



qendra e provimeve

SHIFRA E NXËNËSIT

PROVIMI I MATURËS

QERSHOR 2017

MATEMATIKË

U D H Ë Z I M

KOHA PËR ZGJIDHJEN E TESTIT ËSHTË 150 MINUTA

Mjetet: lapsi i thjeshtë (grafit) dhe goma, lapsi kimik, veglat gjeometrike.
Përdorimi i kalkulatorit nuk lejohehet.

Lexoni me kujdes udhëzimin.

Mos i shpalosni fletët dhe mos filloni me zgjidhjen e detyrave pa ju dhënë leje mësimdhënësi kujdestar.

Testi përmban 20 detyra.

Gjatë punës mund të shfrytëzoni formulat të cilat janë dhënë në faqet 4 dhe 5.

Me test është dhënë edhe lista e përgjigjeve për detyrat me zgjedhje të shumëfishtë. Është e nevojshme që në vendin përkatës me kujdes t'i përshkruani përgjigjet tuaja për 8 detyrat e para.

Pritet që të zgjidhja e detyrave të tipit të hapur rezultati përfundimtar të jetë i përfutur (p. sh. është bërë thjeshtimi i thyesave, mbledhja e anëtarëve të llojit të njëjtë) dhe të jetë e shkruar njësia përkatëse e matjes (te detyrat nga stereometria).

Detyra do të vlerësohet me 0 pikë nëse:

- është e pasaktë
- janë qarkuar më shumë përgjigje të ofruara
- është e palexueshme dhe nuk është shkruar qartë
- zgjidhja është shkruar me laps të thjeshtë

Grafikët, figurat gjeometrike mund t'i vizatoni me laps të thjeshtë.

Nëse gaboni zgjidhjen tuaj, vendosni një vijë të kryqëzuar mbi të dhe zgjidheni përsëri. Nëse detyrën e keni zgjidhur në disa mënyra, duhet që saktësisht të theksoni zgjidhjen që duhet ta vlerësojë vlerësuesi.

Kur të përfundoni me zgjidhjen e detyrave, kontrolloni edhe një herë përgjigjet tuaja.

Ju dëshirojmë sukses të plotë!



* M 7 6 8 6 1 *

FAQE E ZBRAZËT

FORMULAT

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in R$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Rregullat e Vietit: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Kulmi i parabolës: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Projektioni shkallor i vektorit në bosht $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Prodhimi shkallor i vektorit përmes koordinatave $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Prodhimi vektor i vektorit përmes koordinatave
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$,
 $\sin \alpha - \sin \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Teorema e Sinusit: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Teorema e Kosinusit: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trekëndëshi: $S = \frac{ah_a}{2}$, $S = \frac{ab \sin \gamma}{2}$,
 $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $S = r \cdot s$, $S = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogrami: $S = a \cdot h_a$, Rombi: $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapezi: $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizmi: $S = 2B + M$, $V = B \cdot H$
- Piramida: $S = B + M$, $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Piramida e cunguar: $S = B_1 + B_2 + M$, $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

R – shenja për rrezën

- Cilindri: $S = 2B + M = 2R\pi(R + H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Koni: $S = B + M = R\pi(R + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Koni i cinguar : $S = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $S = 4R^2\pi$ Topi: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Distanca ndërmjet dy pikave: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Syprina e trekëndëshit: $S = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Këndi ndërmjet dy drejtëzave: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$
- Distanca ndërmjet pikës dhe drejtëzës: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Vija rrethore: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Kushti i prekjes së vijës rrethore me qendrën në fillimin e sistemit koordinativ dhe në drejtëz $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe elipsës: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptotat e hiperbolës $y = \pm \frac{b}{a}x$
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe hiperbolës: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Kushti i prekjes së drejtëzës dhe parabolës: $p = 2kn$
- Vargu aritmetik: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Vargu gjeometrik: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

1. Cili nga pohimet e cekura është i **saktë**?

- A. Nëse a është numër irracional, atëherë $\frac{1}{a}$ është numër irracional.
- B. Shuma e dy numrave irracional është numër irracional.
- C. Prodhimi i dy numrave irracional është numër irracional.
- D. Nëse a është numër irracional ($a \geq 0$), atëherë \sqrt{a} është numër irracional.

3 pikë

2. Shprehja $\frac{8a^4 - 16a^6}{2a^3}$ është ekuivalente me:

- A. $2a(1 - 2a^2)$
- B. $2a(1 - 4a^4)$
- C. $4a(1 - 2a^2)$
- D. $8a^3(1 - a)$

3 pikë

3. Çmimi i prodhimit së pari është ulur për 15%, pastaj çmimi i ri përsëri është ulur edhe për 20%, ashtu që prodhimi ka kushtuar 204€. Sa ka qenë çmimi fillestar i prodhimit?

- A. 275,4 €
- B. 280 €
- C. 300 €
- D. 313,8 €

3 pikë

4. Vlera e shprehjes $\left(\frac{i^{100}}{\sqrt{2}} + \frac{i^{99}}{\sqrt{2}}\right)^{-2}$ është:

- A. i
- B. $-i$
- C. -1
- D. 1

3 pikë

5. Cili nga sistemet e ekuacioneve të dhëna ka pafundësisht shumë zgjidhje?

- A. $3x+4y-5=0 \wedge 6x+8y-9=0$
- B. $3x+4y-5=0 \wedge 9x+12y-15=0$
- C. $3x+4y-5=0 \wedge 6x+8y-15=0$
- D. $3x+4y-5=0 \wedge 9x+12y-10=0$

3 pikë

6. Cilën vlerë e ka parametri m në ekuacionin $x^2 - 9x + m = 0$, nëse dihet se për zgjidhjet e ekuacionit α dhe β vlen barazia $\alpha - \beta = 5$?

- A. 11
- B. 14
- C. 18
- D. 21

3 pikë

- 7.** Koeficienti i drejtimit të drejtëzës p që kalon nëpër pikën $(4, -3)$ është $\frac{1}{3}$.
Cila nga pikat e dhëna i takon drejtëzës p ?

- A. $(-5, 1)$
- B. $(-3, 1)$
- C. $(2, 6)$
- D. $(1, -4)$

3 pikë

- 8.** Në sa mënyra mund të shkruhet në programin për koncert, renditja e shfaqjes së koncertit për 5 muzikantë?

- A. 25
- B. 50
- C. 100
- D. 120

3 pikë

- 9.** Thjeshtësoni shprehjen $(a-1)^2 + 2(a-1)(b+1) + (b+1)^2$, pastaj llogaritni vlerën e saj për $a = 9,9$ dhe $b = 0,1$.

Zgjidhje:

2 pikë

10. Zgjidhni ekuacionin $\frac{2}{z+2} + 1 = \frac{z^3}{z^3+8} - \frac{1-2z}{z^2-2z+4}$.

Zgjidhje:

3 pikë

11. Zgjidhni inekuacionin $\frac{-5}{x^2 - 3x - 28} > 0$.

Zgjidhje:

3 pikë

12.

Me eksperiment është përcjellë shpejtësia e shumëzimit të baktereve. Është shënuar rritje eksponenciale. Një pjesë e rezultatit është dhënë në tabelën e mëposhtme.

x – koha në minuta	1	3	5
y – numri i baktereve	3	27	243

a) Shkruani funksionin me të cilin është përcaktuar shpejtësia e shumëzimit të baktereve.

1 pikë

b) Në bazë të dhënave nga tabela, llogaritni se sa do të jetë numri i baktereve pas 8 minutave.

1 pikë

Zgjidhje:

13. Logaritni ekuacionin $1 + \log_2 x = \frac{6}{\log_2 x}$.

Zgjidhje:

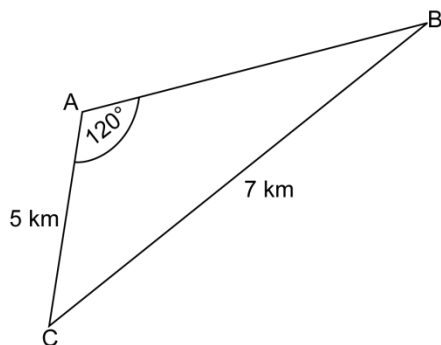
4 pikë

14. Thjeshtësoni shprehjen $\sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}}$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Zgjidhje:

3 pikë

- 15.** Nga vendi A në vendin B mund të arrihet në dy mënyra, direkt ose nëpërmes rrugës më të gjatë, ashtu që kalohet nëpër vendin C, sikurse është ilustruar më poshtë. Duke përdorur të dhënat nga skica llogaritni se për sa kilometra është më i gjatë udhëtimi, nëse kalohet nëpër vendin C.



Zgjidhje :

4 pikë

16. Le të jenë pikat $A(-3,3)$, $B(-2,-4)$ dhe $C(2,0)$ koordinatat e kulmeve të trekëndëshit ABC .

a) Në sistemin e dhënë koordinativ vizatoni trekëndëshin ABC .

1 pikë

b) Nëse pikat M dhe N , janë mesoret e segmenteve BC dhe AC me rend, llogaritni koordinatat e tyre.

1 pikë

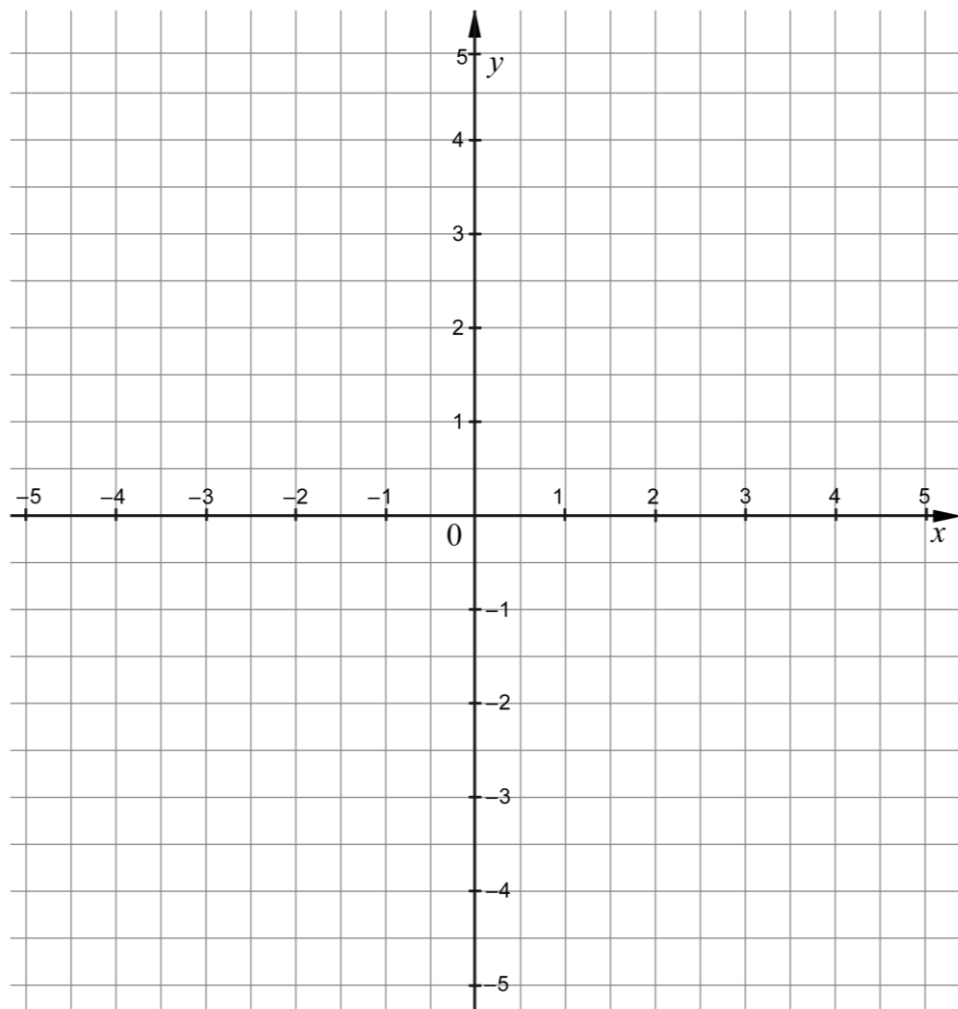
c) Përse është $MN \parallel AB$?

1 pikë

d) Përcaktoni gjatësinë e brinjës AB .

1 pikë

Zgjidhje:



- 17.** Llogaritni sipërfaqen e piramidës që për bazë ka katrorin, kurse pjesët anësore të saj janë trekëndësha barabrinjës. Rrezja e rrethit të jashtashkruar rreth katrorit është $\sqrt{2}$.

Vërejtje: Me zgjidhje është **e domosdoshme** që të vizatoni edhe skica e cila i përgjigjet tekstit të detyrës.

Zgjidhje:

3 pikë

- 18.** Para depos duhet rrethuar hapësirën në formë drejtkëndëshi me sipërfaqe prej $150m^2$ për ekspozimin e pajisjeve. Për një rënë anë është planifikuar rrethimi prej betoni, kurse për tri të tjerat prej telit. Çmimi i telit të gatshëm për rrethim është 15 € për metër gjatësi, kurse për rrethimin prej betonit është 30 € për metër gjatësi. Përcaktoni dimensionet e rrethimit ashtu që çmimi i përgjithshëm i materialit të jetë minimal.

Zgjidhje:

5 pikë

- 19.** Janë dhënë funksionet $f(x) = \frac{1}{x}$ dhe $g(x) = \frac{1}{x-2}$. Përcaktoni domenin dhe zerot e funksionit $h(x) = f(x) + g(x)$.

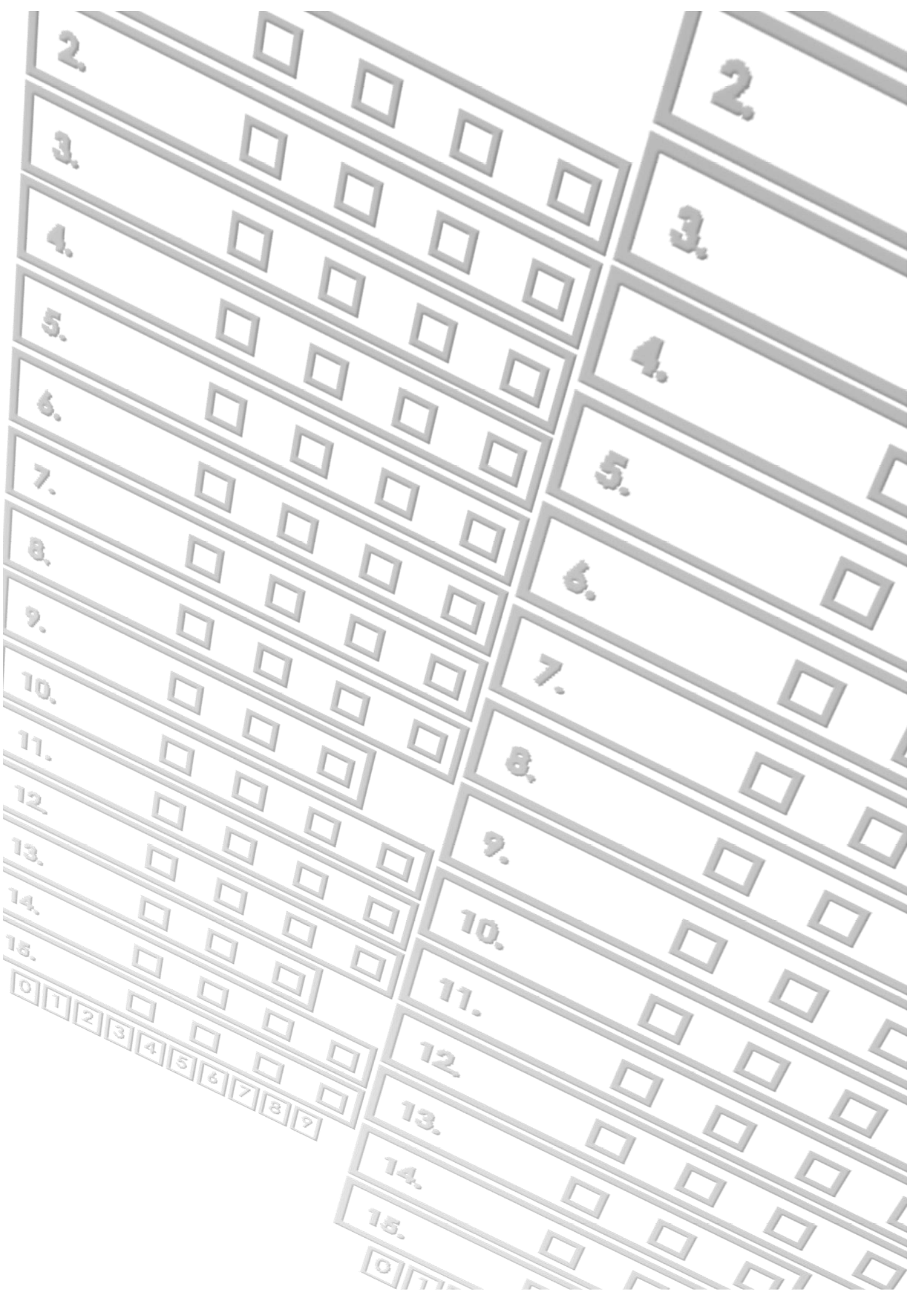
Zgjidhje:

3 pikë

20. Janë hedhur dy kuboide. Sa është besueshmëria se dy numrat e fituar kur të mblidhen do të japin numrin e thjeshtë?

Zgjidhje:

3 pikë



2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

15.

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

15.

0

1