



qendra e provimeve

SHIFRA E NXËNËSIT

PROVIMI I MATURËS

JANAR 2018

MATEMATIKË

U D H Ë Z I M

KOHA PËR ZGJIDHJEN E TESTIT ËSHTË 150 MINUTA

Mjetet: lapsi i thjeshtë (grafit) dhe goma, lapsi kimik, veglat gjeometrike.
Përdorimi i kalkulatorit nuk lejohe.

Lexoni me kujdes udhëzimin.

Mos i shpalosni fletët dhe mos filloni me zgjidhjen e detyrave pa ju dhënë leje mësimdhënësi kujdestar.

Testi përmban 20 detyra.

Gjatë punës mund të shfrytëzoni formulat të cilat janë dhënë në faqet 4 dhe 5.

Me test është dhënë edhe lista e përgjigjeve për detyrat me zgjedhje të shumëfishtë. Është e nevojshme që në vendin përkatës me kujdes t'i përshkruani përgjigjet tuaja për 8 detyrat e para.

Pritet që të zgjidhja e detyrave të tipit të hapur rezultati përfundimtar të jetë i përfutur (p. sh. është bërë thjeshtimi i thyesave, mbledhja e anëtarëve të llojit të njëjtë) dhe të jetë e shkruar njësia përkatëse e matjes (te detyrat nga stereometria).

Detyra do të vlerësohet me 0 pikë nëse:

- është e pasaktë
- janë qarkuar më shumë përgjigje të ofruara
- është e palexueshme dhe nuk është shkruar qartë
- zgjidhja është shkruar me laps të thjeshtë

Grafikët, figurat gjeometrike mund t'i vizatoni me laps të thjeshtë.

Nëse gaboni zgjidhjen tuaj, vendosni një vijë të kryqëzuar mbi të dhe zgjidheni përsëri. Nëse detyrën e keni zgjidhur në disa mënyra, duhet që saktësisht të theksoni zgjidhjen që duhet ta vlerësojë vlerësuesi.

Kur të përfundoni me zgjidhjen e detyrave, kontrolloni edhe një herë përgjigjet tuaja.

Ju dëshirojmë sukses të plotë!



M 8 2 8 8 4 *

FAQE E ZBRAZËT

FORMULAT

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Rregullat e Vietit: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Kulmi i parabolës: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Projektioni shkallor i vektorit në bosht $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Prodhiimi shkallor i vektorit përmes koordinatave $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Prodhiimi vektor i vektorit përmes koordinatave
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$,
 $\sin \alpha - \sin \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Teorema e Sinusit: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Teorema e Kosinusit: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trekëndëshi: $S = \frac{ah_a}{2}$, $S = \frac{ab \sin \gamma}{2}$,
 $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $S = r \cdot s$, $S = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogrami: $S = a \cdot h_a$, Rombi: $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapezi: $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizmi: $S = 2B + M$, $V = B \cdot H$
- Piramida: $S = B + M$, $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Piramida e cunguar: $S = B_1 + B_2 + M$, $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

R – shenja për rrezen

- Cilindri: $S = 2B + M = 2R\pi(R + H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Koni: $S = B + M = R\pi(R + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Koni i cinguar : $S = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $S = 4R^2\pi$ Topi: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Distanca ndërmjet dy pikave: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Syprina e trekëndëshit: $S = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Këndi ndërmjet dy drejtëzave: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$
- Distanca ndërmjet pikës dhe drejtëzës: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Vija rrethore: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Kushti i prekjes së vijës rrethore me qendrën në fillimin e sistemit koordinativ dhe në drejtëz $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe elipsës: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptotat e hiperbolës $y = \pm \frac{b}{a}x$
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe hiperbolës: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe parabolës: $p = 2kn$
- Vargu aritmetik: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Vargu gjeometrik: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

Në detyrat në vijim rrethoni shkronjën para përgjigjes së saktë.

1. Vlera e shprehjes $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$ është:

- A. \sqrt{x}
- B. $\sqrt[3]{x}$
- C. $\sqrt[6]{x}$
- D. $\sqrt[8]{x}$

3 pikë

2. Në pyetjen “A vini në shkollë në këmbë?”, 90% e nxënësve të anketuar në mes të përgjigjes PO dhe JO është përcaktuar për përgjigjen PO. Sa nxënës kanë përzgjedhur përgjigjen JO, nëse 297 nxënës kanë dhënë përgjigje afirmative.

- A. 27
- B. 30
- C. 33
- D. 36

3 pikë

3. Për cilën vlerë të parametrin m mbetja gjatë pjesëtimit të polinomit $3x^3 - 7x^2 + mx - 3$ me $3x - 1$ do të jetë zero?

- A. 3
- B. 5
- C. 11
- D. 15

3 pikë

4. Nëse i është njësia imagjinare atëherë $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4}$ është e barabartë:

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. i

3 pikë

5. Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit $|x - 5| < 5$ është:

- A. $(0, 10)$
- B. $(-\infty, 0) \cup (10, +\infty)$
- C. $(-\infty, 5)$
- D. $(5, +\infty)$

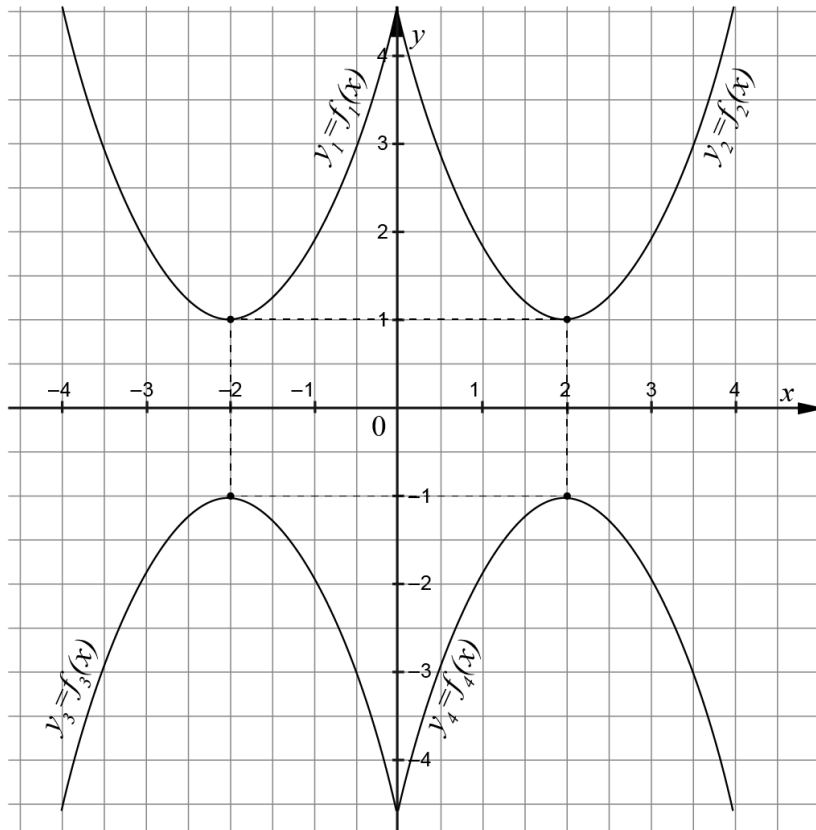
3 pikë

6. Nëse $f(x) = 2^x + 1$ dhe $g(x) = 2^{x+1}$, cili nga pohimet në vijim është i saktë:

- A. Funkzionet $f(x)$ dhe $g(x)$ kanë të njëjtën asimptotë.
- B. Funkzionet $f(x)$ dhe $g(x)$ presin boshtin y në të njëjtën pikë.
- C. Për x negativ, $g(x)$ është më i madh se $f(x)$.
- D. Për x pozitiv, $f(x)$ është më i madh se $g(x)$.

3 pikë

7. Cili nga grafikët e paraqitur i përgjigjet funksionit $f(x) = x^2 + 4x + 5$?



- A. $y_1 = f_1(x)$
 B. $y_2 = f_2(x)$
 C. $y_3 = f_3(x)$
 D. $y_4 = f_4(x)$

3 pikë

8. Cili nga funksionet **nuk ka** asimptotë horizontale?

- A. $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$
 B. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$
 C. $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x}$
 D. $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{2x^2 - 1}$

3 pikë

9.

a) Llogaritni $\left(\frac{3}{4}\right)^0 + \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$.

1 pikë

b) Zbërtheni në faktorë $a^{x+1} - a^x$.

1 pikë

c) Thjeshtoni thyesin $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^3 - b^3}$.

1 pikë

Zgjidhje:

10. Për cilën vlerë të parametrin k ekuacioni $x^2 - 6x + 5k - 1 = 0$ ka zgjidhje të dyfishtë?

Zgjidhje:

2 pikë

- 11.** Caktoni numrin real x ashtu që ndryshimi i atij numri dhe katrorit të atij numri të jetë më i madh i mundshëm.

Zgjidhje:

3 pikë

12. Zgjidhni ekuacionin $x^{\log_2 x} = 16$

Zgjidhje:

4 pikë

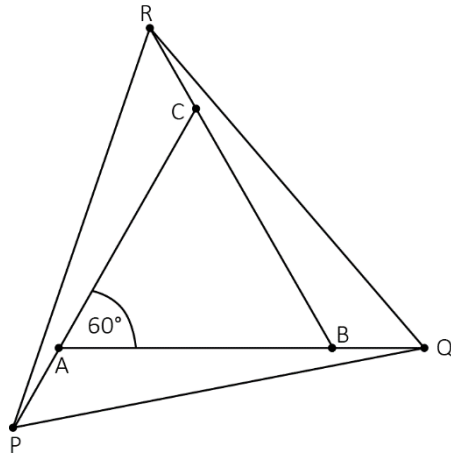
13. Llogaritni $\operatorname{tg}15^\circ + \operatorname{ctg}15^\circ$.

Zgjidhje:

4 pikë

14.

Në vazhdimin e brinjëve të trekëndëshit barabrinjës ABC janë dhënë pikat P, Q, R ashtu që $AP=BQ=CR$ (si në figurë). Vërteto se trekëndëshi PQR është barabrinjës.



Zgjidhje:

3 pikë

- 15.** Gjej syprinën e paralelogramit të konstruktuar mbi vektorët
 $\vec{a} = 2\vec{m} + 3\vec{n}$, $\vec{b} = \vec{m} - 4\vec{n}$, $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 3$, $\sphericalangle(\vec{m}, \vec{n}) = 150^\circ$.

Zgjidhje:

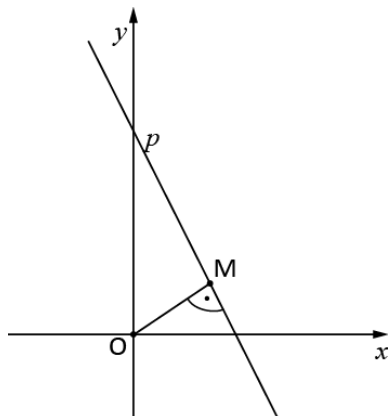
4 pikë

- 16.** Drejkëndëshi me gjatësi të brinjëve a dhe b mund të jetë mbështjellës i dy cilindrave të ndryshëm. Sa është raporti në mes të vëllimeve të këtyre cilindrave?

Zgjidhje:

3 pikë

17. Gjatësia e segmentit OM , i cili me pjesën pozitive të boshtit x formon këndin 30° , është 3. Caktoni ekuacionin e drejtëzës p nga figura.



Zgjidhje:

3 pikë

- 18.** Caktoni ekuacionin e hiperbolës nëse tangjentja dhe asimptota e saj janë me rend drejtëzat: $x + y + 1 = 0$, $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$.

Zgjidhje:

3 pikë

19. Përcaktoni shenjën e funksionit $f(x) = \frac{x}{8 - 2x - x^2}$.

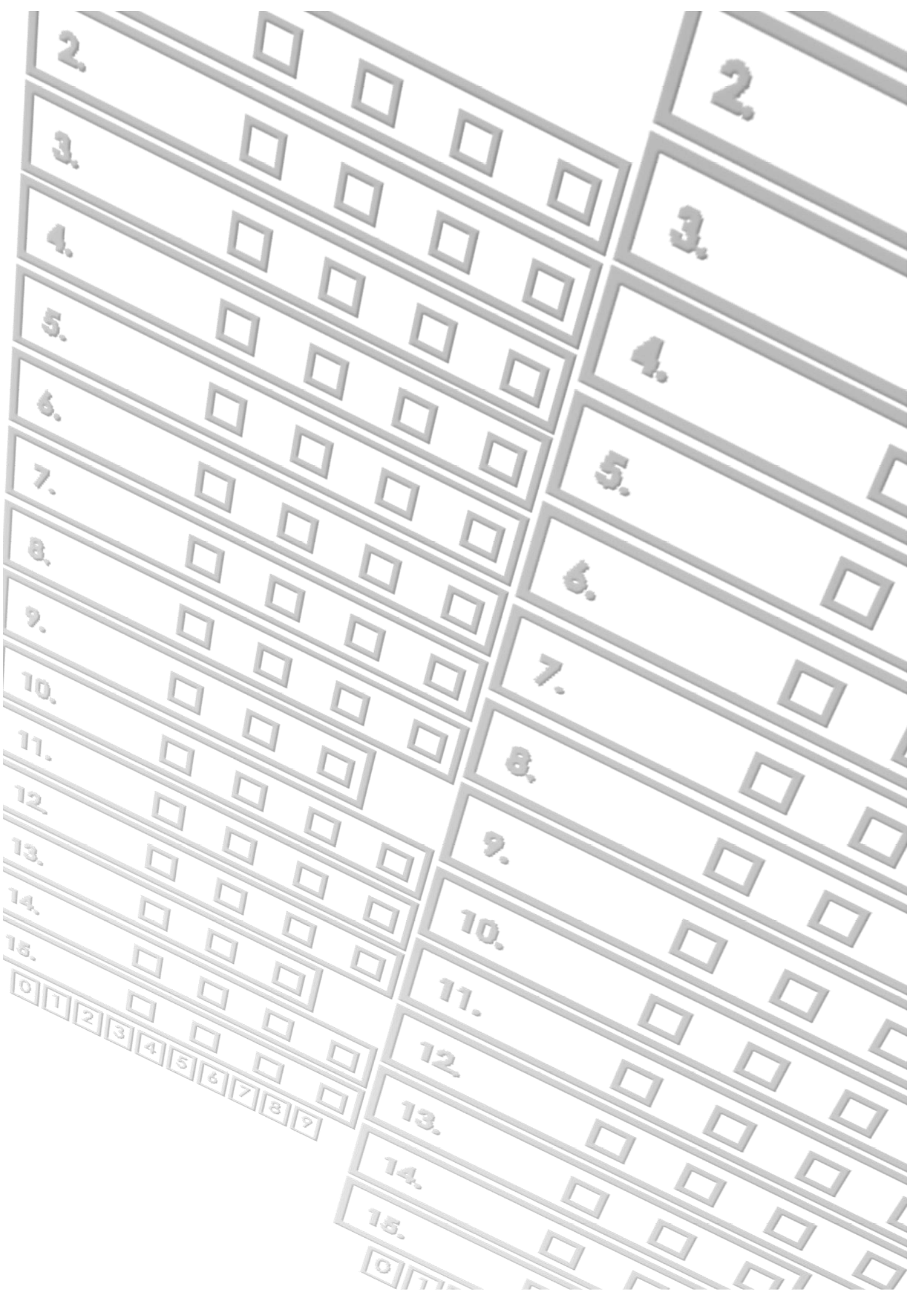
Zgjidhje:

4 pikë

20. Në sa mënyra 5 nxënës të rinj mund të shpërndahen në 4 paralele, ashtu që çdo paralele të pranojë së paku një nga ata?

Zgjidhje:

3 pikë



2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

15.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

15.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

0 1