

ŠIFRA UČENIKA

M A T U R S K I I S P I T

JUN 2020.

MATEMATIKA

U P U T S T V O

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.
Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!



* M 1 0 3 1 0 4 9 *

PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Skalarna projekcija vektora na osu $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Skalarni proizvod vektora preko koordinata $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$
- Vektorski proizvod vektora preko koordinata
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1 z_2 - z_1 y_2) \vec{i} + (z_1 x_2 - x_1 z_2) \vec{j} + (x_1 y_2 - y_1 x_2) \vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao: $P = \frac{ah_a}{2}$, $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$,
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $P = r \cdot s$, $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, Romb: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M$ $V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M$ $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M$, $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

r – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$, $V = B \cdot H = r^2\pi H$
- Kupa: $P = B + M = r\pi(r + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}r^2\pi H$
- Zarubljena kupa: $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2)$
- Sfera: $P = 4r^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}r^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Kružna linija: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave
 $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm \frac{b}{a}x$
Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Čemu je jednako $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$?

A. $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$

B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$

D. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

3 boda

2. Koji od datih brojeva **nije** djeljiv sa 3?

A. $5^{202} - 5^{200}$

B. $2020 + 2 \cdot 2020$

C. $2020^2 - 2017^2$

D. $2022^2 - 1$

3 boda

3. Masa medvjeda je 400 kg . Pripremajući se za zimski san, uvećao je svoju masu za 20% , ali je u toku sna izgubio 60% od te dobijene mase. Kolika je bila masa medvjeda nakon sna?

A. 288

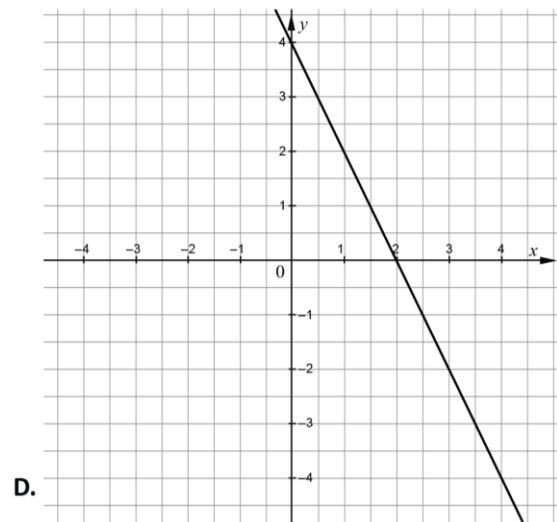
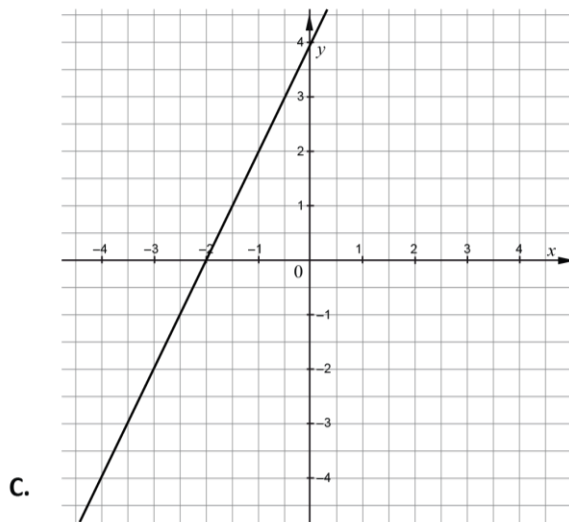
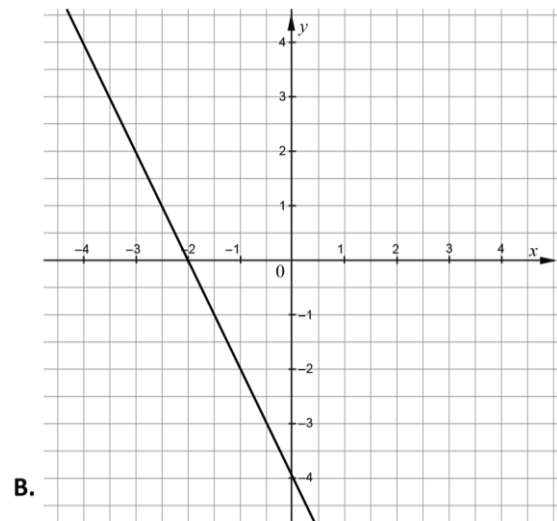
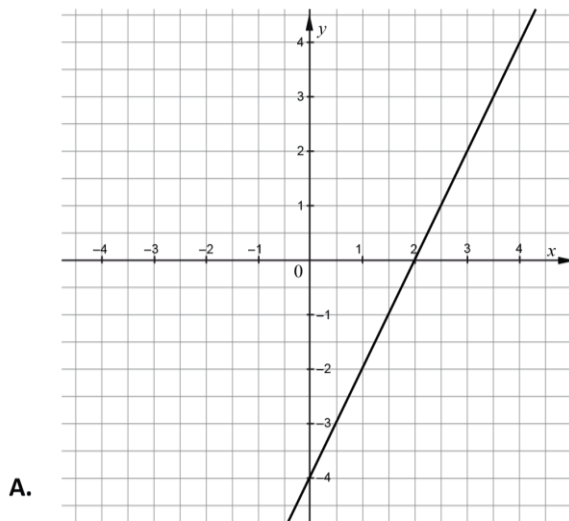
B. 368

C. 432

D. 448

3 boda

4. Ako je $f(x) = 2x - 4$, koji od ponuđenih grafika odgovara funkciji $f(-x)$?



3 boda

5. Za koju vrijednost parametra p , jednačina $p^2x^2 + px + \frac{1}{4} = 0$ ima različita realna rješenja?

- A. Za svako $p \in \mathbb{R}$
- B. Za $p = 1$
- C. Za $p \in \emptyset$
- D. Za $p < -2$

3 boda

6. Koje od sljedećih tvrđenja je **pogrešno**?

- A. Domen funkcije $f(x) = \log_2 x$ je skup realnih brojeva.
- B. Funkcija $f(x) = \log_2 x$ je rastuća za svako x koje pripada domenu.
- C. Funkcija $f(x) = \log_2 x$ je pozitivna za svako $x > 1$.
- D. Asimptota funkcije $f(x) = \log_2 x$ je prava $x = 0$.

3 boda

7. Sinus ugla koji dijagonala kocke zaklapa sa ravni osnove je:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D. $\sqrt{2}$

3 boda

8. Oblast definisanosti funkcije $f(x) = \frac{1 - e^{\frac{1}{x}}}{\sqrt{1 - x^2}}$ je:

- A. $(-1, 1)$
- B. $(0, 1)$
- C. $(-1, 0) \cup (0, 1)$
- D. $[-1, 0) \cup (0, 1]$

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Skratite algebarski razlomak $\frac{x^3 - ax^2 - b^2x + ab^2}{x^2 - (a+b)x + ab}$, ($x \neq a, b$).

Rješenje:

3 boda

10. Odredite $\operatorname{Re}(z)$ i $\operatorname{Im}(z)$ ako je $z = (1+i)^{10}$.

Rješenje:

3 boda

11. Koliko cijelih brojeva x je rješenje nejednačine $\frac{2x+10}{x^2-2x-8} < -1$?

Rješenje:

5 bodova

12. Data je funkcija $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{2-x}$.

a) Izračunajte $f(-1)$.

1 bod

b) Ako je $f(x) = 256$, odredite x .

2 boda

Rješenje:

13. Naći $\log_{\sqrt{c}} \sqrt{d} - \log_{\sqrt{d}} \sqrt{c}$ ako je $\log_c d = a$.

Rješenje:

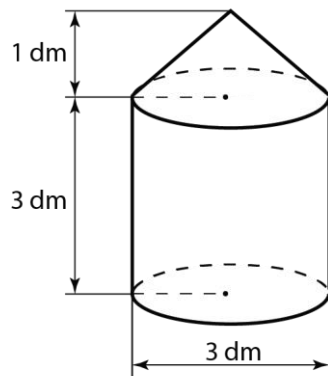
3 boda

14. Riješiti jednačinu $\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$.

Rješenje:

4 boda

- 15.** Podaci o obliku i dimenzijama drvene figure su dati na skici ispod. Kolika je masa date figure ako je poznato da $3,14 \text{ dm}^3$ ima masu od 80 g ? (Uzeti da je $\pi = 3,14$)



Rješenje:

4 boda

16. Napišite jednačinu prave koja sadrži tačku $P(4, -3)$ i paralelna je sa:

a) x - osom;

1 bod

b) Simetralom prvog i trećeg kvadranta.

2 boda

Rješenje:

- 17.** Odredi jednačinu kružne linije koja dodiruje koordinatne ose i sadrži tačku $M(8,9)$.

Napomena: $\sqrt{576} = 24$

Rješenje:

5 bodova

18. Izračunati $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 5^n}{2^n + 5^n}$.

Rješenje:

3 boda

19. Odredite prvi član i količnik geometrijskog niza (a_n) , ako je $a_n = \frac{(-1)^n \cdot 3}{4^n}$.

Rješenje:

2 boda

20. Odredite intervale monotonosti funkcije $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.

Rješenje:

3 boda

