ŠIFRA UČENIKA

MATURSKI ISPIT

AVGUST 2017.

MATEMATIKA

UPUTSTVO

VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA

Pribor: grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

Pažljivo pročitajte uputstvo.
Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.
Test sadrži 20 zadataka.
Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepišete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).
Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.
Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.
Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.
Želimo vam puno uspjeha!

M80873

PRAZNA STRANA

FORMULE

- $i^2 = -1, \quad z = a + bi, \quad \bar{z} = a - bi, \ |z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \ a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3, \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Vietova pravila: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \ \log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Skalarna projekcija vektora na osu $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos\alpha$
- Skalarni proizvod vektora preko koordinata $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Vektorski proizvod vektora preko koordinata
  $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha, \qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha,$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\beta\sin\alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$
- $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}, \qquad \sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}, \qquad \cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- Sinusna teorema: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$
- Trougao: $P = \frac{ah_a}{2}, \ P = \frac{ab\sin\gamma}{2},$
  $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \ s = \frac{a+b+c}{2}, \quad P = r \cdot s, \quad P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram: $P = a \cdot h_a,$ Romb: $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapez: $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma: $P = 2B + M \quad V = B \cdot H$
- Piramida: $P = B + M \quad V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida: $P = B_1 + B_2 + M, \quad V = \frac{H}{3}(B_1 + \sqrt{B_1B_2} + B_2)$

R – oznaka za poluprečnik

- Valjak: $P=2B+M=2R\pi(R+H)$, $V=B\cdot H=r^2\pi H$
- Kupa: $P=B+M=R\pi(R+l)$, $V=\frac{1}{3}B\cdot H=\frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa : $P=\pi(R_1^2+R_2^2+(R_1+R_2)l)$, $V=\frac{1}{3}\pi H(R_1^2+R_1R_2+R_2^2)$
- Sfera: $P=4R^2\pi$ Lopta: $V=\frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke: $|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- Površina trougla: $P=\frac{1}{2}|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)|$
- Ugao između dvije prave: $tg\varphi=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|$
- Rastojanje između tačke i prave: $d=\left|\frac{Ax_0+By_0+C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right|$
- Kružna linija: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

  Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinantnom početku i prave

  $R^2(1+k^2)=n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2-b^2},0)$

  Uslov dodira prave i elipse: $a^2k^2+b^2=n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2+b^2},0)$, asimptote hiperbole $y=\pm\frac{b}{a}x$

  Uslov dodira prave i hiperbole: $a^2k^2-b^2=n^2$
- Parabola: $y^2=2px$, $F(\frac{p}{2},0)$

  Uslov dodira prave i parabole: $p=2kn$
- Aritmetički niz: $a_n=a_1+(n-1)d$, $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}n$
- Geometrijski niz: $b_n=b_1\cdot q^{n-1}$, $S_n=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, $q\neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

1. Za koju vrijednost parametra m su polinomi $3x^2-42x+m$ i $3(x-7)^2-15$ jednaki?

A. 34

B. 64

C. 132

D. 162

3 boda

2. Racionalisanjem imenioca razlomka $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2}$ dobija se:

A. $3-2\sqrt{2}$

B. $3+2\sqrt{2}$

C. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

D. 1

3 boda

3. Kolika je vrijednost parametra a ako funkcija $f(x)=ax(x-1)+2x$ ima maksimalnu vrijednost za $x=\frac{3}{4}$ **?**

A. $\frac{4}{5}$

B. $-\frac{4}{5}$

C. -4

D. -5

3 boda

4. Kako je pravilno poređati vrijednosti $\sin 12^o$, $\cos 32^o$ i $\sin 142^o$ od najmanje do najveće?

A. $\sin 12^o < \cos 32^0 < \sin 142^0$

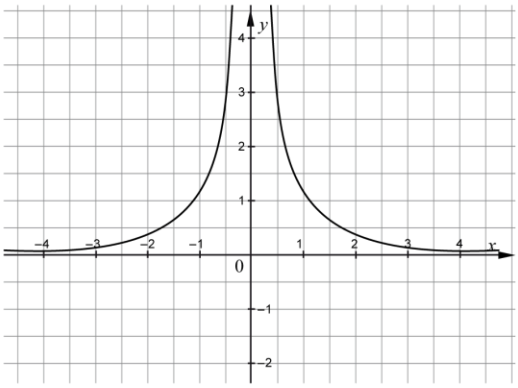
B. $\sin 142^o < \cos 32^0 < \sin 12^0$

C. $\sin 12^o < \sin 142^0 < \cos 32^0$

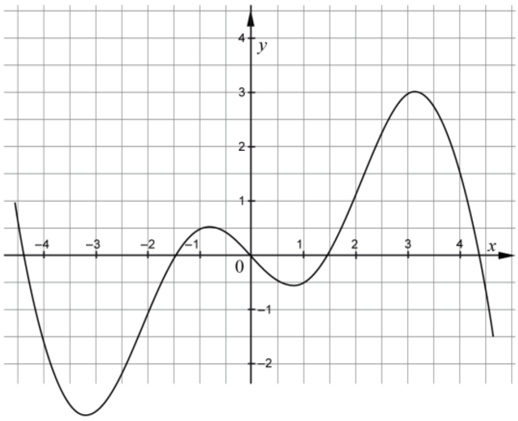
D. $\sin 142^o < \sin 12^0 < \cos 32^0$

3 boda

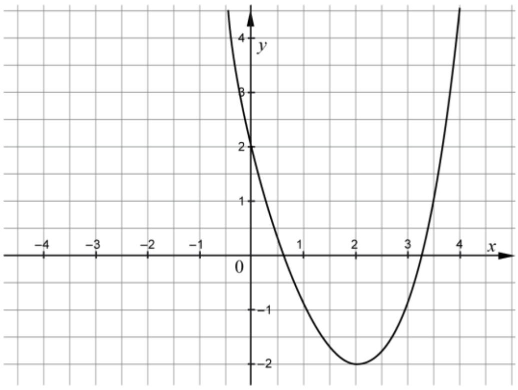
5. Koja od grafički predstavljenih funkcija **nije ni parna ni neparna**?



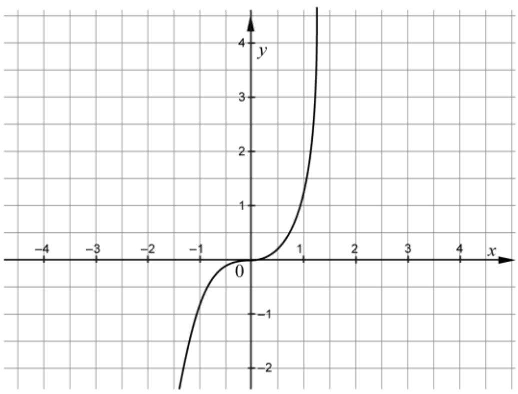
A.



B.



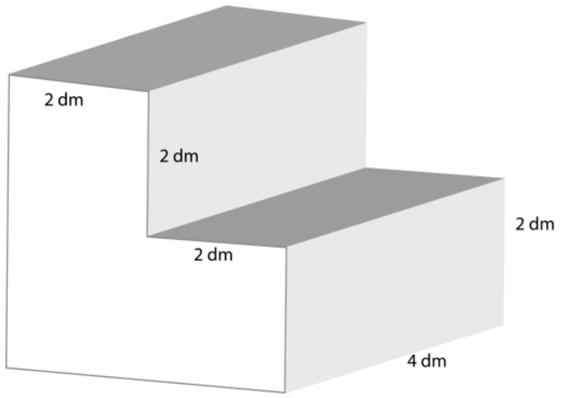
C.



D.

3 boda

6. Data je skica betonskog stepeništa sa označenim dimenzijama.



Koliko je potrebno dm^3 betona da se napravi ovo stepenište?

A. 16

B. 48

C. 56

D. 64

3 boda

7. Koje su koordinate tačke A ako tačka $M\left(\frac{5}{2},1\right)$ dijeli duž AB u odnosu 1:1? Tačka B ima koordinate $B\left(\frac{3}{2},-2\right)$.

A. $A\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$

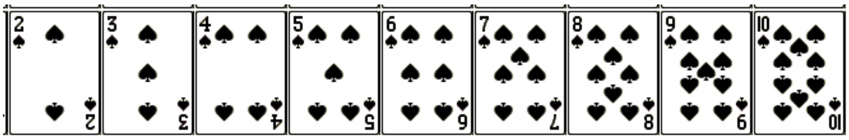
B. $A(4,-1)$

C. $A\left(2,-\frac{1}{2}\right)$

D. $A\left(\frac{7}{2},4\right)$

3 boda

8. Neka je na stolu ovih 9 karata, izmiješanih i okrenutih licem na dolje.



Kolika je vjerovatnoća da će na slučajno izabranoj karti biti broj veći od 6?

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{4}{9}$

C. $\frac{5}{9}$

D. $\frac{6}{9}$

3 boda

Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Uprostite izraz $\left(\dfrac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{x-y}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{x^{\frac{3}{2}}-y^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}+(xy)^{\frac{1}{2}}\right)$.

Rješenje:

3 boda

10. Angažovano je 20 radnika da bi se određeni posao završio za 10 dana. Poslije 3 dana je 6 radnika odustalo. Koliko dana će se kasniti sa završetkom posla?

Napomena: pretpostavka je da svaki od radnika završava isti dio posla.

Rješenje:

4 boda

11. Da li jednačina $\frac{6x}{x-5} = 2 + \frac{30}{x-5}$ ima rješenje? Obrazložite odgovor.

Rješenje:

2 boda

12. Data je jednačina $mx^2 + (m+4)x + 3n - 2 = 0$. Odrediti koeficijente m i n tako da $x = 2$ i $x = -2$ budu rješenja date jednačine.

Rješenje:

3 boda

13. Data je funkcija $f(x)=\begin{cases} x, & x<0 \\ x^2, & x\geq 0 \end{cases}$.

a) U datom koordinantnom sistemu skicirajte grafk funkcije.

3 boda

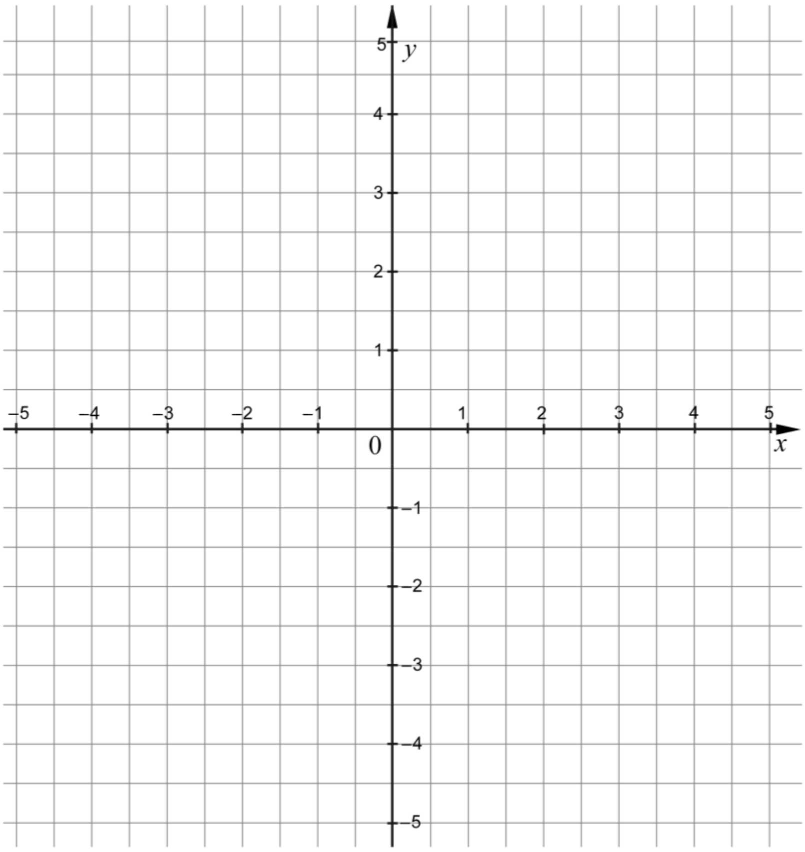
b) Ispitati znak ove funkcije.

1 bod

c) Izračunati $f\left(\frac{1}{2}\right)$ i $f\left(-\frac{1}{2}\right)$.

1 bod

Rješenje:



14. Odredite presjek skupa rješenja nejednačina $-x^2+\frac{1}{2}x>0$ i $5x-3>9x-4$.

Rješenje:

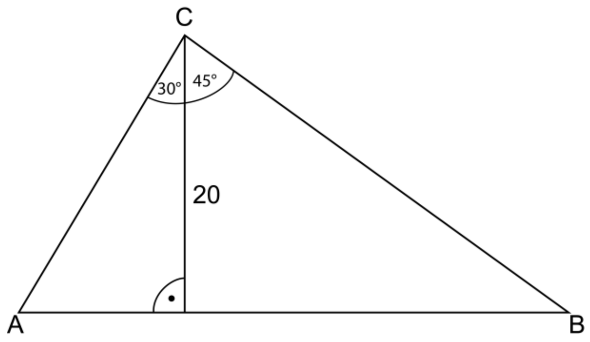
3 boda

15. Riješite jednačinu $11^{4-3x} \cdot 13^{3x-4} = 1$.

Rješenje:

3 boda

16. Koristeći podatke sa slike, izračunajte dužinu stranice AB trougla ABC.



Rješenje:

3 boda

17. Neka se ivice dveju kocki razlikuju za $6\,cm$, a njihove površine za $576\,cm^2$. Za koliko se razlikuju njihove zapremine?

Rješenje:

4 boda

18. Prava $x=1$ siječe kružnu liniju $x^2+y^2=4$ u tačkama T_1 i T_2. Izračunati koordinate presječne tačke tangenata kružne linije u tačkama T_1 i T_2.

Rješenje:

4 boda

19. Ispitati monotonost funkcije $f\left(x\right)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$.

Rješenje:

3 boda

20. Dat je niz 4, 7, 10, 13, 16, …, 301. Ako se iz niza ukloni svaki treći član, odrediti za koliko će se umanjiti suma datog niza.

Rješenje:

4 boda