

ŠIFRA UČENIKA

## MATURSKI ISPIT

JUN 2018.

# MATEMATIKA

### U P U T S T V O

## VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA

**Pribor:** grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.  
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

**Pažljivo pročitajte uputstvo.**

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

**Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:**

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!



\* M 8 5 9 1 7 \*



**PRAZNA STRANA**

## FORMULE

- $i^2 = -1$ ,  $z = a + bi$ ,  $\bar{z} = a - bi$ ,  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Vietova pravila:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole:  $T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ,  $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Skalarna projekcija vektora na osu  $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Skalarni proizvod vektora preko koordinata  $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Vektorski proizvod vektora preko koordinata  
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ ,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao:  $P = \frac{ah_a}{2}$ ,  $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$ ,  
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ,  $P = r \cdot s$ ,  $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram:  $P = a \cdot h_a$ , Romb:  $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$  Trapez:  $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma:  $P = 2B + M$   $V = B \cdot H$
- Piramida:  $P = B + M$   $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida:  $P = B_1 + B_2 + M$ ,  $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

$R$  – oznaka za poluprečnik

- Valjak:  $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$ ,  $V = B \cdot H = r^2\pi H$
- Kupa:  $P = B + M = R\pi(R + l)$ ,  $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa:  $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$ ,  $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera:  $P = 4R^2\pi$       Lopta:  $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke:  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla:  $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave:  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Rastojanje između tačke i prave:  $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Kružna linija:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$   
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave  
 $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$   
Uslov dodira prave i elipse:  $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ , asimptote hiperbole  $y = \pm \frac{b}{a}x$   
Uslov dodira prave i hiperbole:  $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola:  $y^2 = 2px$ ,  $F(\frac{p}{2}, 0)$   
Uslov dodira prave i parabole:  $p = 2kn$
- Aritmetički niz:  $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ ,  $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

**1.** Najveći zajednički djelilac za polinome  $x^2 - 4x + 4$ ,  $x^2 - 4$ ,  $x^3 - 8$  je:

- A.  $x - 2$
- B.  $x + 2$
- C.  $(x - 2)^2 (x + 2)^2$
- D.  $(x - 2)^2 (x + 2)(x^2 + x + 4)$

3 boda

**2.** Ako je  $x + \frac{1}{x} = 3$ , čemu je jednako  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ?

- A. 1
- B. 3
- C. 5
- D. 7

3 boda

**3.** Koja se funkcija dobija kada se odsječak na y-osi funkcije  $f(x) = \frac{1}{5}x - 5$  uveća za 4?

- A.  $g(x) = 4\frac{1}{5}x - 1$
- B.  $g(x) = 4\frac{1}{5}x - 9$
- C.  $g(x) = \frac{1}{5}x - 9$
- D.  $g(x) = \frac{1}{5}x - 1$

3 boda

4. Date su nejednačine  $\frac{x}{2} - \frac{x-4}{3} > 0$  i  $x-4 > 3x+6$ .

Koji od datih brojeva se nalazi u skupu rješenja obje nejednačine?

- A.  $-9$
- B.  $-7$
- C.  $-5$
- D.  $-3$

3 boda

5.  $\operatorname{tg}(-300^\circ)$  jednak je:

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- B.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C.  $\sqrt{3}$
- D.  $-\sqrt{3}$

3 boda

6. Jedna osnovica trapeza je  $\frac{4}{5}$  druge osnovice. Za koliko se razlikuju osnovice trapeza ako je srednja linija trapeza  $18\text{ cm}$ ?

- A.  $4\text{ cm}$
- B.  $6\text{ cm}$
- C.  $8\text{ cm}$
- D.  $12\text{ cm}$

3 boda

**7.** Koji od navedenih uslova treba da bude ispunjen da bi se asimptote hiperbole

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ sjekle pod pravim uglom?}$$

- A.  $a = b$
- B.  $a^2 = b^2$
- C.  $a = b + 1$
- D.  $b = a + 1$

*3 boda*

**8.** Oblast definisanosti funkcije  $f(x) = \sqrt[5]{\frac{5}{\sqrt{x}-1}}$  je:

- A.  $(0, +\infty)$
- B.  $[0, +\infty)$
- C.  $(0, 1) \cup (1, +\infty)$
- D.  $[0, 1) \cup (1, +\infty)$

*3 boda*



Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Ako je  $z = \frac{-1+i}{1+i}$  ( $i$  je imaginarna jedinica), odredite  $\operatorname{Re}(z^{2017})$ .

Rješenje:

3 boda

**10.** Uprostite izraz  $(a^{-1} + b^{-1})ab(b^2 - a^2)^{-1}$ .

**Rješenje:**

*2 boda*

- 11.** Data je funkcija  $f(x) = (1-p)x^2 - p(p+2)x + p^2$ , ( $p \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ). Odredite vrijednost parametra  $p$  tako da funkcija nema realnih nula.

**Rješenje:**

*4 boda*

**12.** Riješite jednačinu  $5^{\frac{x-1}{3}} = \sqrt[4]{0,2^{x+1}}$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

**13.** Riješite jednačinu  $\log(x-2) + 2\log(x+1)^{\frac{1}{2}} = 1$ .

**Rješenje:**

*5 bodova*

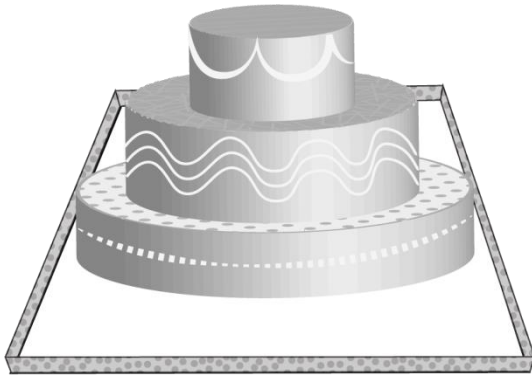
**14.** Dokažite da važi  $\sin(x-y)\sin(x+y) = \sin^2 x - \sin^2 y$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

**15.**

Trospratnu toru kao na crtežu treba prekriti dekor masom. Kod torte je najveći prečnik  $30\text{ cm}$ , a svaki naredni je za  $10\text{ cm}$  manji. Visina „prvog sprata“ je  $10\text{ cm}$ , a svakog sljedećeg je za  $5\text{ cm}$  veća. Izračunajte koliku površinu torte treba prekriti dekor masom.



**Rješenje:**

*4 boda*

- 16.** Neka prava  $p$  sadrži tačke  $A(4,7)$  i  $B(0,3)$ . Odredite ugao koji prava zaklapa sa pozitivnim dijelom  $x$  - ose.

**Rješenje:**

*2 boda*



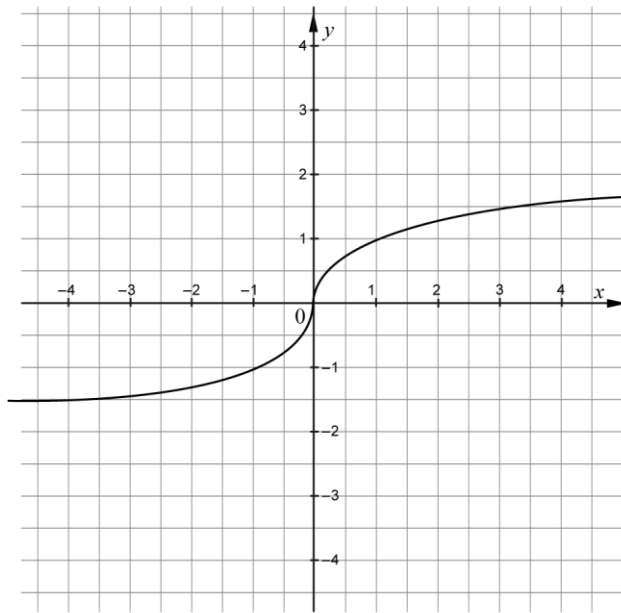
- 17.** Odrediti jednačinu kružne linije kojoj je centar na  $x$ -osi, dodiruje  $y$ -osu i sadrži tačku  $A(8,4)$ .

**Rješenje:**

*4 boda*

**18.**

U datom koordinatnom sistemu je prikazan grafik funkcije  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ .



a) Odredite funkciju  $f^{-1}(x)$  koja je inverzna datoj funkciji.

*1 bod*

b) Koristeći isti koordinatni sistem skicirajte grafik funkcije  $f^{-1}(x)$ .

*1 bod*

c) Zapišite intervale na kojima je  $f^{-1}(x) > f(x)$ .

*1 bod*

**Rješenje:**

**19.** Neka su aritmetički nizovi  $(a_n)$  i  $(b_n)$  zadati na sljedeći način:

$(a_n)$ : **161, 157, 153, 149, 145,...**

$(b_n)$ : **0, 3, 6, 9, 12,...**

Postoji broj koji se nalazi na istom rednom mjestu u oba niza. Koji je po redu to broj?

*Napomena: Neophodan je postupak rješavanja.*

**Rješenje:**

*3 boda*

**20.** U kutiji se nalazi 8 kuglica od kojih je 6 plavih. Ako iz kutije izvlačimo 4 kuglice, kolika je vjerovatnoća da su među njima 3 plave?

**Rješenje:**

*3 boda*



















1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

15.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9