

SHIFRA E NXËNËSIT

## PROVIMI I MATURËS

GUSHT 2020

# MATEMATIKË

U D H Ë Z I M

**KOHA PËR ZGJIDHJEN E TESTIT ËSHTË 150 MINUTA**

**Mjetet:** lapsi i thjeshtë (grafit) dhe goma, lapsi kimik, veglat gjeometrike.  
Përdorimi i kalkulatorit nuk lejohet.

**Lexoni me kujdes udhëzimin.**

Mos i shpalosni fletët dhe mos filloni me zgjidhjen e detyrave pa ju dhënë leje mësimdhënësi kujdestar.

Testi përmban 20 detyra.

Gjatë punës mund të shfrytëzoni formulat të cilat janë dhënë në faqet 4 dhe 5.

Me test është dhënë edhe lista e përgjigjeve për detyrat me zgjedhje të shumëfishtë. Është e nevojshme që në vendin përkatës me kujdes t'i përshkruani përgjigjet tuaja për 8 detyrat e para.

Pritet që të zgjidhja e detyrave të tipit të hapur rezultati përfundimtar të jetë i përfutur (p. sh. është bërë thjeshtimi i thyesave, mbledhja e anëtarëve të llojit të njëjtë) dhe të jetë e shkruar njësia përkatëse e matjes (te detyrat nga stereometria).

**Detyra do të vlerësohet me 0 pikë nëse:**

- është e pasaktë
- janë qarkuar më shumë përgjigje të ofruara
- është e palxueshme dhe nuk është shkruar qartë
- zgjidhja është shkruar me laps të thjeshtë

Grafikët, figurat gjeometrike mund t'i vizatoni me laps të thjeshtë.

Nëse gaboni zgjidhjen tuaj, vendosni një vijë të kryqëzuar mbi të dhe zgjidheni përsëri. Nëse detyrën e keni zgjidhur në disa mënyra, duhet që saktësisht të theksoni zgjidhjen që duhet ta vlerësojë vlerësuesi.

Kur të përfundoni me zgjidhjen e detyrave, kontrolloni edhe një herë përgjigjet tuaja.

Ju dëshirojmë sukses të plotë!



\* M 1 0 7 1 0 7 2 \*



**FAQE E ZBRAZËT**

## FORMULAT

- $i^2 = -1$ ,  $z = a + bi$ ,  $\bar{z} = a - bi$ ,  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Rregullat e Vietit:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Kulmi i parabolës:  $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ,  $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Projektioni shkallor i vektorit në bosht  $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Prodhimi shkallor i vektorit përmes koordinatave  $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Prodhimi vektor i vektorit përmes koordinatave  
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$ ,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ ,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  
 $\sin \alpha - \sin \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha - \cos \beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Teorema e Sinusit:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Teorema e Kosinusit:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trekëndëshi:  $S = \frac{ah_a}{2}$ ,  $S = \frac{ab \sin \gamma}{2}$ ,  
 $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ,  $S = r \cdot s$ ,  $S = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogrami:  $S = a \cdot h_a$ , Rombi:  $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$  Trapezi:  $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizmi:  $S = 2B + M$ ,  $V = B \cdot H$
- Piramida:  $S = B + M$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Piramida e cunguar:  $S = B_1 + B_2 + M$ ,  $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

$r$  – shenja për rrezën

- Cilindri:  $S = 2B + M = 2r\pi(r + H)$ ,  $V = B \cdot H = r^2\pi H$
- Koni:  $S = B + M = r\pi(r + l)$ ,  $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}r^2\pi H$
- Koni i cinguar :  $S = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)l)$ ,  $V = \frac{1}{3}\pi H(r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2)$
- Sfera:  $S = 4r^2\pi$  Topi:  $V = \frac{4}{3}r^3\pi$
- Distanca ndërmjet dy pikave:  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Syprina e trekëndëshit:  $S = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Këndi ndërmjet dy drejtëzave:  $tg \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Distanca ndërmjet pikës dhe drejtëzës:  $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Vija rrethore:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$   
Kushti i prekjes së vijës rrethore me qendrën në fillimin e sistemit koordinativ dhe në drejtëz  $r^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$   
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe elipsës:  $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ , asimptotat e hiperbolës  $y = \pm \frac{b}{a}x$   
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe hiperbolës:  $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola:  $y^2 = 2px$ ,  $F(\frac{p}{2}, 0)$   
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe parabolës:  $p = 2kn$
- Vargu aritmetik:  $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Vargu gjeometrik:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ ,  $q \neq 1$

Në detyrat në vijim rrethoni shkronjën para përgjigjes së saktë.

1. Sa ka numra natyror më të mëdhenj se 1 dhe më të vegjël se 200 të cilët janë të pjesëtueshëm me 3, 4 dhe 5?

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

3 pikë

2. Vlera e shprehjes  $\frac{\sqrt{(-3)^2} - \sqrt[3]{(-3)^3}}{\sqrt[5]{(-3)^5}}$  është:

- A. 2
- B. 0
- C. -2
- D. -3

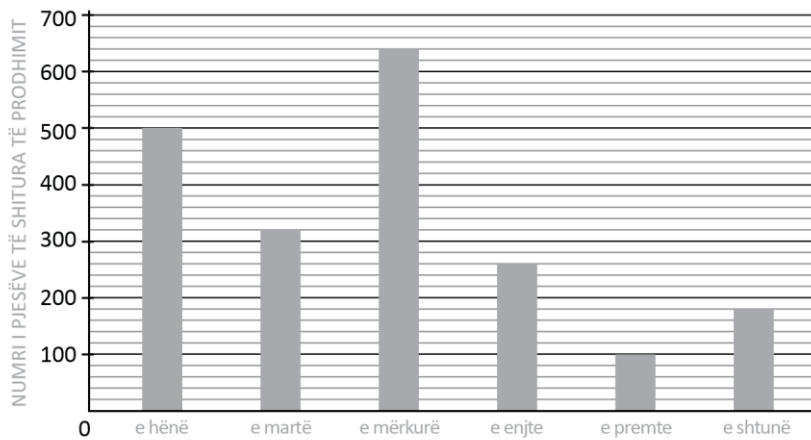
3 pikë

3. Cila nga fjalitë në vijim **nuk është** e saktë?

- A. Ekziston numri iracional i cili nuk është koordinata e një pike në boshtin koordinativ.
- B. Nga dy numra decimal negativ më i madh është ai vlera absolute e të cilit është më e vogël.
- C. Dy pika të ndryshme të boshtit koordinativ kanë koordinata të ndryshme.
- D. Vlera absolute  $|x - y|$ ,  $x, y \in R$ , paraqet gjatësinë e segmentit skajet e të cilit janë pikat  $A(x)$  dhe  $B(y)$ .

3 pikë

4. Me diagramin me kolona është paraqitur shitja e artikullit A, sipas ditëve, gjatë javës së punës.

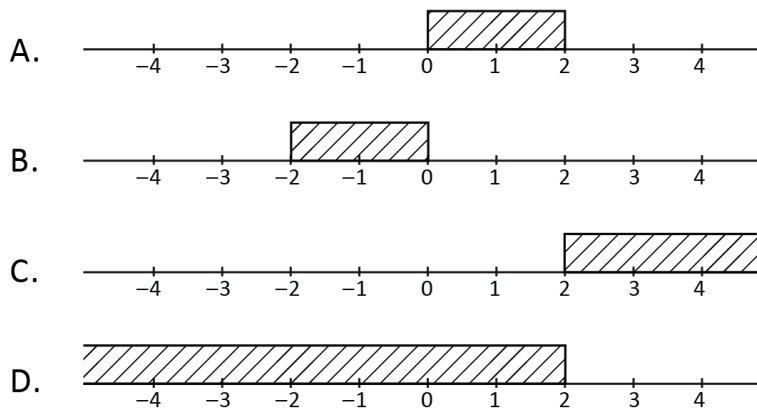


Sa është shitur, shprehur në përqindje, të martën në raport me numrin e pjesëve të shitura gjatë 6 ditëve të paraqitura?

- A. 9%
- B. 13%
- C. 16%
- D. 25%

3 pikë

5. Të gjitha zgjidhjet e inekuacionit  $\frac{x}{x-2} < 1$  janë:



3 pikë

6. Shuma e zgjidhjeve të ekuacionit  $1 = -\frac{39}{x^2} + \frac{16}{x}$  është:

- A. 10
- B. 16
- C. 20
- D. 39

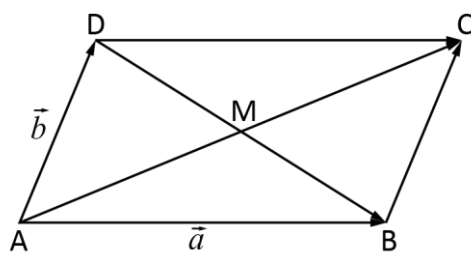
3 pikë

7. Janë dhënë pikat  $A(-4, -4)$  dhe  $B(4, 2)$ . Sa është distanca në mes të pikave  $A$  dhe  $S$ , me çrast  $S$  është mesi i drejtzës dhe  $AB$ ?

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

3 pikë

8. Në skicë është paralelogrami  $ABCD$  dhe vlen  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ . Nëse pika  $M$  është pika prerëse e diagonaleve të paralelogramit, vektori  $\overrightarrow{MA}$  është i barabartë me:



- A.  $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$
- B.  $\vec{a} + \vec{b}$
- C.  $-\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$
- D.  $-\vec{a} - \vec{b}$

3 pikë

9.

- a) Shkruani  $(7+4mi)(6-5i)-(7-4mi)(6-5i)$  në formën  $a+bi$ , ku  $m$  është numër real, ndërsa  $i$  njësia imagjinare.

1 pikë

- b) Llogaritni  $(6 \cdot 10^4) : (2 \cdot 10^{-3})$ .

1 pikë

- c) Zbritni thyesat  $\frac{1}{a^2} - \frac{1}{a(a-1)}$ .

1 pikë

Zgjidhje:

**10.** Lodra është e përbërë nga kube të ngjyrës së kuqe, kaltër, verdhë dhe gjelbër.

Përfaqësimi i kubeve sipas ngjyrave është dhënë me raportin  $4:7:3:1$ , me radhë siç janë cekur ngjyrat. Nëse dihet se kube të verdha ka 20 më pak se të kuqe, llogaritni numrin e kubeve të kaltër.

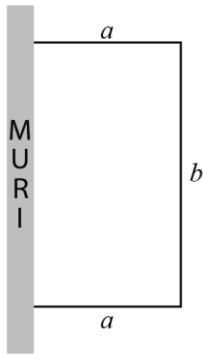
**Zgjidhje:**

*2 pikë*

**11.**

Pranë një muri duhet rrethuar një pjesë të tokës të formës së drejtkëndëshit.

Material ka për  $200m$  rrethojë. Si duhet të jenë dimensionet e drejtkëndëshit ashtu që pjesa e rrethuar të ketë sipërfaqen më të madhe?



**Zgjidhje:**

*4 pikë*

**12.** Përcaktoni shenjën e funksionit  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 4$ .

**Zgjidhje:**

*3 pikë*

- 13.** Thjeshtoni shprehjen  $\frac{\sin x + \cos y}{\operatorname{tg} x}$  ( $0 < x, y < 90^\circ, x + y = 90^\circ$ ), e pastaj përcaktoni vlerën e saj nëse është  $\sin x = \frac{3}{5}$ .

**Zgjidhje:**

*3 pikë*

- 14.** Shqyrtoni pozitën (raportin) reciprok në mes të drejtëzës  $kx - y + 2 = 0$ , ( $k \in \mathbb{R}$ ) dhe vijës rrethore  $x^2 + y^2 = 2$ , në varësi të parametrin  $k$ .

**Zgjidhje:**

*5 pikë*

- 15.** Piramida e rregullt katerfaqësore me brinjën e bazës  $a = 6\text{ cm}$  dhe lartësi  $H = 9\text{ cm}$  është prerë me një rrafsh paralel me bazën të cilat lartësinë e ndajnë në dy pjesë të barabarta. Përcaktoni vëllimin e pjesës e cila përmban bazën e piramidës.

**Vërejtje:** Me zgjidhje është e domosdoshme të vizatohet skica e cila i përgjigjet tekstit të detyrës

**Zgjidhje:**

3 pikë

- 16.** Përcaktoni parametrin  $m$  në ekuacionin e drejtëzës  $(2-2m)x+(3m+3)y-2=0$  ashtu që të jetë normale (pingule) në drejtëzën  $x+2y+2=0$ .

**Zgjidhje:**

*3 pikë*

- 17.** Përcaktoni ekuacionin e elipsës nëse distancat nga një fokus (vatër) deri tek skajet e boshtit të saj të madh janë 1 dhe 7.

**Zgjidhje:**

*3 pikë*

- 18.** Caktoni anëtarin e 29-të të progresionit aritmetik, nëse anëtari i tretë është, kurse i pesëdhjeti 106.

**Zgjidhje:**

*4 pikë*

**19.** Llogaritni  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(4+x)^2 - 16}{x}$ .

**Zgjidhje:**

*2 pikë*

**20.** Gjeni derivatin e dytë të funksionit  $f(x) = \frac{x}{e^x}$ .

**Zgjidhje:**

*3 pikë*















15 sets of 15 rows of 10 boxes each, arranged in three columns. Each row is numbered 1-15 on the left. The boxes are empty, except for a small grid at the bottom of each column.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---