

# ISPITNI KATALOG

ŠKOLSKA 2020/2021. GODINA

# MATEMATIKA

OSNOVNI I VIŠI NIVO

MATURSKI I STRUČNI ISPIT U ČETVOROGODIŠNJOJ SREDNJOJ ŠKOLI





## **ISPITNI KATALOG PRIPREMILI:**

**PROF. DR SINIŠA STAMATOVIĆ**

Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet Crne Gore

**IVANA POPOVIĆ**

Zavod za udžbenike i nastavna sredstva

**IVONA ADŽIĆ**

JU Gimnazija „Slobodan Škerović”, Podgorica

**VIDOSAVA VUJOŠEVIĆ**

JU Srednja građevinsko-geodetska škola  
„Ing. Marko Radević“, Podgorica

**LIDIJA LALEVIĆ**

JU Srednja ekonomska škola „Mirko Vešović“, Podgorica

**TATJANA VUJOŠEVIĆ**

Ispitni centar



## SADRŽAJ

**1. UVOD 4**

**2. PRAVILA 5**

**3. OPŠTI CILJEVI ISPITA 6**

**4. STRUKTURA ISPITA 7**

**5. ISPITNI PROGRAM 9**

**6. PRIMJER TESTA SA ŠEMOM ZA BODOVANJE 19**

**6.1. Primjer testa 19**

**6.2. List za odgovore 28**

**6.3. Rješenja sa šemom za bodovanje 30**

**7. FORMULE 35**

**8. LITERATURA 39**

# 1.

## UVOD

Maturalski i Stručni ispit predstavljaju standardizovanu eksternu provjeru usvojenosti neophodnih standarda znanja na kraju četvorogodišnjeg srednjoškolskog obrazovanja.

Na osnovu Zakona o gimnaziji i Zakona o stručnom obrazovanju („Sl. list RCG“, br.64/02, 49/07 i „Sl. List CG“, br. 45/10, 39/13 i 47/17), Pravilnika o načinu, postupku i vremenu polaganja maturalskog ispita u gimnaziji („Sl. list CG“, 34/09, 19/10, 81/10, 60/11, 65/12, 50/13 i 43/19) i Pravilnika o načinu i postupku polaganja stručnog ispita za učenike koji nastavljaju obrazovanje („Sl. list CG“, br. 82/09, 19/10, 81/10, 60/11, 65/12, 58/13 i 43/19) Maturalski i Stručni ispit polaže se eksterno. Stručne, razvojne, organizacione i administrativne poslove, vezane za realizaciju ovih ispita obavlja Ispitni centar.

Provjeravaju se znanja i sposobnosti koje treba da posjeduju učenici na kraju četvrtog razreda srednje škole, a zasnivaju se na ključnim djelovima predmetnih programa iz Matematike za gimnaziju, za tehničko-tehnološka usmjerenja i za društveno-humanistička usmjerenja srednje stručne škole.

Od školske 2020/21. godine učenik može birati da li će Matematiku polagati na osnovnom ili višem nivou.

Ispitni katalog sadrži sve potrebne informacije o obliku i sadržaju ispita iz Matematike. Navedeni su opšti ciljevi ispita i opisana je struktura ispita na osnovnom i struktura ispita na višem nivou. Ispitnim programom se u formi ispitnih ciljeva precizno definišu znanja i kompetencije koje će se provjeravati testom. Posebno su istaknuti ispitni ciljevi koji se provjeravaju samo na osnovnom ili samo na višem nivou (**ON** ili **VN**). Sastavni dio kataloga je i primjer testa sa šemom za bodovanje, formule koje će biti sastavni dio test knjižice, kao i preporučena literatura.

Ispitni katalog namijenjen je prvenstveno učenicima i nastavnicima.



Datum sprovođenja ispita iz Matematike objavljuje se na početku školske godine u kojoj se realizuje ispit.

Ispitni materijal se pakuje u sigurnosne vrećice (PVC) i dostavlja školama na dan ispita. Materijal se otvara pred učenicima neposredno prije početka ispita.

Na ispitu nije dozvoljeno sljedeće ponašanje

- lažno predstavljanje
- otvaranje test-knjižice prije dozvoljenog vremena
- ometanje drugih učenika
- prepisivanje od drugog učenika/učenice
- korišćenje nedozvoljenog pribora
- oštećenje šifre na test-knjižici
- nepoštovanje znaka za završetak ispita

**Dozvoljen pribor** je grafitna olovka, gumica i hemijska olovka.

Tokom ispita **nije dopuštena** upotreba elektronskih uređaja.

Učenikov rad mora biti napisan hemijskom olovkom. Grafitna olovka se može koristiti za crtanje skica ili grafika. Zadatak će se vrednovati sa nula bodova ako je netačan, zaokruženo više ponuđenih odgovora, nečitko i nejasno napisan ili nije riješen.

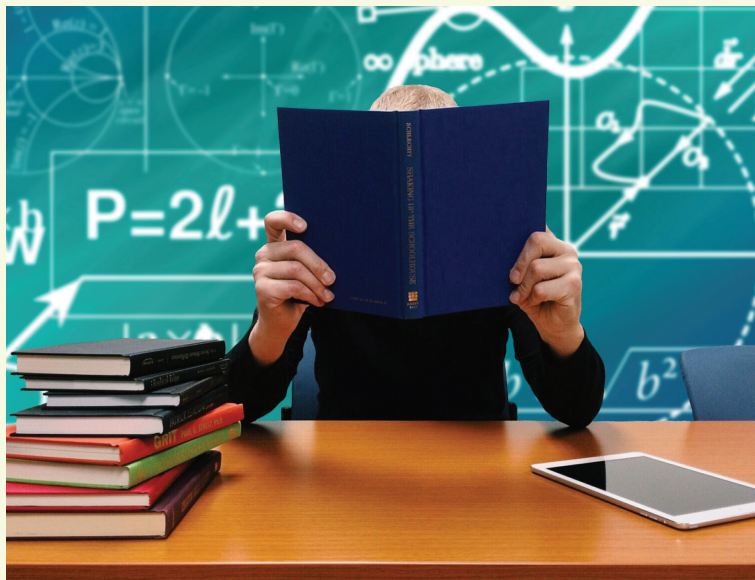
Nakon ispita, testovi će biti zapakovani i vraćeni u Ispitni centar, gdje će se organizovati ocjenjivanje.



# 2. PRAVILA

# OPŠTI CILJEVI ISPITA

- Provjera znanja i sposobnosti primjenjivanja osnovnih pojmova iz matematike stečenih tokom četvorogodišnjeg školovanja u srednjoj školi definisanih nastavnim programima i ovim Katalogom
- Provjera poznavanja matematičke terminologije, činjenica, formula, pravila, tehnika računanja i matematičkih postupaka kao i vještina odabira i primjene odgovarajućih metoda
- Sposobnost da se matematički predstave situacije i zatim ispituju njihove implikacije i rješenja, izvedu konačni zaključci
- Upotreba matematičkih znanja u rješavanju praktičnih problema
- Povezivanje znanja iz različitih oblasti matematike
- Provjera logičkog mišljenja, upoređivanje i upotreba različitih strategija rješavanja zadataka, demonstracija originalnosti i kreativnosti u radu
- Provjera znanja i vještina neophodnih za nastavak školovanja
- Podsticanje i unapređivanje nastave – učenja i unapređivanje predmetnog programa matematike



# 4.

## STRUKTURA ISPITA

Vrijeme trajanja ispita na **osnovnom nivou je 120 minuta**, a na **višem nivou 150 minuta**.

U prvom dijelu testa su dati zadaci **višestrukog izbora**. Potrebno je da se za svaki od zadataka, sa liste ponuđenih odgovora odabere ispravan odgovor. Tačno izabran odgovor donosi dva boda. Djelimičnog bodovanja nema.

Drugi dio testa je sastavljen od zadataka **otvorenog tipa**. Kod ove vrste zadataka je neophodno detaljno navesti postupak rješavanja. Rješenje treba da sadrži sve korake koji vode do rezultata. Prikazani rad se boduje po segmentima, to jeste, dodjeljuje se odgovarajući broj bodova za postavku zadatka, tačan postupak rješavanja i tačan rezultat.

Svako tačno rješavanje zadatka nosi maksimalan broj bodova.

Netačno riješen ili neuradjen zadatak **ne donosi** negativne bodove.

### OSNOVNI NIVO

U tabeli koja slijedi je data struktura ispita na osnovnom nivou.

VRSTA ZADATKA	Broj zadataka	Broj bodova po zadatku
Zadaci višestrukog izbora	8	2
Zadaci otvorenog tipa	12	2 - 8

### VIŠI NIVO

Struktura ispita na višem nivou prikazana je tabelom ispod.

VRSTA ZADATKA	Broj zadataka	Broj bodova po zadatku
Zadaci višestrukog izbora	10	2
Zadaci otvorenog tipa	16	2 - 8

# 4. Struktura ispita

Učenici koji izaberu da polažu ispit na višem nivou će pored zadataka iz testa za osnovni nivo rješavati i dodatnih šest zadataka. Dodatni zadaci odgovaraju ispitnim ciljevima za viši nivo i/ili zahtijevaju dublje razumijevanje sadržaja koji je zajednički za oba nivoa.

Sadržaj predmeta Matematika koji se provjerava ispitom, podijeljen je na četiri oblasti za učenike koji ispit polažu na osnovnom nivou, odnosno na pet oblasti za učenike koji izaberu da ispit polažu na višem nivou.

Tabela koja slijedi prikazuje procentualnu zastupljenost oblasti u testu u odnosu na ukupan broj bodova na testu.

REDNI BROJ	OBLAST	ZASTUPLJENOST OBLASTI U ODNOSU NA UKUPAN BROJ BODOVA	
		OSNOVNI NIVO	VIŠI NIVO
I	Brojevi; Racionalni algebarski izrazi	25% - 30%	15% - 25%
II	Elementarne funkcije; Jednačine i nejednačine	35% - 45%	30% - 40%
III	Geometrija	25% - 30%	20% - 25%
IV	Elementi matematičke analize	5% - 10%	10% - 15%
V	Kombinatorika i vjerovatnoća		5% - 15%



# I OBLAST

## BROJEVI; RACIONALNI ALGEBARSKI IZRAZI

	SADRŽAJ	ISPITNI CILJEVI Učenik pokazuje da umije da:
1. BROJEVI	<p>Prirodni brojevi; uređenost skupa prirodnih brojeva; osnovne računске operacije sa prirodnim brojevima. Pravila djeljivosti; NZS i NZD.</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. sprovede postupak rastavljanja prirodnog broja na proste činioce</li><li>2. na osnovu faktorizacije izvodi zaključke o djeljivosti broja</li><li>3. odredi NZD i NZS</li><li>4. primijeni pravila djeljivosti sa 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 i 25.</li></ol>
	<p>Cijeli brojevi; uređenost skupa cijelih brojeva; osnovne računске operacije sa cijelim brojevima. Racionalni brojevi; razlomci; proširivanje i skraćivanje razlomaka; decimalni brojevi, svođenje razlomka na decimalni broj; svođenje decimalnog broja na razlomak; uređenost skupa racionalnih brojeva; osnovne računске operacije sa racionalnim brojevima.</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>5. uporedi cijele brojeve po veličini, primijeni operacije sabiranja, oduzimanja i množenja u skupu cijelih brojeva</li><li>6. primijeni osnovne računске operacije na skupu racionalnih brojeva</li><li>7. proširi, skрати i uporedi razlomke, pretvara razlomak u decimalni broj i decimalni broj u razlomak</li><li>8. računa sa stepenima i korijenima</li></ol>
	<p>Realni brojevi; uređenost skupa realnih brojeva; osnovne računске operacije sa realnim brojevima; komutativnost zbira i proizvoda, asocijativnost zbira i proizvoda i distributivnost, realna prava, interval, poluinterval, zatvoreni interval na realnoj pravoj. Razmjera, proporcija, direktna i obrnuta proporcija; procenti, računanje sa procentima Stepenovanje i korjenovanje Njutnova binomna formula (VN)</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>9. primijeni osnovne računске operacije na skupu realnih brojeva</li><li>10. uporedi realne brojeve po veličini, na skupu realnih brojeva po potrebi primijeni komutativnost i asocijativnost operacija sabiranja i množenja i distributivnost množenja prema sabiranju</li><li>11. na realnoj pravoj predstavi intervale, poluintervale i zatvorene intervale</li><li>12. prepozna razmjere i proporcije, u rješavanju zadataka koristi direktnu i obrnutu proporciju</li><li>13. računa sa procentima</li><li>14. primijeni Njutnovu binomnu formulu (VN)<sup>1</sup></li></ol>

<sup>1</sup> sa ON ili VN su označeni ispitni ciljevi koji se provjeravaju samo na osnovnom ili samo na višem nivou

# 5. Ispitni program

	SADRŽAJ	ISPITNI CILJEVI Učenik pokazuje da umije da:
1. BROJEVI	Kompleksni brojevi; imaginarna jedinica, stepeni imaginarne jedinice; Algebarski zapis kompleksnog broja; jednakost dva kompleksna broja; računске operacije sa kompleksnim brojevima; kompleksna ravan i geometrijska interpretacija kompleksnog broja.	15. odredi realni, imaginarni dio kompleksnog broja i konjugovano-kompleksan broj 16. računa apsolutnu vrijednost kompleksnog broja i stepen imaginarne jedinice 17. predstavi kompleksan broj u koordinatnoj ravni 18. računa sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku <b>19. u elementarnim zadacima primijeni pravilo proizvoda (ON)</b>
2. RACIONALNI ALGEBARSKI IZRAZI	Cijeli algebarski izrazi. Polinomi jedne promjenljive. Jednakost polinoma i operacije sa polinomima.  Racionalni algebarski izrazi. Operacije sa racionalnim algebarskim izrazima. Oblast definisanosti racionalnih algebarskih izraza.	1. primijeni operacije sabiranja, oduzimanja i množenja sa cijelim algebarskim izrazima 2. razlikuje i primijeni razliku kvadrata, kvadrat binoma, zbir i razliku kubova, kub binoma 3. koristi operacije sa polinomima jedne promjenljive: sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje 4. rastavlja polinome na proizvod prostih činilaca 5. odredi oblast definisanosti racionalnih algebarskih izraza, proširi i skrati algebarske razlomke 6. transformiše izraze sa algebarskim razlomcima <b>7. primijeni Bezuovu teoremu (VN)</b>





## II OBLAST

### ELEMENTARNE FUNKCIJE; JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

	SADRŽAJ	ISPITNI CILJEVI Učenik pokazuje da umije da:
<b>1. LINEARNA FUNKCIJA LINEARNA JEDNAČINA I NEJEDNAČINA</b>	<p>Linearna funkcija.</p> <p>Linearna jednačina i nejednačina.</p> <p>Sistem linearnih jednačina sa dvije nepoznate.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>ispita tok i nacrtava grafik linearne funkcije</li> <li><b>nacrta linearnu funkciju sa apsolutnim vrijednostima (VN)</b></li> <li>na osnovu datih podataka (nule, koeficijenta pravca, tačaka koje joj pripadaju) odredi linearnu funkciju</li> <li>rješava linearne jednačine</li> <li><b>rješava linearne jednačine u kojima koristi definiciju apsolutne vrijednosti (VN)</b></li> <li><b>rješava linearne nejednačine uključujući nejednačine oblika</b>  <math>f(x) &gt; 0, f(x) &lt; 0, f(x) \geq 0, f(x) \leq 0,</math>  <b>gdje je</b> <math>f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}</math> <b>(ON)</b></li> <li><b>rješava linearne nejednačine uključujući nejednačine oblika</b>  <math>f(x) &gt; A, f(x) &lt; A, f(x) \geq A, f(x) \leq A,</math>  <b>gdje je</b> <math>f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}</math> <b>(VN)</b></li> <li>rješava sistem od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate</li> <li>primijeni linearne funkcije, jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina u rješavanju odgovarajućih zadataka iz naučnog ili svakodnevnog konteksta</li> </ol>

# 5. Ispitni program

	SADRŽAJ	ISPITNI CILJEVI Učenik pokazuje da umije da:
2. KVADRATNA JEDNAČINA I NEJEDNAČINA KVADRATNA FUNKCIJA	<p>Kvadratna jednačina.</p> <p>Priroda rješenja kvadratne jednačine.</p> <p>Kvadratna nejednačina.</p> <p>Sistem od jedne linearne i jedne kvadratne jednačine.</p> <p>Kvadratna funkcija.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>rješava kvadratne jednačine</li> <li>rješava jednačine koje se svode na kvadratne</li> <li><b>diskutuje prirodu rješenja kvadratne jednačine (VN)</b></li> <li>zapiše i primijeni Vietova pravila i da na osnovu datih podataka (veza između rješenja jednačine, neki od koeficijenata, jedno ili oba rješenja) odredi kvadratnu jednačinu</li> <li>primijeni kvadratne jednačine u rješavanju odgovarajućih problemskih zadataka</li> <li><b>rješava kvadratne nejednačine i nejednačine oblika <math>f(x) &gt; 0, f(x) &lt; 0, f(x) \geq 0, f(x) \leq 0</math>, gdje je <math>f(x) = \frac{ax+b}{cx^2+dx+e}</math> ili <math>f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}</math> (ON)</b></li> <li><b>rješava kvadratne nejednačine i nejednačine oblika <math>f(x) &gt; A, f(x) &lt; A, f(x) \geq A, f(x) \leq A</math>, gdje je <math>f(x) = \frac{ax+b}{cx^2+dx+e}</math> ili <math>f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}</math> (VN)</b></li> <li>rješava sistem od jedne linearne i jedne kvadratne jednačine</li> <li><b>rješava problemske zadatke primjenom sistema od jedne linearne i jedne kvadratne jednačine(VN)</b></li> <li>nacrta grafik kvadratne funkcije (odredi tačke presjeka sa koordinatnim osama i koordinate tjemena) i ispita tok funkcije</li> <li>na osnovu datih elemenata (nula, koordinata tjemena, tačaka kroz koje prolazi grafik funkcije) odredi kvadratnu funkciju</li> </ol>
3. EKSPONENCIJALNA FUNKCIJA EKSPONENCIJALNA JEDNAČINA	<p>Eksponencijalna funkcija <math>f(x) = a^x, a &gt; 1, a \neq 1</math>;</p> <p>Osobine i grafik eksponencijalne funkcije;</p> <p>Eksponencijalna jednačina.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li><b>prepozna, nacrta grafik i ispita osobine eksponencijalne funkcije u jednostavnim primjerima (ON)</b></li> <li><b>prepozna, nacrta grafik i ispita osobine eksponencijalne funkcije (VN)</b></li> <li>rješava eksponencijalne jednačine svodenjem na istu osnovu i eksponencijalne jednačine koje se svode na kvadratne</li> </ol>



	SADRŽAJ	ISPITNI CILJEVI Učenik pokazuje da umije da:
4. LOGARITAMSKA FUNKCIJA LOGARITAMSKA JEDNAČINA	<p>Pojam logaritma.</p> <p>Logaritamska funkcija <math>f(x) = \log_a x, a &gt; 0, a \neq 1</math></p> <p>Osobine i grafik logaritamske funkcije. Pravila logaritmovanja.</p> <p>Logaritamska jednačina.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. prepoznata, nacrtat graf i ispita osobine logaritamske funkcije u jednostavnim primjerima (ON)</li> <li>2. prepoznata, nacrtat graf i ispita osobine logaritamske funkcije (VN)</li> <li>3. prepoznata i primijeni osnovna pravila logaritmovanja <math>\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c, \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c,</math> <math>\log_a b^r = r \log_a b, \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a},</math> <math>\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b</math></li> <li>4. rješava logaritamske jednačine oblika <math>\log_c(ax + b) = d</math> i jednačine koje se svode na ovaj oblik</li> <li>5. rješava logaritamske jednačine koje se svode na kvadratne (VN)</li> <li>6. rješava eksponencijalne jednačine koje se svode na logaritmovanje (VN)</li> </ol>
5. TRIGONOMETRIJSKE FUNKCIJE TRIGONOMETRIJSKE JEDNAČINE	<p>Definicija trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici. Svođenje trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla na vrijednost trigonometrijskih funkcija oštrog ugla.</p> <p>Grafik, nule, ekstremne vrijednosti, znak i monotonost trigonometrijskih funkcija.</p> <p>Parnost, neparnost i periodičnost trigonometrijskih funkcija.</p> <p>Osnovni trigonometrijski identiteti.</p> <p>Adicione formule.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. prepoznata i definiše trigonometrijske funkcije</li> <li>2. primijeni definicije trigonometrijskih funkcija oštrog ugla na rješavanje trougla (koristi vrijednosti trigonometrijskih funkcija za uglove od <math>30^\circ, 45^\circ, 60^\circ</math>)</li> <li>3. koristi trigonometrijsku kružnicu (npr. predstavlja proizvoljan ugao, određuje znak i monotonost trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla svođenjem na trigonometrijsku funkciju oštrog ugla) i primijeni vezu između trigonometrijskih funkcija</li> <li>4. prepoznata i primijeni osnovne trigonometrijske identitete <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math></li> <li>5. prepoznata i nacrtat grafike osnovnih trigonometrijskih funkcija</li> <li>6. prepoznata i nacrtat grafike funkcija oblika <math>f(x) = A \sin(ax + b) + B</math> i <math>f(x) = A \cos(ax + b) + B</math> (VN)</li> <li>7. primijeni adicione formule</li> <li>8. rješava osnovne trigonometrijske jednačine</li> <li>9. rješava trigonometrijske jednačine oblika <math>\sin(ax + b) = c, \cos(ax + b) = c,</math> <math>\operatorname{tg}(ax + b) = c, \cos(ax + b) = c</math> i jednačine koje se svode na kvadratne (VN)</li> </ol>

### III OBLAST GEOMETRIJA

	SADRŽAJ	ISPITNI CILJEVI Učenik pokazuje da umije da:
<b>1. GEOMETRIJA U RAVNI</b>	<p>Podudarnost trouglova. Vrste četvorouglova. Pravilan mnogougao. Uglovi povezani sa kružnim lukom (centralni i periferni ugao; tangenti ugao). Tangentni i tetivni četvorougao. Talesova teorema. Sličnost; sličnost trouglova.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. prepozna i primijeni stavove podudarnosti trouglova</li> <li>2. prepozna vrste i svojstva četvorougla i primijeni ih</li> <li>3. prepozna i primijeni vezu između centralnog i perifernog ugla nad istim kružnim lukom</li> <li>4. prepozna i primijeni stavove sličnosti trouglova</li> <li>5. primijeni Talesovu teoremu</li> </ol>
<b>2. GEOMETRIJA U PROSTORU</b>	<p>Geometrijska tijela: prizma, piramida, zarubljena piramida, valjak, kupa, zarubljena kupa, sfera i lopta.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. prepozna, imenuje i nacrtava geometrijska tijela (prizmu, piramidu, zarubljenu piramidu, valjak, kupu, zarubljenu kupu, sferu i loptu)</li> <li>2. odredi površinu i zapreminu prizme</li> <li>3. odredi površinu i zapreminu piramide i zarubljene piramide</li> <li>4. odredi površinu i zapreminu valjka</li> <li>5. odredi površinu i zapreminu kupe i zarubljene kupe</li> <li>6. odredi površinu sfere i zapreminu lopte</li> </ol>
<b>3. PRIMJENA TRIGONOMETRIJE U GEOMETRIJI</b>	<p>Definicija trigonometrijskih funkcija oštrog ugla pravouglog trougla. Vrijednosti trigonometrijskih funkcija nekih oštrog uglova. Sinusna i kosinusna teorema (VN). Formule za računanje površine trougla pomoću trigonometrijskih funkcija.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. riješi pravougli trougao</li> <li>2. <b>prepozna sinusnu i kosinusnu teoremu; riješi proizvoljan trougao primjenom sinusne i kosinusne teoreme (VN)</b></li> <li>3. odredi nepoznatu veličinu (npr. stranicu, ugao, visinu...) kod geometrijskih tijela primjenom trigonometrije</li> </ol>

#### 4. ANALITIČKA GEOMETRIJA

##### SADRŽAJ

Rastojanje između dvije tačke.  
Računanje površine trougla ako su poznate koordinate njegovih tjemena.  
Razni oblici jednačine prave: eksplicitni, implicitni, segmentni.  
Dvije prave i ugao između njih.  
Jednačina kružne linije. Prava i kružna linija.  
Jednačina parabole. Prava i parabola.  
Jednačina elipse. Prava i elipsa.  
Jednačina hiperbole. Prava i hiperbola.

##### ISPITNI CILJEVI Učenik pokazuje da umije da:

1. izračuna rastojanje između dvije tačke
2. odredi površinu trougla u koordinatnoj ravni
3. prepozna jednačinu prave zapisanu u opštem, eksplicitnom i segmentnom obliku i nacrtava pravu u koordinatnom sistemu
4. odredi jednačinu prave ako je poznata jedna tačka i koeficijent pravca prave, jednačinu prave kroz dvije tačke, segmentni oblik jednačine prave
5. odredi međusoban odnos dvije prave (uslov paralelnosti, normalnosti, odredi presjek i ugao između dvije prave)
6. prepozna, crta i zapiše opšti oblik jednačina krivih drugog reda
7. formira jednačinu kružne linije sa centrom u tački  $A(a, b)$  i poluprečnikom  $R$ ;
8. jednačinu kružne linije oblika  $Ax^2 + Ay^2 + Bx + Cy + D = 0$  prevede u opšti oblik, pročita koordinate centra i odredi poluprečnik
9. odredi međusoban odnos prave i krive drugog reda
10. formira jednačinu tangente u tački krive drugog reda i van nje



## 5. Ispitni program

## IV OBLAST ELEMENTI MATEMATIČKE ANALIZE

	SADRŽAJ	ISPITNI CILJEVI Učenik pokazuje da umije da:
<b>1. NIZOVI</b>	<p>Pojam i osobine aritmetičke i geometrijske progresije. Zbir prvih n članova aritmetičke i geometrijske progresije.</p> <p>Granična vrijednost niza (beskonačni nizovi; konvergencija; svojstva konvergentnih nizova)</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. prepozna aritmetički niz, odredi opšti član niza i zbir prvih n članova</li> <li>2. prepozna geometrijski niz, odredi opšti član geometrijskog niza i zbir prvih n članova</li> <li>3. primijeni znanje o aritmetičkom i/ili geometrijskom nizu u rješavanju zadataka iz prakse (VN)</li> <li>4. računa graničnu vrijednost niza u elementarnim slučajevima, npr.           <math display="block">\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n + 1}{2n^2} \text{ (ON)}</math> <math display="block">\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n + 1 + 0, 3^n}{2n^2 + 0, 1^n} \text{ (VN)}</math> <math display="block">\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{n^2 - 3n}{n^2} \right]^{2n}, \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 4} - n)</math> </li> </ol>
<b>2. ELEMENTI DIFERENCIJALNOG RAČUNA</b>	<p>Pojam izvoda, geometrijska interpretacija izvoda.</p> <p>Tangenta i normala na grafik funkcije.</p> <p>Izvod zbira, proizvoda i količnika.</p> <p>Izvod elementarnih funkcija.</p> <p>Izvod složene funkcije.</p> <p>Izvodi višeg reda.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. odredi tangentu i normalu krive u datoj tački</li> <li>2. računa izvode koristeći tablicu i pravila</li> <li>3. računa izvode složene funkcije</li> <li>4. računa izvode višeg reda</li> <li>5. rješava elementarne ekstremalne zadatke primjenom diferencijalnog računa (VN)</li> </ol>

	SADRŽAJ	ISPITNI CILJEVI Učenik pokazuje da umije da:
<b>3. FUNKCIJE</b>	<p>Pojam funkcije. Način zadavanja funkcije. Pojam bijekcije. Inverzna funkcija. Domen, kodomen funkcije. Parnost i neparnost funkcije. Periodičnost funkcije. Znak funkcije.</p> <p>Neprekidnost funkcije.</p> <p>Pojam granične vrijednosti funkcije.</p> <p>Osnovna svojstva granične vrijednosti funkcije. Lijeva i desna granična vrijednost funkcije.</p> <p>Asimptote.</p> <p>Primjena izvoda pri ispitivanju funkcije (monotonost funkcije, ekstremi funkcije, konveksnost funkcije i prevojne tačke). Grafik funkcije.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. odredi vrijednost funkcije koja je zadata tablično, grafički ili analitički</li> <li>2. <b>odredi uslove postojanja inverzne funkcije; odredi i predstavi inverznu funkciju u jednostavnom primjeru (ON)</b></li> <li>3. <b>odredi uslove postojanja inverzne funkcije; odredi i predstavi inverznu funkciju (VN)</b></li> <li>4. odredi domen, nule, znak, parnost i periodičnost funkcije</li> <li>5. ispita monotonost i/ili konveksnost proizvoljne funkcije</li> <li>6. odredi ekstremne vrijednosti i/ili prevojne tačke proizvoljne funkcije</li> <li>7. izračuna graničnu vrijednost funkcije</li> <li>8. primjeni limese</li> </ol> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ <ol style="list-style-type: none"> <li>9. odredi asimptote funkcije</li> <li>10. ispita tok i nacrtaj grafik funkcije u jednostavnim primjerima (polinomne funkcije najviše trećeg stepena, racionalna funkcija najviše drugog stepena u brojiocu i imeniocu)</li> </ol>
<b>4. INTEGRALNI RAČUN</b>	<p>Pojam primitivne funkcije i neodređenog integrala.</p> <p>Svojstva neodređenog integrala.</p> <p>Tablica osnovnih integrala.</p> <p>Metod smjene.</p> <p>Geometrijska interpretacija određenog integrala.</p> <p>Svojstva određenog integrala.</p> <p>Njutn-Lajbnicova formula.</p> <p>Računanje površine jednostavnih figura u ravni primjenom određenog integrala.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>odredi neodređeni integral primjenom svojstava i tablice integrala (VN)</b></li> <li>2. <b>primijeni metod smjene (VN)</b></li> <li>3. <b>računa određeni integral primjenom Njutn-Lajbnicove formule (VN)</b></li> <li>4. <b>računa površine jednostavnih figura u ravni primjenom određenog integrala (VN)</b></li> </ol>



## V OBLAST KOMBINATORIKA I VJEROVATNOĆA

	SADRŽAJ	ISPITNI CILJEVI Učenik pokazuje da umije da:
<b>1. KOMBINATORIKA I VJEROVATNOĆA</b>	<p>Pravilo proizvoda. Pojam varijacije, permutacije i kombinacije bez ponavljanja i njihovo računanje.</p> <p>Pojam i računanje varijacije sa ponavljanjem.</p> <p>Klasična definicija vjerovatnoće.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. primijeni pravilo proizvoda (VN)</li> <li>2. u elementarnim zadacima prepozna varijaciju sa ponavljanjem i bez ponavljanja, permutaciju i kombinaciju bez ponavljanja i obavi traženo prebrojavanje (VN)</li> <li>3. rješava jednostavne zadatke u kojima se pojavljuje klasična definicija vjerovatnoće (VN)</li> </ol>



## 6.1. PRIMJER TESTA

ZADACI 9, 10, 23, 24, 25 I 26 PRIPADAJU SAMO TESTU KOJI ILUSTRUJE VIŠI NIVO.

U SLJEDEĆIM ZADACIMA ZAOKRUŽITE SLOVO ISPRED TAČNOG ODGOVORA.

1. Šta je od navedenog **netačno**?

- A.  $\sqrt{27 \cdot 8 : 3 - 8} = 8$
- B.  $(\sqrt{11 + 5} + 3)^2 : 7 + 1 = 8$
- C.  $36x - 4x : 2 = 16x$
- D.  $(4 - x(7 - 4) + 3x)^2 = 16$

2 boda

2. U planinskom centru, žičara preveze prosječno 5500 turista tokom vikenda u vrijeme sezone skijanja. Ljeti se tokom vikenda preveze prosječno 1760 turista. Za koliko je procenata manji broj prevezenih turista tokom ljetnjeg vikenda u odnosu na zimski vikend?

- A. 17%
- B. 32%
- C. 55%
- D. 68%

2 boda

3. Ako konobar A servira doručak za 30 minuta, a konobar B taj isti posao odradi za 20 minuta, koliko minuta im je potrebno da zajedno završe posao?

- A. 12
- B. 15
- C. 18
- D. 25

2 boda

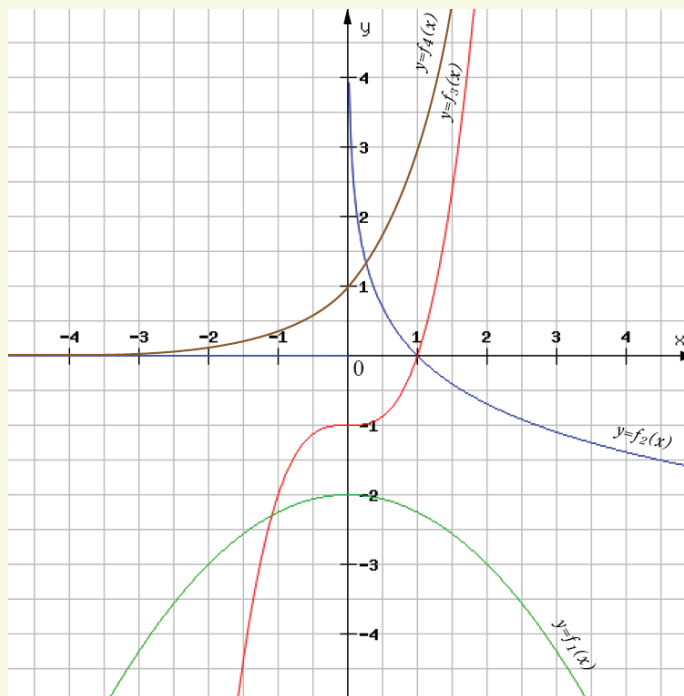
PRIMJER TESTA  
6  
SA SEMOM ZA  
BODOVANJE

4. Za koju je vrijednost realnog parametra  $p$ , jednačina  $px - 4p = 1 + 7x$ , nemoguća?

- A. 7
- B. 4
- C. -4
- D. -7

2 boda

5. Koji od datih grafika predstavlja grafik eksponencijalne funkcije  $f(x) = a^x$ ,  $a > 1$ ?



- A.  $y = f_1(x)$
- B.  $y = f_2(x)$
- C.  $y = f_3(x)$
- D.  $y = f_4(x)$

2 boda

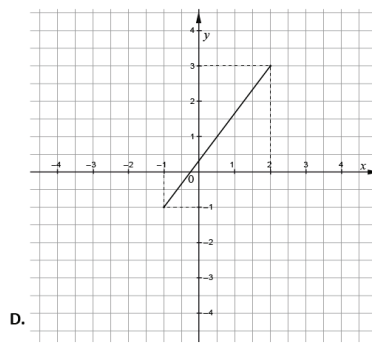
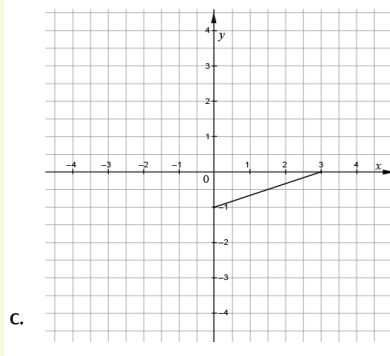
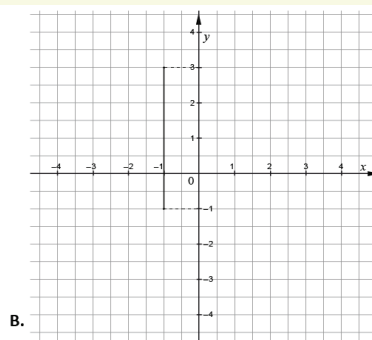
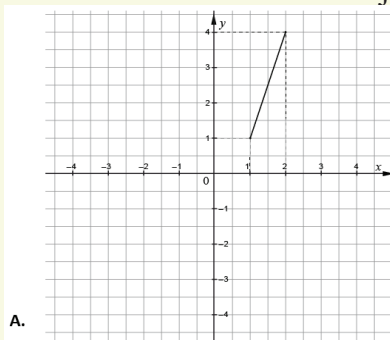


6. Neka je  $M$  tačka na trigonometrijskoj kružnoj liniji kojoj odgovara ugao od  $\frac{11\pi}{3}$ . Koje su njene koordinate?

- A.  $M\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$   
 B.  $M\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$   
 C.  $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$   
 D.  $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

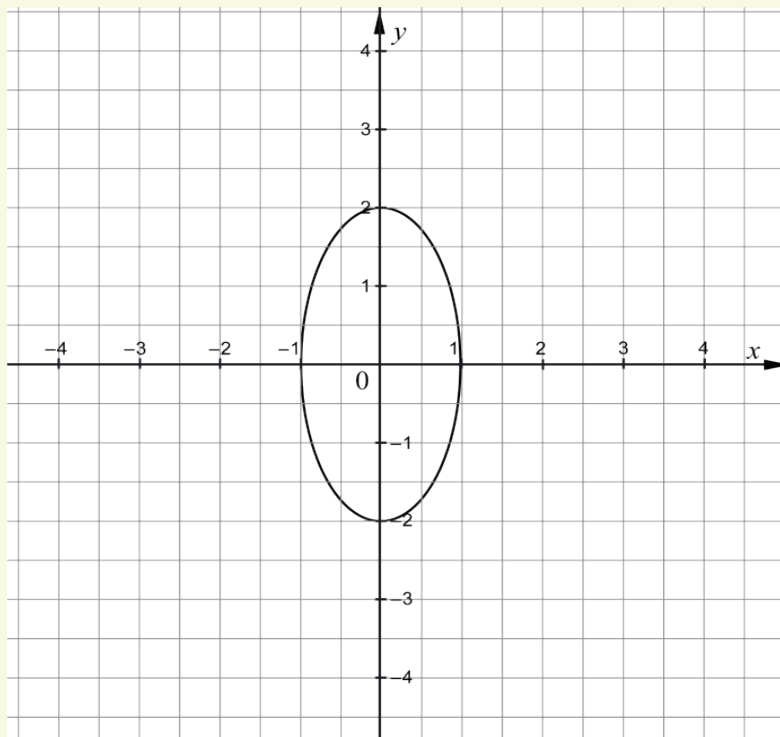
2 boda

7. U kom koordinatnom sistemu je data duž dužine 5?



2 boda

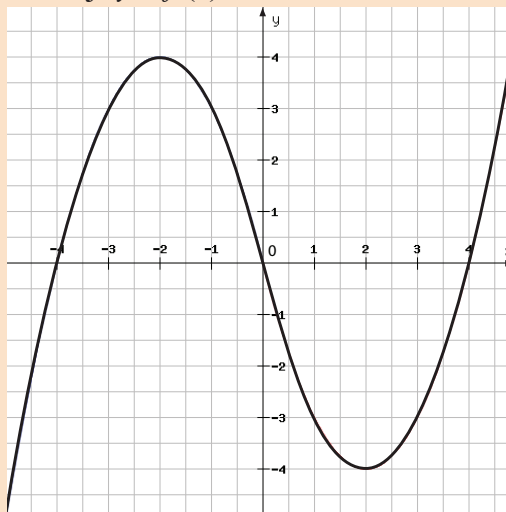
8. Koja od datih jednačina opisuje krivu sa slike?



- A.  $x^2 + y^2 - 4 = 0$
- B.  $4x^2 + y^2 = 4$
- C.  $x^2 - 4y^2 = 4$
- D.  $y^2 - 4x = 0$

2 boda

9. Dat je grafik funkcije  $y = f(x)$ .



Koja relacija je tačna?

- A.  $f'(-2) < f'(-3) < f'(1)$
- B.  $f'(-3) < f'(-2) < f'(1)$
- C.  $f'(1) < f'(-2) < f'(-3)$
- D.  $f'(1) < f'(-3) < f'(-2)$

2 boda

10. Deset bračnih parova je došlo na večeru. Pri susretu, oni se međusobno rukuju, ali se supruge međusobno ne rukuju. Naravno, muž se ne rukuje sa svojom ženom. Koliki je ukupni broj rukovanja?

- A. 45
- B. 90
- C. 135
- D. 190

2 boda

## ZADATKE KOJI SLIJEDE RJEŠAVAJTE POSTUPNO.

11. a) Rastavite na proste činioce broj 680.

1 bod

b) Izračunajte  $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x}$ .

1 bod

c) Skratite razlomak  $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^3 - b^3}$ .

1 bod

12. Uprostite izraz  $\frac{3x+1}{2x+3} - \frac{x+2}{2x-3} - \frac{8x+9}{9-4x^2}$ ,  $x \neq \pm \frac{3}{2}$ .

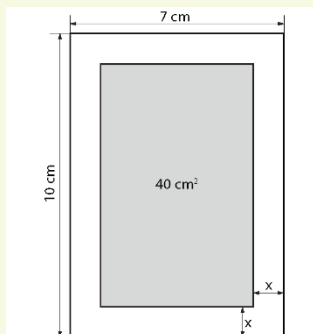
3 boda

13. Odredite vrijednost koeficijenta  $m$  u jednačini  $x^2 + 4x + m = 0$  ako je poznato da je  $-2 + i$  jedno njeno rješenje ( $i$  je imaginarna jedinica).

2 boda

14. Spoljašnje dimenzije rama za sliku pravougaonog oblika, su 10 cm i 7 cm. Odredite kolika treba da bude širina rama da bi površina unutrašnjosti bila  $40 \text{ cm}^2$ ?

4 boda



15. Za koje realne vrijednosti parametra  $k$  je trinom  $x^2 - (k - 3)x + k$  pozitivan za svako realno  $x$ ?

4 boda

16. Riješite jednačinu  $\log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{1}{12}$ .

4 boda

17. Uprostite izraz  $\frac{\sin \alpha}{1 + \sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$ .

2 boda

18. U jednakokrakom trouglu krak je 2 puta veći od osnovice. Ako je  $\alpha$  ugao između krakova, izračunajte  $\sin \frac{\alpha}{2}$ .

*Napomena: Uz rješenje je neophodno da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.*

2 boda

19. Svijeću oblika valjka prečnika 40 cm i visine 60 cm treba pretopiti u 100 jednakih svijeća prečnika 4 cm. Ako će se u procesu topljenja izgubiti 10% voska kolike će biti visine dobijenih svijeća?

*Napomena: Uz rješenje je neophodno da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.*

3 boda

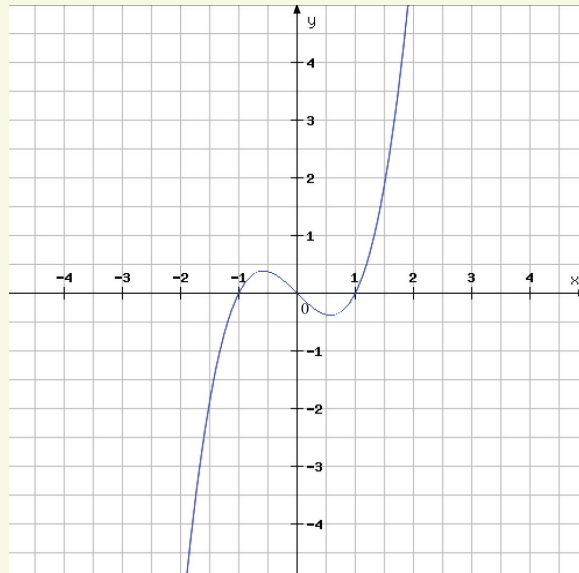
20. Na pravoj  $x - y + 1 = 0$  odredite tačku koja je najbliža tački  $(1, -1)$ .

3 boda

21. Odredite jedanaesti član geometrijskog niza  $-2, 2\sqrt{2}, -4, \dots$

3 boda

22. Na slici je prikazan grafik funkcije  $f(x) = x^3 - x$ .



a) Za koje je vrijednosti  $x$  data funkcija pozitivna?

1 bod

b) Navedite nule date funkcije.

1 bod

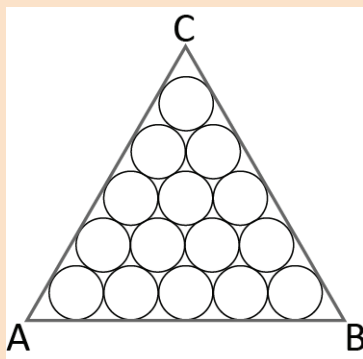
c) Odredite  $f\left(\frac{3}{2}\right)$ .

1 bod

- 23.** Data je funkcija  $f(x) = a \cdot 2^{bx} + c$ . Odredite koeficijente  $a$ ,  $b$  i  $c$  ako je  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 6$ , i grafik ima horizontalnu asimptotu  $y = -4$ .

4 boda

- 24.** U okvir oblika jednakostraničnog trougla postavljene su kugle kao na slici. Ako svaka kugla ima poluprečnik 1 cm, odredite dužinu stranice jednakostraničnog trougla.



4 boda

- 25.** Izračunajte površinu figure koja je ograničena linijom  $y = -x^2 + 3x$  i  $x$ -osom.

3 boda

- 26.** Kocka se baca dva puta. Kolika je vjerovatnoća da je zbir palih brojeva prost?

3 boda

Učenci uz test dobijaju i list za upisivanje odgovora za zadatke višestrukog izbora.



## LIST ZA ODGOVORE

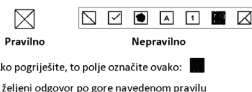
### MATEMATIKA

#### OSNOVNI NIVO

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova:

- ako je označen netačan odgovor
- ako je označeno više odgovora
- ako nije označen nijedan odgovor

Uputstvo za označavanje tačnog odgovora:



**OVDJE**

zalijepiti šifru učenika

A. B. C. D.

1.

A. B. C. D.

5.

A. B. C. D.

2.

A. B. C. D.

6.

A. B. C. D.

3.

A. B. C. D.

7.

A. B. C. D.

4.

A. B. C. D.

8.



5 216531 489749



Potrebno je da se za svaki od zadataka višestrukog izbora, na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisu dobijeni odgovori.



## LIST ZA ODGOVORE

### MATEMATIKA

#### VIŠI NIVO

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova:

- ako je označen netačan odgovor
- ako je označeno više odgovora
- ako nije označen nijedan odgovor

Uputstvo za označavanje tačnog odgovora:



Ako pogriješite, to polje označite ovako:   
a željeni odgovor po gore navedenom pravilu

**OVDJE**

zalijepiti šifru učenika

A. B. C. D.

1.

A. B. C. D.

2.

A. B. C. D.

3.

A. B. C. D.

4.

A. B. C. D.

5.

A. B. C. D.

6.

A. B. C. D.

7.

A. B. C. D.

8.

A. B. C. D.

9.

A. B. C. D.

10.



## 6.3. ŠEMA ZA BODOVANJE

## TAČNI ODGOVORI ZA ZADATKE VIŠESTRUKOG IZBORA

Broj zadatka	Tačna alternativa
1.	C
2.	D
3.	A
4.	A
5.	D
6.	B
7.	D
8.	B
9.	C
10.	C

## 11. Ukupno 3 boda

$$\text{a) } 680 = 2^3 \cdot 5 \cdot 17 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$\text{b) } \sqrt[6]{x^5} \text{ ili } x^{\frac{5}{6}} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$\text{c) } \frac{a-b}{a^2+ab+b^2} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

## 12. Ukupno 3 boda

$$\frac{(3x+1)(2x-3)-(x+2)(2x+3)+8x+9}{(2x-3)(2x+3)} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$\frac{4x^2-6x}{(2x-3)(2x+3)} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$\frac{2x(2x-3)}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{2x}{2x+3} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

**13. Ukupno 2 boda**

$$(-2+i)^2 + 4(-2+i) + m = 0 \text{ ili } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow (-2+i)(-2-i) = m \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$m = 5 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

**14. Ukupno 4 boda**

$$(10-2x)(7-2x) = 40 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$2x^2 - 17x + 15 = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$x_1 = \frac{15}{2}, x_2 = 1 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$\text{Zaključak } x = 1 \text{ cm} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

**15. Ukupno 4 boda**

$$a = 1 > 0 \wedge D < 0 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$D = [-(k-3)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot k \Rightarrow D = k^2 - 10k + 9 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$k_1 = 1, k_2 = 9 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$1 < k < 9 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

**16. Ukupno 4 boda**

$$x > 0 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$\frac{1}{3} \log_3 x \cdot \frac{1}{4} \log_3 x = \frac{1}{12} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$\log_3^2 x = 1 \Rightarrow \log_3 x = 1 \vee \log_3 x = -1 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$x = 3 \vee x = \frac{1}{3} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

**17. Ukupno 2 boda**

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{\sin \alpha - \sin^2 \alpha - (\sin \alpha + \sin^2 \alpha)}{1 - \sin^2 \alpha} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$-\frac{2 \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = -2 \operatorname{tg}^2 \alpha \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

**18. Ukupno 2 boda**

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{b} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{2a} = \frac{1}{4} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

**19. Ukupno 4 boda**

$$V = 20^2 \cdot \pi \cdot 60 = 24000\pi \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$V_1 = \frac{V - 10\%V}{100} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$V_1 = 216\pi \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$H = \frac{V_1}{r^2 \pi} = \frac{216\pi}{4\pi} = 54 \text{ cm} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

**20. Ukupno 3 boda**

$$k = -1 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

Određena normala na datu pravu,  $y = -x$  ..... 1 bod

Određena tražena tačka koja je u presjeku pravih,  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  ..... 1 bod

**21. Ukupno 3 boda**

$$q = -\sqrt{2} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$a_{11} = (-2)(-\sqrt{2})^{10} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$a_{11} = -64 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

**22. Ukupno 3 boda**

a)  $x \in (-1, 0) \cup (1, +\infty)$  ..... 1 bod

b)  $f(x) = 0$  za  $x = -1, x = 0$  i  $x = 1$  ..... 1 bod

c)  $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{15}{8}$  ..... 1 bod

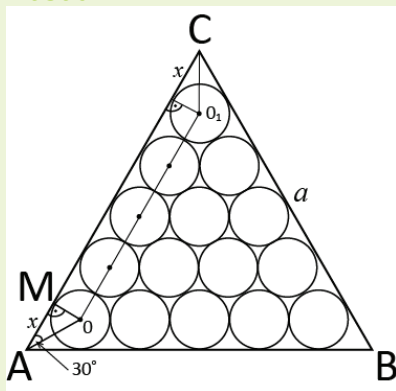
**23. Ukupno 4 boda**

$y = -4 \Rightarrow c = -4$  ..... 1 bod

$f(0) = 1 \Rightarrow a + c = 1, f(1) = 6 \Rightarrow a \cdot 2^b + c = 6$  ..... 1 bod

$c = -4, a + c = 1 \Rightarrow a = 5$  ..... 1 bod

$5 \cdot 2^b - 4 = 6 \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$  ..... 1 bod

**24. Ukupno 4 boda**

Određeno da je  $OO_1 = 8$  cm ..... 1 bod

$\square AMO = 90^\circ$  ..... 1 bod

$\Delta MAO \Rightarrow \operatorname{ctg} 30^\circ = \frac{x}{1}$  ..... 1 bod

$a = (2\sqrt{3} + 8)$  cm ..... 1 bod

## 25. Ukupno 3 boda

$$P = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$P = \left( -\frac{x^3}{3} + 3\frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^3 \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

$$P = \frac{9}{2} \dots\dots\dots 1 \text{ bod}$$

## 26. Ukupno 3 boda

Bacanjem dvije kocke dobijamo 36 mogućnosti  $(6 \cdot 6)$  ..... 1 bod

Zbir  $s$  je povoljan ako je  $s \in \{2, 3, 5, 7, 11\}$

Povoljnih ishoda ima 15

$(1,1)$   $(1,2)$  ili  $(2,1)$   $(2,3)$  ili  $(3,2)$   $(1,4)$  ili  $(4,1)$   $(1,6)$  ili  $(6,1)$

$(2,5)$  ili  $(5,2)$   $(3,4)$  ili  $(4,3)$   $(5,6)$ , ili  $(6,5)$  ..... 1 bod

Tražena vjerovatnoća je  $p = \frac{1+2+4+6+2}{36} = \frac{5}{12}$  ..... 1 bod



## NAVEDENE FORMULE SU SASTAVNI DIO TEST-KNJIŽICE

- $i^2 = -1$ ,  $z = a + bi$ ,  $\bar{z} = a - bi$ ,  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$   
( $i$  – imaginarna jedinica)
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ,  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
- $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $(a + b)^n = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} a^{n-m} b^m$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ,  $a^m : a^n = a^{m-n}$ ,  $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ , ( $a \neq 0$ ),  $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

Kvadratna jednačina:  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$

- Rješenja kvadratne jednačine:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vietova pravila:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ :  $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$

- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ ,  $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ ,
- $\log_a b^r = r \log_a b$
- $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}$ ,  $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$   
( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $d \neq 1$ ,  $b, c, d > 0$ )

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$

# 7 FORMULE

# 7. Formule

- $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

$a, b, c$  – dužine stranica trougla;

$\alpha, \beta, \gamma$  – odgovarajući unutrašnji uglovi trougla

$r$  – poluprečnik upisane kružnice,  $R$  – poluprečnik opisane kružnice

- Sinusna teorema:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

- Kosinusna teorema:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

- Površina trougla:  $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$ ,

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, s = \frac{a+b+c}{2}, P = r \cdot s, P = \frac{abc}{4R}$$

- Površina paralelograma:  $P = a \cdot h_a$ , ( $a$  – dužina stranice,  $h_a$  – dužina visine)

- Površina romba:  $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ , ( $d_1$  i  $d_2$  – dužine dijagonala)

- Površina trapeza:  $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$ , ( $a$  i  $b$  – dužine osnovica,  $h$  – dužina visine)

- Obim kruga:  $O = 2r\pi$ . Površina kruga:  $P = r^2\pi$  ( $r$  – dužina poluprečnika)

$B$  – površina baze,  $M$  – površina omotača i  $H$  – dužina visine

- Površina prizme:  $P = 2B + M$ , Zapremina prizme:  $V = B \cdot H$

- Površina piramide:  $P = B + M$ , Zapremina piramide:  $V = \frac{1}{3} B \cdot H$

- Površina zarubljene piramide:  $P = B_1 + B_2 + M$ ,

- Zapremina zarubljene piramide:  $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$



- Površina valjka:  $P = 2B + M = 2r\pi(r + H)$ , ( $r$  – dužina poluprečnika osnove)
- Zapremina valjka:  $V = B \cdot H = r^2\pi H$ , ( $r$  – dužina poluprečnika osnove)
- Površina kupe:  $P = B + M = r\pi(r + s)$ , ( $r$  – dužina poluprečnika osnove i  $s$  – dužina izvodnice)
- Zapremina kupe:  $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}r^2\pi H$ , ( $r$  – dužina poluprečnika osnove)
- Površina zarubljene kupe:  $P = \pi(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2)s)$ ,  
( $r_1, r_2$  – dužina poluprečnika osnova i  $s$  – dužina izvodnice)
- Zapremina zarubljene kupe:  $V = \frac{1}{3}\pi H(r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2)$   
( $r_1, r_2$  – dužina poluprečnika osnova)
- Površina sfere:  $P = 4r^2\pi$  ( $r$  – dužina poluprečnika)
- Zapremina lopte:  $V = \frac{4}{3}r^3\pi$  ( $r$  – dužina poluprečnika)

- Rastojanje između tačaka  $A(x_1, y_1)$  i  $B(x_2, y_2)$ :

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- Površina trougla  $\triangle ABC$ , ( $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ ):

$$P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

- Jednačina prave kroz tačke  $(x_1, y_1)$  i  $(x_2, y_2)$ :  $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

- Ugao između pravih  $y = k_1x + n_1$  i  $y = k_2x + n_2$ :  $\operatorname{tg}\phi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$

- Rastojanje između tačke  $(x_0, y_0)$  i prave  $Ax + By + C = 0$ :

$$d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

# 7. Formule

- Kružna linija sa centrom u tački  $(a, b)$  i poluprečnikom  $r$ :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Uslov dodira kružne linije i prave  $y = kx + n$ :  $r^2(1 + k^2) = (ka - b + n)^2$

- Elipsa:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , fokusi (žiže):  $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$

Uslov dodira prave  $y = kx + n$  i elipse:  $a^2k^2 + b^2 = n^2$

- Hiperbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , fokusi (žiže):  $F_{1,2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ , asimptote hiperbole  $y = \pm\frac{b}{a}x$

Uslov dodira prave  $y = kx + n$  i hiperbole:  $a^2k^2 - b^2 = n^2$

- Parabola:  $y^2 = 2px$ , fokus (žiže):  $F(\frac{p}{2}, 0)$

Uslov dodira prave  $y = kx + n$  i parabole:  $p = 2kn$

- Aritmetički niz:  $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$

- Geometrijski niz:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ ,  $q \neq 1$

## OSNOVNA LITERATURA

1. Udžbenik sa zbirkom zadataka za I razred gimnazije (Radoje Šćepanović, Žarko Pavićević, Dragoje Kasalica, Marija Mićović)
2. Udžbenik sa zbirkom zadataka za II razred gimnazije (Radoje Šćepanović, Žarko Pavićević, Snežana Delić)
3. Udžbenik i zbirka zadataka za III razred gimnazije (Radoje Šćepanović, Snežana Delić)
4. Udžbenik i zbirka zadataka za IV razred gimnazije (Radoje Šćepanović, Siniša Stamatović, Snežana Delić)
5. Udžbenici i zbirke zadataka koji su namijenjeni programima sa 3 časa nastave matematike nedjeljno i u skladu su sa Predmetnim programom za predmet Matematika.



# 8

# LITERATURA

[www.iccg.co.me](http://www.iccg.co.me)

