

ŠIFRA UČENIKA

MATURSKI ISPIT

JUN 2016.

MATEMATIKA

U P U T S T V O

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekržite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!



* M 6 7 8 0 4 *

PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Skalarna projekcija vektora na osu $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Skalarni proizvod vektora preko koordinata $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Vektorski proizvod vektora preko koordinata
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao: $P = \frac{ah_a}{2}$, $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$,
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $P = r \cdot s$, $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a$, Romb: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M$ $V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M$ $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M$, $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$, $V = B \cdot H = r^2\pi H$
- Kupa: $P = B + M = R\pi(R + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa: $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $P = 4R^2\pi$ Lopta: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla: $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Kružna linija: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave
 $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptote hiperbole $y = \pm\frac{b}{a}x$
Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Uslov dodira prave i parabole: $p = 2kn$
- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Ako je broj $m \cdot 5^4 \cdot 6^2 \cdot 17^9$ djeljiv sa 7^2 i sa 2^3 , koja je **najmanja** moguća vrijednost koju može imati m ?

- A. 14
- B. 49
- C. 98
- D. 392

3 boda

2. Za montiranje opreme radniku A je potrebno 6, a radniku B 8 dana. Radili su zajedno i zaradili 910 eura. Koliki je udio u zaradi radnika B, ako je novac podijeljen srazmjerno uloženom radu?

- A. 390 €
- B. 455 €
- C. 520 €
- D. 610 €

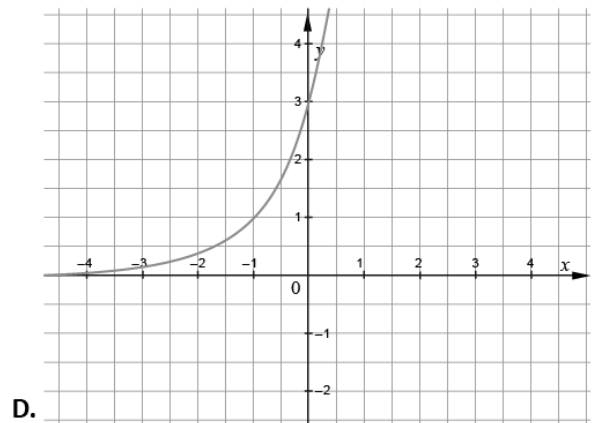
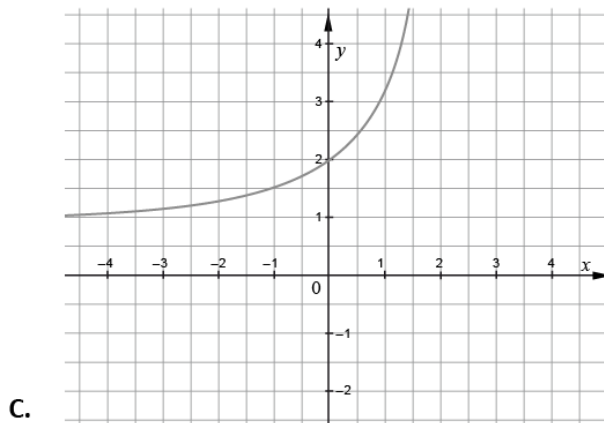
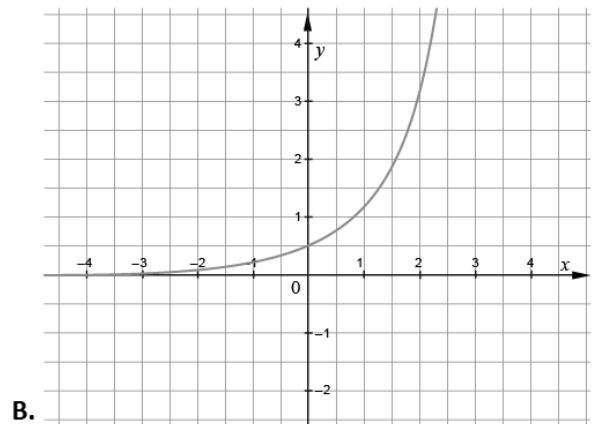
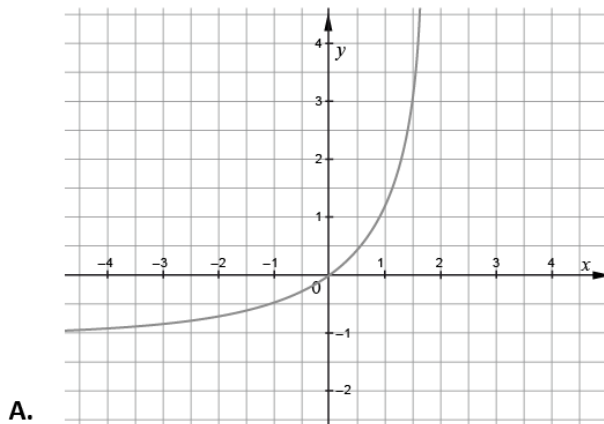
3 boda

3. Za koju vrijednost parametra k sistem jednačina $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ kx - 6y = 3 \end{cases}$ **nema** jedinstveno rješenje?

- A. -3
- B. -1
- C. 3
- D. 5

3 boda

4. Na kojoj slici je prikazan grafik funkcije $f(x) = 3^{x+1}$?



3 boda

5. Vrijednost izraza $\left(\cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{5\pi}{12}\right)\left(\cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{5\pi}{12}\right)$ je:

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3 boda

6. Dužine stranica $\triangle ABC$ su 4 cm , 5 cm i 6 cm . Ako je najkraća stranica njemu sličnog $\triangle A'B'C'$ jednaka 2 cm , druge dvije stranice su:

- A. $2,5\text{ cm}$ i 3 cm
- B. 3 cm i 4 cm
- C. $7,5\text{ cm}$ i 9 cm
- D. 10 cm i 12 cm

3 boda

7. Jednačina prave koja zaklapa sa pozitivnim smjerom x -ose ugao od 135° , a na pozitivnom djelu y -ose gradi odsječak dužine 1 je:

- A. $y = -x - 1$
- B. $y = -x + 1$
- C. $y = x - 1$
- D. $y = x + 1$

3 boda

8. Pomoću kojeg od datih izraza se može izračunati n -ti član aritmetičkog niza

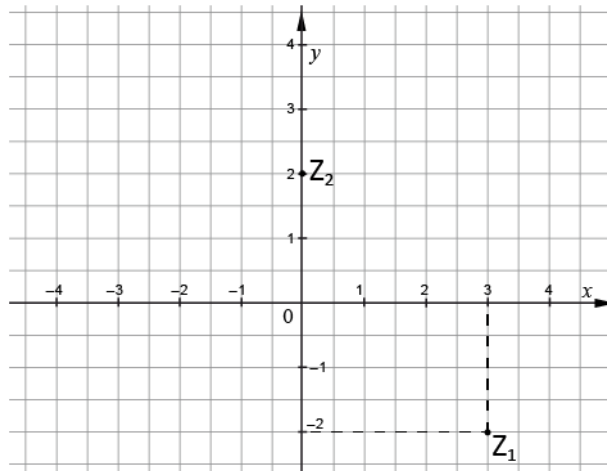
$$-3, -7, -11, -15, -19, \dots ?$$

- A. $-1 - 4n$
- B. $-1 + 4n$
- C. $1 - 4n$
- D. $1 + 4n$

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Kompleksni brojevi z_1 i z_2 su predstavljeni u koordinatnoj ravni .



- a) Napišite brojeve z_1 i z_2 u algebarskom obliku.

1 bod

- b) Odredite $|z_1 \cdot z_2|$.

2 boda

Rješenje:

10. Izvršite naznačene operacije u izrazu $\frac{16m^2}{m^2 + 4m + 16} \cdot \left(\frac{1}{m^3} - \frac{1}{64} \right)$.

Rješenje:

3 boda

11. Izračunajte.

a) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x}$

1 bod

b) $\frac{15a^6b^{-3}}{3a^4b^{-5}}$

1 bod

c) 8% od 145

1 bod

Rješenje:

12. Riješite nejednačinu $2x - \frac{3}{x} < 1$.

Rješenje:

4 boda

13. Odredite koeficijente a, b i c u funkciji $f(x) = ax^2 + bx + c$ ako je poznato da funkcija

- prolazi kroz koordinatni početak
- ima minimalnu vrijednost za $x = 1$
- zadovoljava uslov $f(3) = 6$.

Rješenje:

4 boda

14. Ako je $\log_5 8 = p$ i $\log_5 9 = q$, izračunajte $\log_5 6$.

Rješenje:

3 boda

15. Riješite jednačinu $5^{2x} \cdot 4^x = 100$.

Rješenje:

2 boda

- 16.** Ako se poluprečnik lopte poveća za 6 cm , njena zapremina se poveća za $936\pi\text{ cm}^3$. Izračunajte površinu lopte prije povećanja poluprečnika.

Rješenje:

4 boda

- 17.** Odredite jednačinu kružne linije koja je simetrična kružnoj liniji $x^2 + y^2 = 1$ u odnosu na pravu $x - y - 2 = 0$.

Rješenje:

5 bodova

18. Odredite prvi izvod funkcije $f(x) = \sin 5x$ u tački $x = 0$.

Rješenje:

2 boda

19. Data je funkcija $f(x) = \ln(\ln x)$. Odredite

a) domen funkcije

2 boda

b) nulu funkcije.

2 boda

Rješenje:

20. Kolika je vjerovatnoća da u slučajno formiranom nizu od tri cifre, sve cifre budu različite?

Rješenje:

3 boda

1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9