

SHIFRA E NXËNËSIT

PROVIMI I MATURËS

QERSHOR 2020

MATEMATIKË

U D H Ë Z I M

KOHA PËR ZGJIDHJEN E TESTIT ËSHTË 150 MINUTA

Mjetet: lapsi i thjeshtë (grafit) dhe goma, lapsi kimik, veglat gjeometrike.
Përdorimi i kalkulatorit nuk lejohet.

Lexoni me kujdes udhëzimin.

Mos i shpalosni fletët dhe mos filloni me zgjidhjen e detyrave pa ju dhënë leje mësimdhënësi kujdestar.

Testi përmban 20 detyra.

Gjatë punës mund të shfrytëzoni formulat të cilat janë dhënë në faqet 4 dhe 5.

Me test është dhënë edhe lista e përgjigjeve për detyrat me zgjedhje të shumëfishtë. Është e nevojshme që në vendin përkatës me kujdes t'i përshkruani përgjigjet tuaja për 8 detyrat e para.

Pritet që te zgjidhja e detyrave të tipit të hapur rezultati përfundimtar të jetë i përfutur (p. sh. është bërë thjeshtimi i thyesave, mbledhja e anëtarëve të llojit të njëjtë) dhe të jetë e shkruar njësia përkatëse e matjes (te detyrat nga stereometria).

Detyra do të vlerësohet me 0 pikë nëse:

- është e pasaktë
- janë qarkuar më shumë përgjigje të ofruara
- është e palexueshme dhe nuk është shkruar qartë
- zgjidhja është shkruar me laps të thjeshtë

Grafikët, figurat gjeometrike mund t'i vizatoni me laps të thjeshtë.

Nëse gaboni zgjidhjen tuaj, vendosni një vijë të kryqëzuar mbi të dhe zgjidheni përsëri. Nëse detyrën e keni zgjidhur në disa mënyra, duhet që saktësisht të theksoni zgjidhjen që duhet ta vlerësojë vlerësuesi.

Kur të përfundoni me zgjidhjen e detyrave, kontrolloni edhe një herë përgjigjet tuaja.

Ju dëshirojmë sukses të plotë!



* M 1 0 3 1 0 4 9 *

FAQE E ZBRAZËT

FORMULAT

- $i^2 = -1, \quad z = a + bi, \quad \bar{z} = a - bi, \quad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3, \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Rregullat e Vietit: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Kulmi i parabolës: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \quad \log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Projektioni shkallor i vektorit në bosht $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Prodhiimi shkallor i vektorit përmes koordinatave $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Prodhiimi vektor i vektorit përmes koordinatave
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha, \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha,$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$
 $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Teorema e Sinusit: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Teorema e Kosinusit: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trekëndëshi: $S = \frac{ah_a}{2}, \quad S = \frac{ab \sin \gamma}{2},$
 $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2}, \quad S = r \cdot s, \quad S = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogrami: $S = a \cdot h_a, \quad$ Rombi: $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapezi: $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizmi: $S = 2B + M, \quad V = B \cdot H$
- Piramida: $S = B + M, \quad V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Piramida e cinguar: $S = B_1 + B_2 + M, \quad V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

r – shenja për rrezën

- Cilindri: $S = 2B + M = 2r\pi(r + H)$, $V = B \cdot H = r^2\pi H$
- Koni: $S = B + M = r\pi(r + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}r^2\pi H$
- Koni i cunguar : $S = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2)$
- Sfera: $S = 4r^2\pi$ Topi: $V = \frac{4}{3}r^3\pi$
- Distanca ndërmjet dy pikave: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Syprina e trekëndëshit: $S = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Këndi ndërmjet dy drejtëzave: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Distanca ndërmjet pikës dhe drejtëzës: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Vija rrethore: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Kushti i prekjes së vijës rrethore me qendrën në fillimin e sistemit koordinativ dhe në drejtëz $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe elipsës: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptotat e hiperbolës $y = \pm \frac{b}{a}x$
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe hiperbolës: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe parabolës: $p = 2kn$
- Vargu aritmetik: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Vargu gjeometrik: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

Në detyrat në vijim rrethoni shkronjën para përgjigjes së saktë.

1. Me çka është e barabartë $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$?

A. $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$

B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$

D. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

3 pikë

2. Cili nga numrat e dhënë **nuk është** i pjesëtueshëm me 3?

A. $5^{202} - 5^{200}$

B. $2020 + 2 \cdot 2020$

C. $2020^2 - 2017^2$

D. $2022^2 - 1$

3 pikë

3. Pesha e ariut është 400 kg . Duke u përgatitur për gjumin dimëror, ka rritur peshën e vet për 20%, por gjatë gjumit ka humbur 60% nga ajo pesha e fituar. Sa ka qenë pesha e ariut pas gjumit?

A. 288

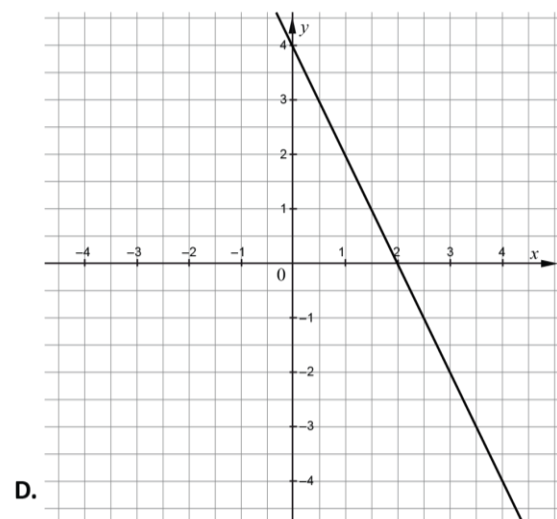
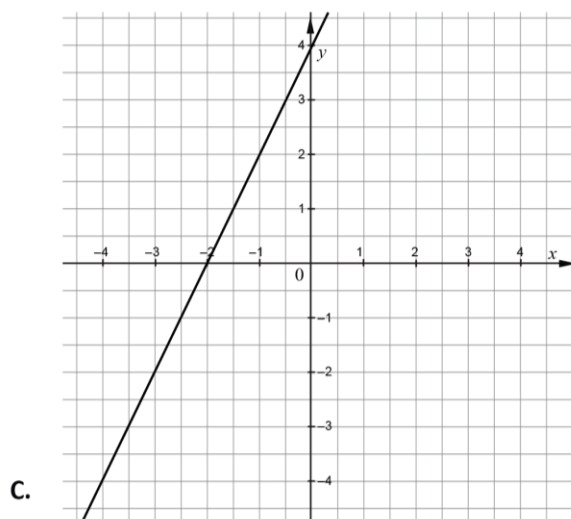
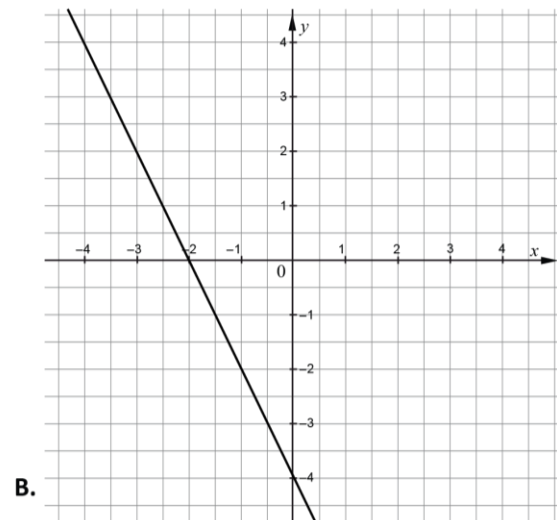
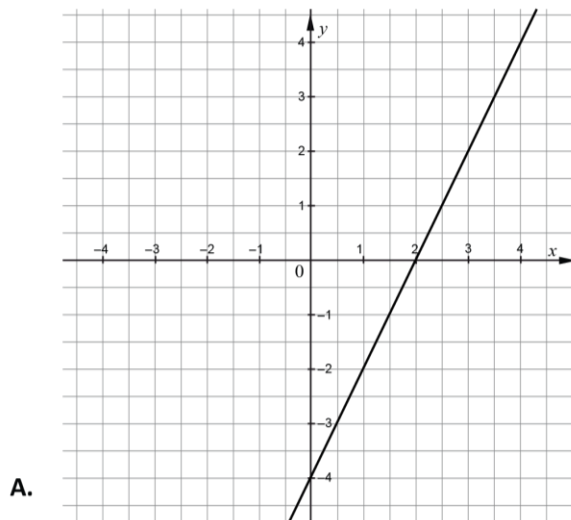
B. 368

C. 432

D. 448

3 pikë

4. Nëse është $f(x) = 2x - 4$, cili nga grafikët e dhënë i përgjigjet funksionit $f(-x)$?



3 pikë

5. Për cilën vlerë të parametrit p , ekuacioni $p^2x^2 + px + \frac{1}{4} = 0$ ka zgjidhje të ndryshme reale?

- A. Për çdo $p \in \mathbb{R}$
- B. Për $p = 1$
- C. Për $p \in \emptyset$
- D. Për $p < -2$

3 pikë

6. Cili nga pohimet në vijim është i **pasaktë**?

- A. Domeni i funksionit $f(x) = \log_2 x$ është bashkësia e numrave real.
- B. Funksioni $f(x) = \log_2 x$ është rritës për çdo x që i përket domenit.
- C. Funksioni $f(x) = \log_2 x$ është pozitiv për çdo $x > 1$.
- D. Asimptota e funksionit $f(x) = \log_2 x$ është drejtëza $x = 0$.

3 pikë

7. Sinusi i këndit që diagonalja e kubit formon me rrafshin e bazës është:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D. $\sqrt{2}$

3 pikë

8. Domeni i funksionit $f(x) = \frac{1 - e^{\frac{1}{x}}}{\sqrt{1 - x^2}}$ është:

- A. $(-1, 1)$
- B. $(0, 1)$
- C. $(-1, 0) \cup (0, 1)$
- D. $[-1, 0) \cup (0, 1]$

3 pikë

9. Thjeshtoni thyesin algebrik $\frac{x^3 - ax^2 - b^2x + ab^2}{x^2 - (a+b)x + ab}$, ($x \neq a, b$).

Zgjidhje:

3 pikë

10. Përcaktoni $\operatorname{Re}(z)$ dhe $\operatorname{Im}(z)$ nëse $z = (1+i)^{10}$.

Zgjidhje:

3 pikë

11. Sa numra të plotë x janë zgjidhje të inekuacionit $\frac{2x+10}{x^2-2x-8} < -1$?

Zgjidhje:

5 pikë

12. Është dhënë funksioni $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{2-x}$.

a) Llogaritni $f(-1)$.

1 pikë

b) Nëse vlen $f(x) = 256$, përcaktoni x .

2 pikë

Zgjidhje:

13. Gjeni $\log_{\sqrt{c}} \sqrt{d} - \log_{\sqrt{d}} \sqrt{c}$ nëse $\log_c d = a$ është.

Zgjidhje:

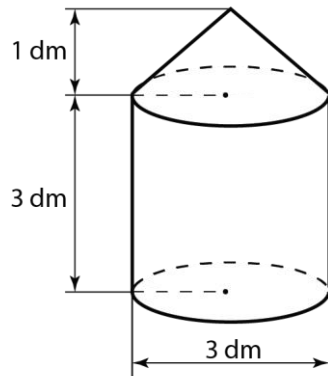
3 pikë

14. Zgjidhni ekuacionin $\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$.

Zgjidhje:

4 pikë

- 15.** Të dhënat për formën dhe dimensionet e figurës nga druri janë dhënë në skicë më poshtë. Sa është pesha e figurës së dhënë nëse është e ditur se $3,14 \text{ dm}^3$ ka peshën 80 g ? (Të merret $\pi = 3,14$)



Zgjidhje:

4 pikë

16. Përcaktoni ekuacionin e drejtëzës që përmban pikën $P(4, -3)$ dhe është paralele

me:

a) Boshtin x .

1 pikë

b) Simetralen (përgjysmoren) e kuadratit të parë dhe të tretë.

2 pikë

Zgjidhje:

- 17.** Përcaktoni ekuacionin e vijës rrethore e cila prek boshtet koordinative dhe përmban pikën $M(8,9)$.

Vërejtje: $\sqrt{576} = 24$

Zgjidhje:

5 pikë

18. Llogaritni $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 5^n}{2^n + 5^n}$.

Zgjidhje:

3 pikë

19. Përcaktoni anëtarin e parë dhe herësin e vargut gjeometrik (a_n) , nëse

$$a_n = \frac{(-1)^n \cdot 3}{4^n} .$$

Zgjidhje:

2 pikë

20. Përcaktoni intervalet e monotonisë së funksionit $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$.

Zgjidhje:

3 pikë

