30$ odredite najbližu i najdalju tačku od prave $y = -x + 7$.

Rješenje:

4 boda

18. Data je prava pravilna četvorostrana piramida zapremine $36\sqrt{2}\,cm^3$ kod koje bočna ivica gradi ugao od 45^o sa osnovom piramide. Odredite dužine osnovne i bočne ivice.

***Napomena:** Uz rješenje je **neophodno** da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.*

Rješenje:

4 boda

19. Izračunajte koliko ima članova u aritmetičkom nizu $-12, -3, 6, \ldots, 159$.

Rješenje:

3 boda

20. U kutiji se nalazi 8 bijelih i 4 crvene kuglice. Odjednom se izvlače tri kuglice. Naći vjerovatnoću da će se među njima naći makar jedna bijela kuglica.

Rješenje:

4 boda


2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.