ispitni centar

ŠIFRA UČENIKA

MATURSKI ISPIT

AVGUST 2018.

MATEMATIKA

UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.
Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.
Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).
Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.
Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.
Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.
Želimo vam puno uspjeha!

M89938

PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2=-1, \quad z=a+bi, \quad \bar{z}=a-bi, \; |z|=\sqrt{a^2+b^2}, \; a,b\in R$
- $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3, \quad a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$
- Vietova pravila: $x_1+x_2=-\frac{b}{a}, \quad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$
- $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}, \; \log_{a^k} b=\frac{1}{k}\log_a b$
- Skalarna projekcija vektora na osu $pr_x\vec{a}=|\vec{a}|\cdot\cos\alpha$
- Skalarni proizvod vektora preko koordinata $\vec{a}_1\cdot\vec{a}_2=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$
- Vektorski proizvod vektora preko koordinata
  $\vec{a}_1\times\vec{a}_2=(y_1z_2-z_1y_2)\vec{i}+(z_1x_2-x_1z_2)\vec{j}+(x_1y_2-y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha, \qquad \cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$,
- $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\beta\sin\alpha$
- $tg(\alpha\pm\beta)=\frac{tg\alpha\pm tg\beta}{1\mp tg\alpha\cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}, \qquad \sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}, \qquad \cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$
- Kosinusna teorema : $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$
- Trougao: $P=\frac{ah_a}{2}, \; P=\frac{ab\sin\gamma}{2}$,
  $P=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \; s=\frac{a+b+c}{2}, \quad P=r\cdot s, \quad P=\frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P=a\cdot h_a$, Romb: $P=\frac{d_1\cdot d_2}{2}$ Trapez: $P=\frac{a+b}{2}\cdot h$
- Prizma: $P=2B+M \quad V=B\cdot H$
- Piramida: $P=B+M \quad V=\frac{1}{3}B\cdot H$
- Zarubljena piramida: $P=B_1+B_2+M, \quad V=\frac{H}{3}(B_1+\sqrt{B_1B_2}+B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R+H)$, $V = B \cdot H = R^2 \pi H$
- Kupa: $P = B + M = R\pi(R+l)$, $V = \frac{1}{3} B \cdot H = \frac{1}{3} R^2 \pi H$
- Zarubljena kupa : $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3} R^3 \pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $tg\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$
- Kružna linija: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

  Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinantnom početku i prave

  $R^2(1+k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$

  Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$

  Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$

  Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Najveću vrijednost ima:

A. $\sqrt{10}$

B. $\sqrt[3]{\frac{125}{64}}$

C. $\left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{1}{5}}$

D. $0,0023\cdot 10^3$

3 boda

2. Planeta Zemlja je pokrivena kontinentima i okeanima, a njena površina je oko 510 miliona km^2. Približne površine kontinenata su date tabelom ispod.

Kontinent	Površina (milioni km^2)
Evropa	**10**
Azija	**44**
Afrika	**30,5**
Sjeverna Amerika	**24,5**
Južna Amerika	**18**
Australija	**9**
Antarktik	**14**

Na osnovu datih podataka, koliko procenata Zemljine površine zauzimaju okeani?

A. $29,4\%$

B. $33,3\%$

C. $66,6\%$

D. $70,6\%$

3 boda

3. Čemu je jednako $\left(\sqrt{3^3+\sqrt{2^4}}+1\right)\left(\sqrt{3^3+\sqrt{2^4}}-1\right)$?

A. 12

B. 30

C. $2\sqrt{2}+8$

D. $3\sqrt{3}+3$

3 boda

4. Za koju od datih jednačina je $1+3i$ (i je imaginarna jedinica) jedno od rješenja?

A. $x^2-2x+10=0$

B. $x^2+2x-10=0$

C. $2x^2+x+10=0$

D. $2x^2-x+10=0$

3 boda

5. Ako je $log_6 2=a$ i $log_6 5=b$, tada je $log_3 5$ jednako:

A. $\frac{a}{1-b}$

B. $\frac{b}{1-a}$

C. $\frac{1-a}{1-b}$

D. $\frac{1-b}{1-a}$

3 boda

6. Kolika je površina kocke čija je prostorna dijagonala jednaka 9 cm?

A. $162\,cm^2$

B. $243\,cm^2$

C. $486\,cm^2$

D. $729\,cm^2$

3 boda

7. Ako su $b_1 = m$ i $b_{20} = n$ članovi geometrijskog niza, čemu je jednak proizvod $b_2 \cdot b_{19}$?

A. $m \cdot n^2$

B. $m^2 \cdot n^2$

C. $m \cdot n$

D. $m^2 \cdot n$

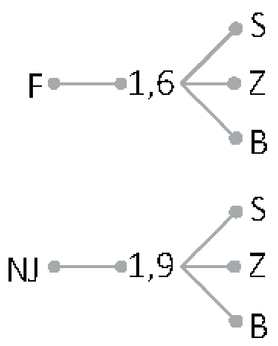
3 boda

8. Kupac je na sajmu automobila tražio auto koji će zadovoljavati sljedeće:

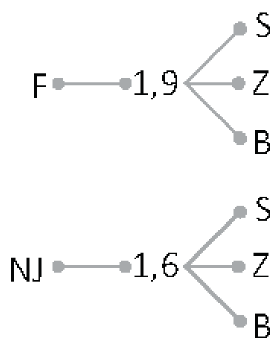
- vozilo je francuskog ili njemačkog proizvođača,
- zapremina motora je 1,6 ili 1,9 litara,
- boja je siva, zelena ili bijela.

Koje stablo tačno opisuje sve mogućnosti izbora traženog automobila?

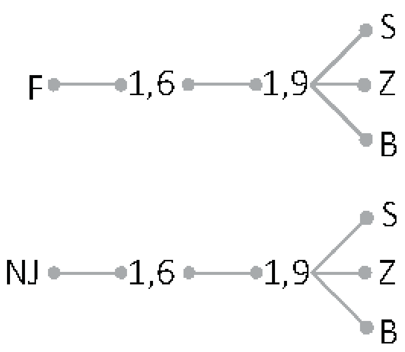
A.



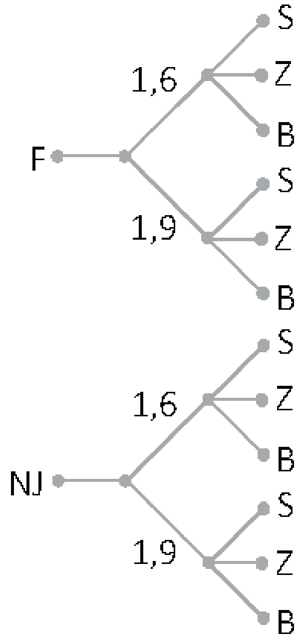
B.



C.



D.



3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Uprostite izraz $\left[\left(\frac{x^2+y^2}{2y}-x\right):\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)\right]:\frac{x^3-xy^2}{5}$, a nakon toga izračunajte brojnu vrijednost dobijenog izraza za $x+y=0,25$.

Rješenje:

3 boda

10.

a) Za koje vrijednosti promjenljive n izraz $\dfrac{-3n+\dfrac{1}{2}}{0{,}5}$ ima vrijednost manju od nule?

2 boda

b) Za koju vrijednost realnog parametra m jednačina $mx=1+2x$ nema rješenje?

2 boda

Rješenje:

11. Temperatura nekog tijela iznosi -3^oC. Zagrijavanjem se temperatura svakog minuta povećava za 2^oC. Predstaviti funkciju zavisnosti temperature od vremena:

a) Tabelom (u trenutku kada počne zagrijavanje, nakon prvog i drugog minuta).

Rješenje:

x			
$f(x)$			

1 bod

b) Formulom

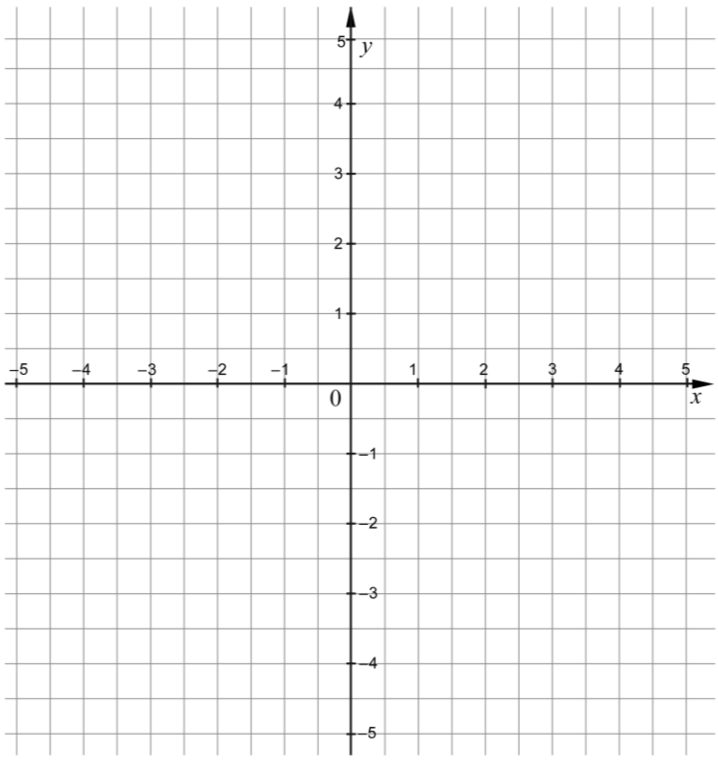
Rješenje:

1 bod

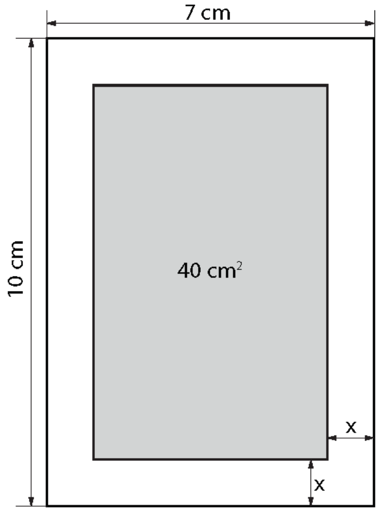
c) Grafikom

1 bod

Rješenje:



12. Spoljašnje dimenzije rama za sliku pravougaonog oblika, su 10 cm i 7 cm. Odredite kolika treba da bude širina rama da bi površina unutrašnjosti bila $40\,cm^2$?



Rješenje:

3 boda

13. Dokažite trigonometrijski identitet $\cos^3\alpha\sin\alpha - \sin^3\alpha\cos\alpha = \frac{1}{4}\sin 4\alpha$.

Rješenje:

4 boda

14. Riješite jednačinu $4^{3x+2} = 64 \cdot 2^{2x+1}$.

Rješenje:

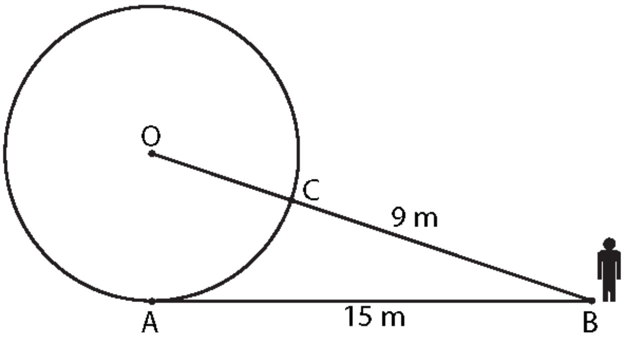
3 boda

15. Date su tačke A(4, 1) i B(3, -2). Odrediti jednačinu simetrale duži AB.

Rješenje:

4 boda

16. Odredite poluprečnik kružne fontane skicirane ispod, ako su poznata rastojanja $AB = 15$ m i $BC = 9$ m, pri čemu duž AB pripada tangenti na kružnicu u tački A, a duž BO siječe kružnicu u tački C (O je centar fontane).



Rješenje:

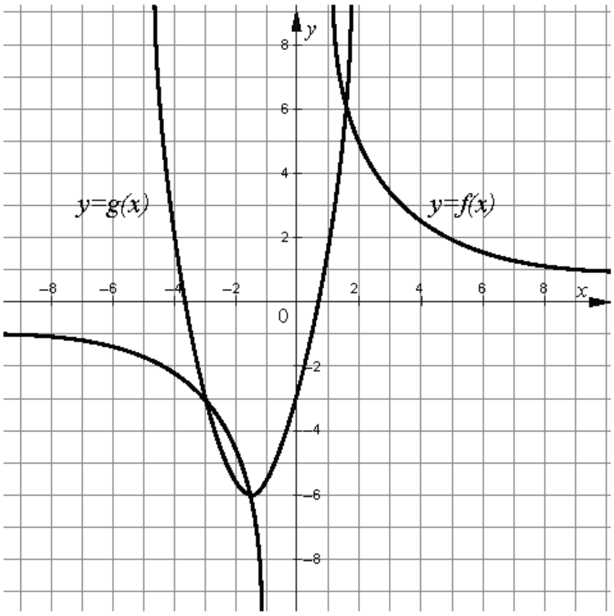
4 boda

17. Ako su dužine stranica ΔABC, 11 cm, 12 cm i 13 cm, dokažite da se centar kružne linije opisane oko trougla nalazi u unutrašnjosti trougla.

Rješenje:

4 boda

18. U koordinatnom sistemu su dati grafici funkcija $f(x)=\frac{9}{x}$ i $g(x)=\frac{4}{3}x^2+4x-3$.



a) Odredite minimalnu vrijednost funkcije $g(x)$.

1 bod

b) Odredite koordinate tačaka u kojima se sijeku grafici ovih funkcija.

2 boda

c) Odrediti sve negativne vrijednosti x za koje je $f(x)>g(x)$.

1 bod

Rješenje:

19. Izračunajte $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 9}$.

Rješenje:

2 boda

20. Korisniku je dodijeljna trocifrena šifra (prva cifra ne može biti nula). Kolika je vjerovatnoća da je dodijeljen broj djeljiv sa 100?

Rješenje:

2 boda