



qendra e provimeve

MASA
E VËRTETË
E NJOHURIVE

GARAT SHTETËRORE 2013

SHIFRA E NXËNËSIT

SHKOLLA E MESME

MATEMATIKË

NUMRI I PËRGJITHSHËM I PIKËVE TË FITUARA

Testin e kontrolloi

Podgoricë, 20.....

UDHËZIM PËR GARUESIT

Koha për zgjidhjen e detyrave është 240 minuta.

Çdo detyrë vlerësohet nga 0 deri në 20 pikë (5 detyra sjellin maksimalisht 100 pikë).

Gjatë zhvillimit të detyrave nxënësi mund të shfrytëzojë mjetet gjeometrike. Nuk lejohet përdorimi i llogaritësit elektronik(kalkulatorit), telefonave celularë dhe mjeteve tjera elektronike.

DETYRAT

1. Të caktohet numri më i vogël natyror n për të cilin janë plotësuar tri kushtet në vazhdim:

- 1) n është katror i një numri natyror,
- 2) n është i pjesëtueshëm me 2013 dhe
- 3) numri $n-1$ është i pjesëtueshëm me 2012.

2. Rrethet k_1 dhe k_2 priten në pikat A dhe B . Nëpërmjet një pike të çfarëdoshme M të segmentit AB janë tërhequr korda PQ e rrethit k_1 dhe korda RS e rrethit k_2 . Vërtetoni se pikat P, Q, R dhe S i takojnë një rrethi.

3. Brenda rrethit me rreze 4cm janë zgjedhur 61 pika. Vërtetoni se në mes të atyre 61 pikave ekzistojnë dy pika distanca e të cilave është më e vogël ose e barabartë me $\sqrt{2}$ cm.

4. Gjeni të gjitha funksionet $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ (\mathbb{Z} është bashkësia e numrave të plotë, kurse \mathbb{R} është bashkësia e numrave realë) ashtu që $f(1) = 1$ dhe që për çdo $x \in \mathbb{Z}$ dhe $y \in \mathbb{Z}$ vlen

$$f(x) + f(y) = f(x+y) - xy - 1.$$

5. Le të jenë x, y dhe z numra pozitiv për të cilët vlen

$$x^2 + y^2 + z^2 + x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 = 6.$$

Vërtetoni se vlen

$$x + y + z \leq 3.$$

