



qendra e provimeve

SHIFRA E NXËNËSIT

# PROVIMI I MATURËS

QERSHOR 2018

# MATEMATIKË

## U D H Ë Z I M

### KOHA PËR ZGJIDHJEN E TESTIT ËSHTË 150 MINUTA

**Mjetet:** lapsi i thjeshtë (grafit) dhe goma, lapsi kimik, veglat gjeometrike.  
Përdorimi i kalkulatorit nuk lejohet.

**Lexoni me kujdes udhëzimin.**

Mos i shpalosni fletët dhe mos filloni me zgjidhjen e detyrave pa ju dhënë leje mësimdhënësi kujdestar.

Testi përmban 20 detyra.

Gjatë punës mund të shfrytëzoni formulat të cilat janë dhënë në faqet 4 dhe 5.

Me test është dhënë edhe lista e përgjigjeve për detyrat me zgjedhje të shumëfishtë. Është e nevojshme që në vendin përkatës me kujdes t'i përshkruani përgjigjet tuaja për 8 detyrat e para.

Pritet që te zgjidhja e detyrave të tipit të hapur rezultati përfundimtar të jetë i përfutur (p. sh. është bërë thjeshtimi i thyesave, mbledhja e anëtarëve të llojit të njëjtë) dhe të jetë e shkruar njësia përkatëse e matjes (te detyrat nga stereometria).

**Detyra do të vlerësohet me 0 pikë nëse:**

- është e pasaktë
- janë qarkuar më shumë përgjigje të ofruara
- është e palxueshme dhe nuk është shkruar qartë
- zgjidhja është shkruar me laps të thjeshtë

Grafikët, figurat gjeometrike mund t'i vizatoni me laps të thjeshtë.

Nëse gaboni zgjidhjen tuaj, vendosni një vijë të kryqëzuar mbi të dhe zgjidheni përsëri. Nëse detyrën e keni zgjidhur në disa mënyra, duhet që saktësisht të theksoni zgjidhjen që duhet ta vlerësojë vlerësuesi.

Kur të përfundoni me zgjidhjen e detyrave, kontrolloni edhe një herë përgjigjet tuaja.

Ju dëshirojmë sukses të plotë!



\* M 8 5 9 1 7 \*



**FAQE E ZBRAZËT**

## FORMULAT

- $i^2 = -1, \quad z = a + bi, \quad \bar{z} = a - bi, \quad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3, \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Rregullat e Vietit:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Kulmi i parabolës:  $T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \quad \log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Projektioni shkallor i vektorit në bosht  $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Prodhimi shkallor i vektorit përmes koordinatave  $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Prodhimi vektor i vektorit përmes koordinatave  
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha, \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha,$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$   
 $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Teorema e Sinusit:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Teorema e Kosinusit:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trekëndëshi:  $S = \frac{ah_a}{2}, \quad S = \frac{ab \sin \gamma}{2},$   
 $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2}, \quad S = r \cdot s, \quad S = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogrami:  $S = a \cdot h_a,$       Rombi:  $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$       Trapezi:  $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizmi:  $S = 2B + M, \quad V = B \cdot H$
- Piramida:  $S = B + M, \quad V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Piramida e cinguar:  $S = B_1 + B_2 + M, \quad V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

$R$  – shenja për rrezën

- Cilindri:  $S = 2B + M = 2R\pi(R + H)$ ,  $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Koni:  $S = B + M = R\pi(R + l)$ ,  $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Koni i cinguar :  $S = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$ ,  $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera:  $S = 4R^2\pi$  Topi:  $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Distanca ndërmjet dy pikave:  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Syprina e trekëndëshit:  $S = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Këndi ndërmjet dy drejtëzave:  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Distanca ndërmjet pikës dhe drejtëzës:  $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Vija rrethore:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$   
Kushti i prekjes së vijës rrethore me qendrën në fillimin e sistemit koordinativ dhe në drejtëz  $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$   
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe elipsës:  $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ , asimptotat e hiperbolës  $y = \pm\frac{b}{a}x$   
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe hiperbolës:  $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola:  $y^2 = 2px$ ,  $F(\frac{p}{2}, 0)$   
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe parabolës:  $p = 2kn$
- Vargu aritmetik:  $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Vargu gjeometrik:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ ,  $q \neq 1$

Në detyrat në vijim rrethoni shkronjën para përgjigjes së saktë.

**1.** Pjesëtuesi më i madh i përbashkët për polinomet  $x^2 - 4x + 4, x^2 - 4, x^3 - 8$  është:

- A.  $x - 2$
- B.  $x + 2$
- C.  $(x - 2)^2 (x + 2)^2$
- D.  $(x - 2)^2 (x + 2)(x^2 + x + 4)$

3 pikë

**2.** Nëse është  $x + \frac{1}{x} = 3$ , me çfarë është e barabartë  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ?

- A. 1
- B. 3
- C. 5
- D. 7

3 pikë

**3.** Cili funksion fitohet kur prerja e funksionit në boshtin y  $f(x) = \frac{1}{5}x - 5$  rritet për 4?

- A.  $g(x) = 4\frac{1}{5}x - 1$
- B.  $g(x) = 4\frac{1}{5}x - 9$
- C.  $g(x) = \frac{1}{5}x - 9$
- D.  $g(x) = \frac{1}{5}x - 1$

3 pikë

4.

Janë dhënë inekuacionet  $\frac{x}{2} - \frac{x-4}{3} > 0$  dhe  $x-4 > 3x+6$ . Cili nga numrat e dhënë i përket bashkësisë së zgjidhjeve të dy inekuacioneve?

- A.  $-9$
- B.  $-7$
- C.  $-5$
- D.  $-3$

3 pikë

5.

$\operatorname{tg}(-300^\circ)$  është i barabartë me:

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- B.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C.  $\sqrt{3}$
- D.  $-\sqrt{3}$

3 pikë

6.

Njëra bazë e trapezit është  $\frac{4}{5}$  e bazës tjetër. Për sa dallohen bazat e trapezit, nëse mesorja e trapezit është  $18\text{ cm}$ ?

- A.  $4\text{ cm}$
- B.  $6\text{ cm}$
- C.  $8\text{ cm}$
- D.  $12\text{ cm}$

3 pikë

**7.**

Cili nga kushtet e cekura duhet plotësuar që asimptotat e hiperbolës  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  të priten nën këndin e drejt?

- A.  $a = b$
- B.  $a^2 = b^2$
- C.  $a = b + 1$
- D.  $b = a + 1$

3 pikë

**8.**

Lëmi i përkufizimit të funksionit  $f(x) = \sqrt[5]{\frac{5}{\sqrt{x}-1}}$  është:

- A.  $(0, +\infty)$
- B.  $[0, +\infty)$
- C.  $(0, 1) \cup (1, +\infty)$
- D.  $[0, 1) \cup (1, +\infty)$

3 pikë



9. Nëse është  $z = \frac{-1+i}{1+i}$  ( $i$  është njësia imagjinare), përcaktoni  $\operatorname{Re}(z^{2017})$ .

Zgjidhje:

3 pikë

**10.** Thjeshtësoni shprehjen  $(a^{-1} + b^{-1})ab(b^2 - a^2)^{-1}$ .

**Zgjidhje:**

*2 pikë*

- 11.** Është dhënë funksioni  $f(x) = (1-p)x^2 - p(p+2)x + p^2$ , ( $p \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ). Përcaktoni vlerën e parametrin  $p$ , ashtu që funksioni i dhënë nuk ka zero reale.

**Zgjidhje:**

*4 pikë*

**12.** Zgjidhni ekuacionin  $5^{\frac{x-1}{3}} = \sqrt[4]{0,2^{x+1}}$ .

**Zgjidhje:**

*3 pikë*

**13.** Zgjidhni ekuacionin  $\log(x-2) + 2\log(x+1)^{\frac{1}{2}} = 1$ .

**Zgjidhje:**

*5 pikë*

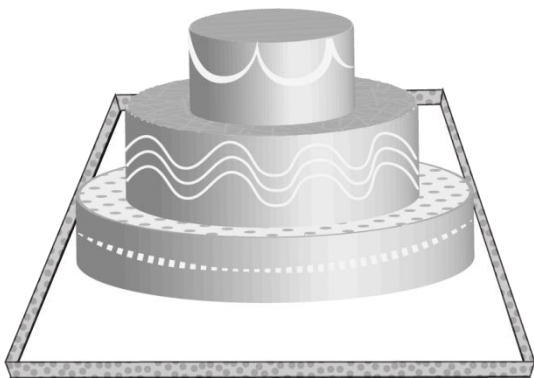
**14.** Tregoni se vlen  $\sin(x-y)\sin(x+y) = \sin^2 x - \sin^2 y$ .

**Zgjidhje:**

*3 pikë*

**15.**

Torta trekatëshe si në vizatim duhet mbuluar me masën dekoruese. Tek torta diametri i madh është  $30\text{ cm}$ , kurse secili që vijon është për  $10\text{ cm}$  më i vogël. Lartësia e „katit të parë“ është  $10\text{ cm}$ , kurse e secilit në vijim është për  $5\text{ cm}$  më e madhe. Llogaritni sipërfaqen e tortës që duhet mbuluar me masën dekoruese.



**Zgjidhje:**

*4 pikë*

- 16.** Drejtëza  $p$  le të përmbajë pikat  $A(4,7)$  dhe  $B(0,3)$ . Përcaktoni këndin që drejtëza mbyll me pjesën pozitive të boshtit  $x$ .

**Zgjidhje:**

*2 pikë*



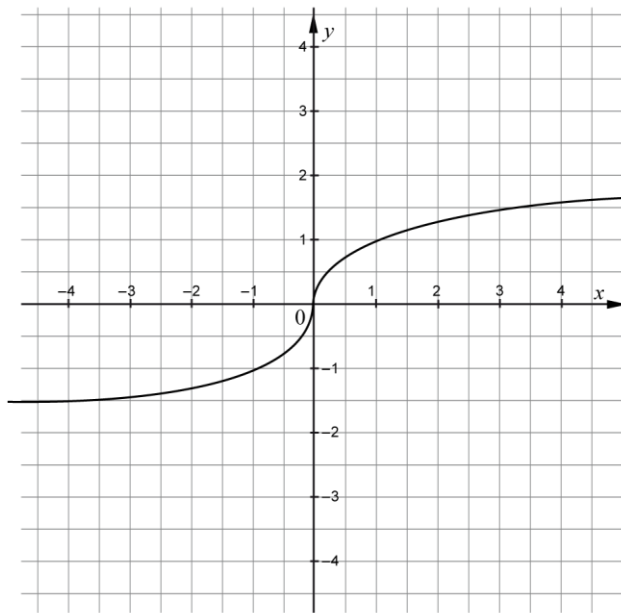
- 17.** Përcaktoni ekuacionin e vijës rrethore, qendra e së cilës është në boshtin  $x$ , takon boshtin  $y$  dhe përmban pikën  $A(8,4)$ .

**Zgjidhje:**

*4 pikë*

**18.**

Në sistemin e dhënë koordinativ është paraqitur grafiku i funksionit  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ .



a) Përcaktoni funksionin  $f^{-1}(x)$  që është invers me funksionin e dhënë.

*1 pikë*

b) Duke përdorur të njëjtin sistem vizatoni grafikun e funksionit  $f^{-1}(x)$ .

*1 pikë*

c) Shkruani intervalet në të cilat është  $f^{-1}(x) > f(x)$ .

*1 pikë*

**Zgjidhje:**

**19.** Le të jenë vargjet aritmetikore  $(a_n)$  dhe  $(b_n)$  të dhëna si në mënyrën në vazhdim:

$$(a_n): 161, 157, 153, 149, 145, \dots$$

$$(b_n): 0, 3, 6, 9, 12, \dots$$

Ekziston numri i cili ndodhet në të njëjtin rend të punës në të dy vargjet . Cili është me rend ai numër?

*Vërejtje: Është e domosdoshme ecuria e zgjidhjes.*

**Zgjidhje:**

*3 pikë*

**20.** Në kuti ka 8 topa të vegjël prej të cilëve 6 janë të kaltër. Nëse nga kutia nxjerrim 4 topa, sa është probabiliteti që mes tyre janë tre të kaltër?

**Zgjidhje:**

*3 pikë*

















