

ŠIFRA UČENIKA

M A T U R S K I I S P I T

AVGUST 2020.

MATEMATIKA

U P U T S T V O

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.
Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka. Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!



* M 1 0 7 1 0 7 2 *

PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Skalarna projekcija vektora na osu $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Skalarni proizvod vektora preko koordinata $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Vektorski proizvod vektora preko koordinata
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao: $P = \frac{ah_a}{2}$, $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$,
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $P = r \cdot s$, $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, Romb: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M$, $V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M$, $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M$, $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

r – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$, $V = B \cdot H = r^2\pi H$
- Kupa: $P = B + M = r\pi(r + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}r^2\pi H$
- Zarubljena kupa: $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2)$
- Sfera: $P = 4r^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}r^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Kružna linija: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave
 $r^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm \frac{b}{a}x$
Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Koliko ima prirodnih brojeva većih od 1 a manjih od 200 koji su djeljivi sa 3, 4 i 5?

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

3 boda

2. Vrijednost izraza $\frac{\sqrt{(-3)^2} - \sqrt[3]{(-3)^3}}{\sqrt[5]{(-3)^5}}$ je:

- A. 2
- B. 0
- C. -2
- D. -3

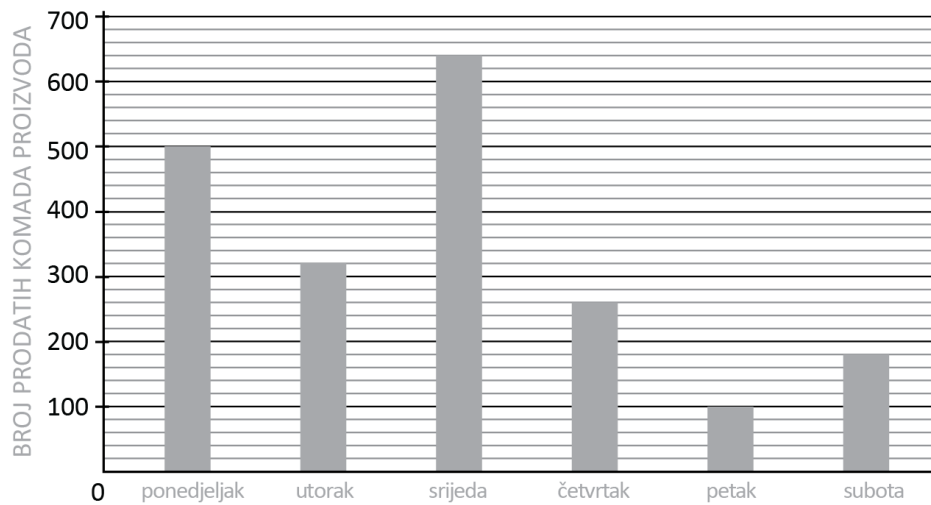
3 boda

3. Koja od sljedećih rečenica **nije** tačna?

- A. Postoji iracionalan broj koji nije koordinata neke tačke koordinantne ose.
- B. Od dva negativna decimalna broja veći je onaj čija je apsolutna vrijednost manja.
- C. Dvije različite tačke koordinantne ose imaju različite koordinate.
- D. Apsolutna vrijednost $|x - y|$, $x, y \in R$, predstavlja dužinu duži čiji su krajevi tačke $A(x)$ i $B(y)$.

3 boda

4. Dijagramom sa stupcima je prikazana prodaja artikla A, po danima, tokom radne sedmice.

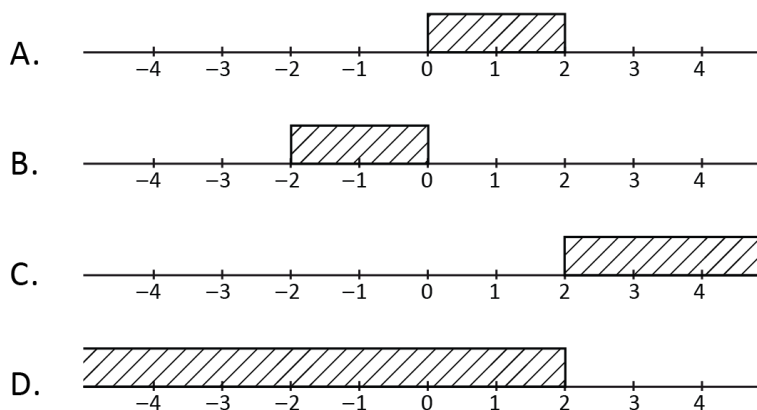


Koliko je, izraženo u procentima, prodato u utorak u odnosu na broj prodanih komada za prikazanih 6 dana?

- A. 9%
- B. 13%
- C. 16%
- D. 25%

3 boda

5. Sva rješenja nejednačine $\frac{x}{x-2} < 1$ su:



3 boda

6. Zbir rješenja jednačine $1 = -\frac{39}{x^2} + \frac{16}{x}$ je:

- A. 10
- B. 16
- C. 20
- D. 39

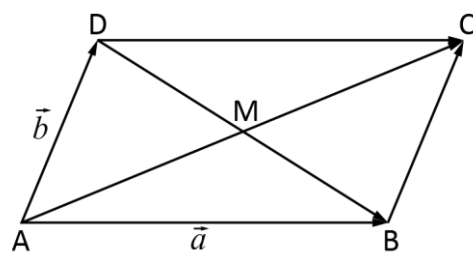
3 boda

7. Date su tačke $A(-4, -4)$ i $B(4, 2)$. Koliko je rastojanje između tačaka A i S , pri čemu je S sredina duži AB ?

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

3 boda

8. Na skici je paralelogram $ABCD$ i važi $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Ako je tačka M presječna tačka dijagonala paralelograma, vektor \overrightarrow{MA} jednak je:



- A. $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$
- B. $\vec{a} + \vec{b}$
- C. $-\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$
- D. $-\vec{a} - \vec{b}$

3 boda

9.

a) Zapišite $(7+4mi)(6-5i)-(7-4mi)(6-5i)$ u obliku $a+bi$, pri čemu je m realan broj, a i imaginarna jedinica.

1 bod

b) Izračunajte $(6 \cdot 10^4) : (2 \cdot 10^{-3})$.

1 bod

c) Oduzmite razlomke $\frac{1}{a^2} - \frac{1}{a(a-1)}$.

1 bod

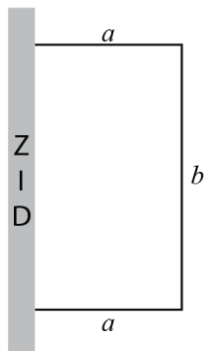
Rješenje:

10. Igračka je sastavljena od crvenih, plavih, žutih i zelenih kockica. Zastupljenost kockica po bojama je data odnosom $4:7:3:1$, redom kako su boje navedene. Ako je poznato da žutih kockica ima 20 manje nego crvenih, izračunajte broj plavih kockica.

Rješenje:

2 boda

- 11.** Pored jednog zida treba ograditi dio zemlje oblika pravougaonika. Materijala ima za $200m$ ograde. Kakve treba da budu dimenzije pravougaonika da bi ograđeni dio imao najveću površinu?



Rješenje:

4 boda

12. Odredite znak funkcije $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 4$.

Rješenje:

3 boda

- 13.** Uprostite izraz $\frac{\sin x + \cos y}{\operatorname{tg} x}$ ($0 < x, y < 90^\circ$, $x + y = 90^\circ$), a zatim odredite njegovu vrijednost ako je $\sin x = \frac{3}{5}$.

Rješenje:

3 boda

- 14.** Ispitajte međusobni odnos prave $kx - y + 2 = 0$, ($k \in \mathbb{R}$) i kružne linije $x^2 + y^2 = 2$, u zavisnosti od parametra k .

Rješenje:

5 bodova

- 15.** Pravilna četverostrana piramida sa osnovnom ivicom $a = 6\text{ cm}$ i visinom $H = 8\text{ cm}$ presječena je sa ravni paralelnom osnovi koja visinu dijeli na dva jednaka dijela. Odrediti zapreminu dijela koji sadrži osnovu.

Napomena: Uz rješenje je **neophodno** da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.

Rješenje:

3 boda

- 16.** Odredite parametar m u jednačini prave $(2-2m)x+(3m+3)y-2=0$ tako da bude normalna na pravu $x+2y+2=0$.

Rješenje:

3 boda

17. Odredite jednačinu elipse ako je rastojanje od jedne žiže do krajeva velike ose 1 i 7 .

Rješenje:

3 boda

18. Odredite 29-ti član aritmetičke progresije, ako je treći član 12 a pedeseti 106.

Rješenje:

4 boda

19. Izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(4+x)^2 - 16}{x}$.

Rješenje:

2 boda

20. Naći drugi izvod funkcije $f(x) = \frac{x}{e^x}$.

Rješenje:

3 boda

1.				
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

1.				
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9